

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ  
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ  
ВАЗИРЛИГИ

ЎРТА МАХСУС, КАСБ-ҲУНАР ТАЪЛИМИ  
МАРКАЗИ

ТОШКЕНТ МОЛИЯ ИНСТИТУТИ  
ҚОШИДАГИ  
«СОЛИҚ ВА МОЛИЯ ЛИЦЕЙИ»

Б.И.Исломов, П.И.Шарипова

МАТЕМАТИКА  
АЛГЕБРА

1-қисм



Тошкент–2005

**Муаллифлар:**

Исломов Бозор Исломович,  
Низомий номидаги Тошкент Давлат  
Педагогика Университети « Математик  
таҳлил» кафедраси мудир, физика-  
математика фанлари доктори.  
Шарипова Парида Иминжонова,  
Юнусобод тумани 258-мактаб  
математика ўқитувчиси.

**Тақризчилар:**

Рихсиев Вадир Бердибоевич,  
ЎзРФА В.И.Романовский номи  
Математика Институти директор  
ўринбосари, физика-математика  
фанлари доктори, профессор.  
Мамадалиев Назиржон,  
Ўрта-махсус касб-ҳунар таълимини  
ривожлантириш институти малака  
ошириш ва қайта тайёрлаш факултети  
кафедра мудир, физика-математика  
фанлари номзоди.  
Назиров Ҳусниддин,  
«Молия академик лицейи» олий  
тоифали математика ўқитувчиси.

**Масъул муҳаррир:**

Маъмуров Эгамназар.  
Молия институти «Олий математика»  
кафедрасининг доценти, физика-  
математика фанлари номзоди.

Ушбу китоб Тошкент Молия Институти қошидаги «Солиқ лицейи»  
илмий-педагогик кенгашининг 2003 йил 16 декабрдаги (Баённома № 4 )  
йиғилишида муҳокама қилиниб, чоп этишга тавсия этилган.

Ушбу китобни падари бузрук-воримиз ва волидаи муҳтарамамизнинг порлоқ хотираларига бағишлаймиз.

## Сўз боши

Сўнги йилларда мамлакатимизда таълим соҳасида катта ўзгаришлар амалга оширилди. Жумладан, «Таълим тўғрисида»ги қонун, «Кадрлар тайёрлаш Миллий дастури» ва уларнинг ижросини таъминловчи ҳукумат қарорлари. Айниқса, кейинги уч-беш йил ичида республикамизнинг барча шаҳар, туманларида янги турдаги зиё масканлари – академик лицейлар, касб-ҳунар коллежлари қурилиши, қайтадан тўлиқ таъмирланиши таълим соҳасида бўлаётган ислохотларнинг амалий ифодасидир.

2001 йилдан бошлаб ушбу кенг қамровли улуғвор ишларнинг иккинчи босқичи бошланиб, асосий эътибор таълим жараёнини ташкил этиш, унинг моҳияти ва мазмунини яхшилашга қаратилмоқда. Мазкур вазифанинг бажарилишини таъминлаш учун фаннинг ҳар бир йўналиши бўйича янги ўқув режа дастурларига мос дарсликлар ва қўлланмалар ёзиш зарурдир, Ушбу «Математика», «Алгебра» деб аталувчи китоб янги дастур асосида ёзилган бўлиб, бундан академик лицей, касб-ҳунар коллежлари, тайёрлов бўлимлари, ўрта мактаб ўқитувчи ва ўқувчилари ҳамда олий ўқув юртларига кирувчилар (мустақил тайёрланиш учун) кенг фойдаланишлари мумкин.

1993 йилдан мамлакатимиздаги барча олий ўқув юртларида, кейинчалик ўрта махсус ўқув юртларида кириш имтихонлари тест усулида ўтказилмоқда. Ушбу усулнинг ўзига хос камчиликлари ва ижобий томонлари бор. Унинг камчиликлари (айниқса математикадан) шундан иборатки, тест усули бўйича имтихон олишда ўқувчининг билим даражасини қанчалик чуқур эканлигини ва мантиқий фикрлаш қобилиятини аниқлаш қийин бўлади.

Тест системасининг ижобий томони эса, биринчидан ўқувчи учун бир вақтнинг ўзида барча кириш имтихонларидан ўтиш имкони яратилади, иккинчидан фан ҳақида етарли маълумотларга эга бўлган ҳолда ўқувчининг масалага ижобий ёндашиш ва хотирлаш қобилиятини умумий баҳолашга имкон яратилади.

Мазкур китоб юқорида келтирилган камчилик ва ютуқларни ҳисобга олиб, ўқувчининг математика фанидан тўлиқ билим олишга, мантиқий фикрлаш қобилиятини оширишга ва тест ёрдамида кириш имтихонларини топширишга муҳим материал ролини бажаради.

Китобни ёзишда ўзбек, рус ва чет эл олимлари томонидан яратилган дарслик ва қўлланмалардан фойдаланилди. Шунингдек, муаллифлар китобни ёзишда кўп йиллик олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги қошидаги лицей, тайёрлов бўлимлари ва мактаб факултатив

дарсларда ўқиган маърузаларидан ҳамда ҳамкасбларнинг маслаҳатларидан фойдаландилар.

Ушбу китоб тўрт бобдан иборат бўлиб, қуйидаги йўналишларни ўз ичига олган: «Ҳақиқий сонлар», «Алгебраик ифодалар», «Тенглама ва тенгламалар системаси», «Тенгсизлик ва тенгсизликлар системаси», «Тенглик ва тенгсизликларни исботлаш», «Комплекс сонлар», «Математик индукция усули».

Ҳар бир параграфда ўрганилаётган мавзунинг тўла назарияси ёритилган ва систематик равишда берилган. Улар мисол ва масалалар ёрдамида мустаҳкамланган. Мисол ва масалаларнинг энг қулай, қисқа ва айримларини эса турли хил ечиш усуллари мос изоҳлар билан берилган. Қолаверса, тест саволларида учрайдиган ностандарт ва мантиқий ечиладиган мисол ва масалаларнинг ечиш усуллари келтирилган.

Ҳар бир бобнинг охирида ўтилган мавзуларни мустаҳкамлаш учун тестлар ва машқлар берилган.

Қўлёзмани кўриб чиқиб, ўз фикр ва мулоҳазаларини билдирган физика-математика фанлари доктори, профессор Б.Б.Рихсиев, физика-математика фанлари номзодлари, доцентлар Н.К.Мамадалиев, Э.Маъмуров, олий тоифали ўқитувчи Ҳ.Назирова ҳамда қўлёзмани нашрга тайёрлашда катта ёрдам берган О.Абдуллаев, Э.Каримовларга, шунингдек китобни чоп этишга амалий ёрдам кўрсатган Молия институти қошидаги «Солиқ лицейи» ва «Молия академик лицейи» маъмуриятига муаллифлар самимий миннатдорчилик билдирадилар.

Китоб ҳақидаги фикр-мулоҳазаларингизни қуйидаги манзилга юборишингизни сўраймиз:

Тошкент шаҳри,  
С.Рахимов тумани  
Саидов 3-тупик кўчаси, 6-уй.  
«Солиқ лицейи»

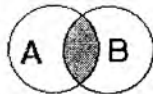
Муаллифлар.

# І БОБ. ҲАҚИҚИЙ СОНЛАР

## 1-§ .Тўплам тушунчаси. Тўпламлар устида амаллар.

Тўплам тушунчаси математикада асосий тушунчалардан бўлиб, унга таъриф бериб бўлмайди. Уни ҳар-хил мисоллар орқали тушунтириш мумкин. Масалан,; Ўзбекистондаги вилоятлар, натурал сонлар тўплами, мактабдаги ўқувчилар тўплами ва ҳаказо. Бу мисоллардаги вилоятлар, натурал сонлар, ўқувчилар тўпламнинг элементлари ҳисобланади. Ҳеч қандай элементга эга бўлмаган тўплам бўш тўплам дейилади ва  $\emptyset$  кўринишида белгиланади.Тўпламлар латин алфавитининг бош ҳарфлари билан белгиланади, яъни  $A, B, C, \dots$ . Масалан:  $A = \{1,2,3,4\}, B = \{a, b, c, d\}$ . Агар элемент тўпламга тегишли бўлса  $\in$  белги, тегишли бўлмаса,  $\notin$  белги қўйилади. Юқоридаги мисолларда  $3 \in A, 6 \notin A, a \in B, e \notin B$ .

**1-Таъриф.** Икки тўпламнинг кесишмаси деб шу тўпламларнинг умумий элементларидан тузилган тўпламга айтилади ва  $\cap$  кўринишда белгиланади. Масалан:  $A = \{1,2,4,6,8\}, B = \{2,4,8,9,11\}$ .  $A \cap B = \{2,4,8\}$ .



(1-чизма)

$A$  ва  $B$  тўпламларнинг кесишмасининг геометрик ифодасини 1-чизмада кўрсатилгандек икки айлана кесишуvidан ҳосил бўлган бўялган юза орқали кўрсатиш мумкин.

**2-Таъриф.** Икки тўпламнинг бирлашмаси деб камида шу тўпламлардан бирига тегишли элементлардан тузилган тўпламга айтилади.

Масалан:  $A = \{2,4,6,8,10,12\}, B = \{8,10,12,14,16\}$ ,

$A \cup B = \{2,4,6,8,10,12,14,16\}$  каби ёзилади.



(2-чизма)

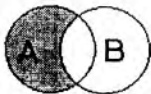
$A$  ва  $B$  тўпламлар бирлашмасининг геометрик ифодасини 2-чизмада кўрсатилгандек бўялган юза орқали кўрсатиш мумкин.

**3-Таъриф.** Агар бир тўпламнинг ҳар бир элементи иккинчи тўпламга тегишли бўлса, биринчи тўплам иккинчи тўпламнинг қисм-тўплами дейилади ва  $\subset$  белги кўринишида белгиланади.

Масалан:  $A = \{a, b, c, d\}$   $B = \{b, c, d\}$  бўлса,  $B \subset A$  бўлади.

**4-Таъриф.**  $A$  тўпламнинг  $B$  тўпламда бўлмаган ҳамма элементларига  $A$  ва  $B$  тўпламларнинг айирмаси дейилади ва  $A \setminus B$  каби белгиланади.

Масалан:  $A = \{1,2,3,4\}$   $B = \{1,2\}$  бўлса, у ҳолда  $A \setminus B = \{3,4\}$  бўлади.



(3-чизма)

$A$  ва  $B$  тўпламлар айирмасини 3-чизмада кўрсатилганидек бўялган юза орқали кўрсатиш мумкин.

Тўпламлар қуйидаги хоссаларга эга:

- |  |   |
|--|---|
| 1. $A \cup B = B \cup A$ .                   | 5. $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ . |
| 2. $A \cap B = B \cap A$ .                   | 6. $(A \cup C) \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$ . |
| 3. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ . | 7. $A \cup A = A$ .                                   |
| 4. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ . | 8. $A \cap A = A$ .                                   |

## 2-§ . Натурал сонлар ва улар устида амаллар.

**1-Таъриф.** Санаш натижасида ҳосил бўладиган 1,2,3,4,5,6,... сонлар натурал сонлар дейилади.

Ихтиёрий натурал сонни

$$n = \overbrace{a_k a_{k-1} a_{k-2} \dots a_2 a_1 a_0}$$

кўринишида ёзиш мумкин, бу ерда  $a_{k-1}, \dots, a_2, a_1, a_0$  лар 0,1,2,...,9;  $a_k$  эса 1,2,3,...,9 рақамларини қабул қилади, ёки  $n = 10k + l$ ,  $l = 0,1,\dots,9$ ,  $k = 0,1,2,\dots$

**2-Таъриф.** Ортиб бориш тартибида жойлашган 1,2,3,4,5,6,... сонлар кетма-кетлиги натурал сонлар тўплами дейилади ва қуйидаги кўринишда белгиланади:

$$N = \{n: n = 1,2,3,4,5,\dots\}.$$

$N$  да энг кичик сон 1 га тенг; энг катта сон мавжуд бўлмаганлиги учун у чексиздир. Натурал сонлар тўплами жуфт ва тоқ сонлардан ташкил топган

**3-Таъриф.** 2 га қолдиқсиз бўлинадиган сонлар жуфт сонлар дейилади ва  $2n$  ( $n \in N$ ) формула билан ёзилади. Масалан: 6,18,22,34,80 ва ҳаказо сонлар жуфт сонлардир.

**4-Таъриф.** Жуфт бўлмаган сонлар тоқ сонлар дейилади ва  $2n-1$  ёки  $2n+1$  ( $n \in N$ ) формула билан ёзилади. Масалан: 21,25,49,57 сонлар тоқ сонлардир.

**5-Таъриф.** Агар  $a \in N$  бўлса,  $1a, 2a, 3a, 4a, \dots$  сонларга (яъни  $a$  нинг ихтиёрий натурал сон билан кўпайтмасига)  $a$  нинг карралиси дейилади. Масалан: 3 га каррала сонларни  $3n$  ( $n \in N$ ), 4 га каррала

сонларни  $4n$  ( $n \in N$ ), 11 га каррали сонларни  $11n$  ( $n \in N$ ) ва ҳаказо кўринишида ифодалаш мумкин.

Натурал сонлар учун қўшиш, айириш, кўпайтириш, бўлиш, даражага кўтариш ва илдиздан чиқариш амаллари аниқланган.

## 2.1. Қўшиш ва қўшиш қоидалари. Айириш.

1. Икки ёки бир нечта сонларни қўшиш натижаси йиғинди деб аталади, сонларнинг ўзлари эса қўшилувчилар дейилади.
2. Агар  $a \in N$  ва  $b \in N$  бўлса,  $a + b \in N$  бўлади, яъни иккита натурал сонлар йиғиндиси яна натурал сон бўлади. Йиғинди қуйидаги хоссаларга эга:
  - а)  $a + b = b + a$  – ўрин алмаштириш қонуни;
  - б)  $(a + b) + c = a + (b + c)$  – гуруҳлаш қонуни;
  - в)  $a + 0 = a$ .
3.  $a$  сондан  $b$  сонни айириш шундай  $x$  сонни топишдан иборатки, бунда  $x$  нинг  $b$  билан йиғиндиси  $a$  га тенг, яъни  $x + b = a$ .  $x$  сон  $a$  ва  $b$  сонларининг айирмаси деб аталади ва  $a - b$  кўринишида бўлади,  $a -$  камаювчи,  $b -$  айрилувчи сон деб аталади.
4. Агар  $a \in N$ ,  $b \in N$  бўлиб,  $a > b$  бўлса,  $a - b \in N$  бўлади;  $a < b$  бўлса,  $a - b$  натурал сон мавжуд бўлмайди.

## 2.2. Кўпайтириш ва кўпайтириш қоидалари. Бўлиш.

1. Бир хил қўшилувчилар йиғиндиси кўпайтма, берилган кўпайтувчилар ёрдамида кўпайтмани топиш амали кўпайтириш деб юритилади.
2. Агар  $a \in N$  ва  $b \in N$  бўлса,  $a \cdot b \in N$  бўлади, яъни иккита натурал соннинг кўпайтмаси яна натурал сон бўлади.

Кўпайтма қуйидаги хоссаларга эга:

Агар  $a \in N$ ,  $b \in N$ ,  $c \in N$  бўлса,

- 1)  $a \cdot b = b \cdot a$  – ўрин алмаштириш қонуни;
- 2)  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$  – гуруҳлаш қонуни;
- 3)  $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$  – тақсимлаш қонуни.
3.  $a$  сонини  $b$  сонга бўлиш шундай  $x$  сонни топишдан иборатки, уни  $b$  сонга кўпайтирганда  $a$  сон ҳосил бўлади, яъни  $a : b = x$ , агар  $x \cdot b = a$ ,  $a -$  бўлинувчи,  $b -$  бўлувчи,  $x$  эса  $a$  ва  $b$  ларнинг бўлинмаси дейилади.
4. Агар  $a$  сони  $b$  сонига каррали бўлса, у ҳолда  $a$  сони  $b$  га бўлинади. Хусусан ҳар қандай натурал сон 1 га ва ўзига ҳам бўлинади, яъни  $a : 1 = a$ ,  $a : a = 1$ .

Масалан: 12 сони 1,2,3,4,6,12 ларга каррали бўлгани учун 1,2,3,4,6,12 га бўлинади.

5. Икки натурал сон бўлинмаси ҳар доим натурал сон бўлавермайди.

Натурал сонлар учун даражага кўтариш ва илдиз чиқариш амаллари ушбу китобнинг II-бобида тўлиқ берилган.

### **3-§. Сонларнинг бўлиниш аломатлари. Қолдиқли бўлиш.**

Кўпчилик ҳолларда бўлиш амалини бажармай, берилган натурал сонни иккинчи натурал сонга қолдиқсиз бўлиниши ёки бўлинмаслигини билиш лозим бўлади. Бунинг учун сонларнинг бўлиниш аломатларидан фойдаланилади.

1) 2 га бўлиниш аломати. Охири рақами 0 ёки жуфт сон билан тугаган барча сонлар 2 га бўлинади.

Масалан: 120,182,516,4928 сонларнинг ҳар бири 2 га бўлинади.

2) 5 га бўлиниш аломати. Охири рақами 0 ёки 5 сони билан тугаган сонлар 5 га бўлинади.

Масалан: 195,1910,21190,12925.

3) 10 га бўлиниш аломати. Охири рақами ноль билан тугаган барча сонлар 10 га бўлинади.

Масалан: 210,290,520,860,1140,92150.

4) 4(25) га бўлиниш аломати. Охири икки рақами 0 билан тугаган ёки охири иккита рақами 4(25) га бўлинадиган сонларгина 4(25) га бўлинади.

Масалан: 400,1900,1216,19556 бу сонларнинг ҳар бири 4 га бўлинади. 500,22500,92425,156975 бу сонларнинг ҳар бири 25 га бўлинади.

5) 8 га бўлиниш аломати. Охири учта рақами 0 билан тугаган ёки охири учта рақами 8 га бўлинадиган сонларгина 8 га бўлинади.

Масалан: 19000,73816,216832 бу сонларнинг ҳар бири 8 га бўлинади.

6) 3(9) га бўлиниш аломати. Рақамлар йиғиндиси 3(9) га бўлинадиган сонларгина 3(9) га бўлинади.

Масалан: 1293,702,92514 сонлар 3 га бўлинади, чунки рақамлар йиғиндиси 15,9,21 сонлардан иборат бўлиб, 3 га қолдиқсиз бўлинади. 720,5292,19872 сонлар 9 га бўлинади. Чунки берилган сонларнинг рақамлари йиғиндиси 9,18,27 сонлар 9 га қолдиқсиз бўлинади.

7) 6 га бўлиниш аломати. 2 га ҳам 3 га ҳам бўлинадиган сонлар ва фақат шундай сонлар 6 га бўлинади.

Масалан: 1800,5298,3416562 сонларнинг ҳар бири жуфт сонлар, демак улар 2 га қолдиқсиз бўлинади. Шу билан бирга рақамлари йиғиндиси 9,24,27 сонлар 3 га қолдиқсиз бўлинади.

8) 11 га бўлиниш аломати. Жуфт ўринда турган рақамлар йиғиндиси билан тоқ ўринда турган рақамлар йиғиндиси тенг ёки улар айирмаси 11 га бўлинадиган сонлар ва фақат шундай сонлар 11 га бўлинади.

Масалан: 2137245,876634 сонлар 11 га бўлинади, чунки тоқ ўриндаги рақамлар йиғиндиси жуфт ўриндаги рақамлар йиғиндисига тенг. 8493419, 719262918 сонлар 11 га бўлинади, чунки тоқ ва жуфт ўриндаги рақамлари йиғиндиларининг айирмаси  $30-8=22$  ва  $39-6=33$  сонлари ҳар бири 11 га бўлинади.



Берилган сонларнинг бўлиниш аломатидан фойдаланиб, бошқа сонлар учун ҳам бу қондаларни қўллашимиз мумкин.  
 Масалан: 12 га бўлиниши учун 3 га ҳам, 4 га ҳам бўлинадиган сонларни оламиз ва ҳаказо.

**1–Мисол.** Қуйидаги кўринишдаги  $\overline{123x43y}$  3 га қолдиқсиз бўлинадиган энг кичик натурал сонни топинг.

**Ечиш:** 3 га бўлиниш аломатига кўра  $1+2+3+x+4+3+y=13+x+y$ . Бу йиғиндининг 3 га бўлинадиган энг кичик қиймати 15 га тенг. Бундан  $x+y=2$ . Демак  $x+y=2$  шартни қаноатлантирувчи ва 3 га бўлинадиган учта натурал сон мавжуд. Яъни 1230432, 1232430, 1231431. Бу сонлар ичидаги энг кичик натурал сон 1230432.

**2–Мисол.** Ушбу  $\overline{34x5y}$  кўринишдаги 36 га қолдиқсиз бўлинадиган беш хонали натурал сонларни топинг.

**Ечиш:** 36 сонини 4 ва 9 сонларининг кўпайтмаси кўринишида ёзиш мумкин, яъни  $36=9 \cdot 4$ . Демак, изланаётган беш хонали натурал сонлар 9 га ва 4 га қолдиқсиз бўлиниши керак. 4 га бўлиниш аломатига кўра  $\overline{5y}$  сон 4 га бўлиниши учун  $y=2;6$  сонлардан иборат бўлиши керак. 9 га бўлиниш аломатига кўра эса  $12+x+y$  сони 9 га бўлиниши керак. Агар  $y=2$  бўлса,  $x=4$  бўлади. Агар  $y=6$  бўлса,  $x=0;9$  бўлади. Демак, изланаётган сонлар 34452, 34056 ва 34956 дан иборатдир.

**3–Мисол.** Ушбу  $12+\overline{2x3}$  йиғинди 3 га қолдиқсиз бўлинадиган  $x$  рақамининг энг каттасини топинг.

**Ечиш:** 12 сони 3 га бўлинади. Демак, йиғинди 3 га бўлиниши учун  $\overline{2x3}$  сон ҳам 3 га бўлиниши керак, яъни  $x+5$  сони 3 га бўлинадиган энг катта рақами  $x=7$  га тенгдир.

**Таъриф** (қолдиқли бўлиш ҳақида).  $a(a \in N)$  сонини  $b(b \in N)$  сонига бўлиш деб

$$a = bq + r$$

кўринишда ёзишга айтилади, бунда  $0 \leq r < b$ ,  $q$  – бўлинма,  $r$  – қолдиқ,  $q, r \in N$ .

а) Агар  $r=0$  бўлса,  $a=bq$  бўлиб,  $a$  сони  $b$  сонига қолдиқсиз бўлинади.

б) Агар  $r \neq 0$  бўлса,  $u$  ҳолда  $a$  сони  $b$  сонига қолдиқли бўлинади.

Масалан: 25 ни 7 га бўлсак, бўлинма 3, қолдиқ 4 га тенг бўлиб,  $25=3 \cdot 7+4$  кўринишда ёзилади.

Иккига бўлганда қолдиқ қоладиган сонларни  $2k+1$  ( $k \in N$ ) формула кўринишида, 7 га бўлганда 4 қолдиқ қоладиган сонларни  $7m+4$  ( $m \in N$ ) формула кўринишида ифодалаш мумкин ва ҳоказо.

Шундай қилиб  $a$  сонини  $n$  ( $n \in N$ ) га бўлганда қуйидагиларга эга бўлаемиз:

а)  $a$  сони  $n$  га қолдиқсиз бўлинади ва қуйидагича ёзилади:  
 $a = mn, (m \in N)$ .

б)  $a$  сонини  $n$  га бўлганда қолдиқ  $1, 2, 3, \dots, n-1$  сонларга тенг бўлади ва қуйидагича ёзилади:

$$a = kn + l, k \in N, l = 1, 2, \dots, n-1.$$

Масалан:  $a$  ни 3 га бўлсак, қуйидагиларга эга бўлишимиз мумкин: ёки  $a = 3m$  ( $m \in N$ ) ёки  $a = 3k + 1$  ( $k \in N$ ), ёки  $a = 3l + 2$  ( $l \in N$ ). Демак қолдиқлар 0, 1, 2 бўлади.

**4-Мисол.** 17 га бўлганда 2 қолдиқ, 5 га бўлганда 3 қолдиқ қоладиган барча  $a$  сонларни топинг.

**Ечиш:**  $a$  сонини 17 га бўлганда 2 қолдиқ қолса, қуйидагича ёзилади:

$$a_k = 17k + 2, k \in N.$$

$a$  ни 5 га бўлганда қолдиқ 3 қолса, қуйидагича ёзилади:

$$a_n = 5n + 3, n \in N.$$

Агар бу сонлар тенг бўлса, яъни  $a_k = a_n$ , у ҳолда  $17k + 2 = 5n + 3$  бўлади. Бундан  $5n = 17k - 1 = 15k + (2k - 1)$  ҳосил қиламиз. Бу айниятдан кўринадики,  $2k - 1$  сони 5 га бўлинади, яъни  $2k - 1 = 5m$  ( $m \in N$ ) ва  $2k = 4m + m + 1$  бундан  $m + 1$  сони 2 га бўлинади, яъни

$$m + 1 = 2l \text{ ёки } m = 2l - 1, k = 2m + 1 \text{ (} l \in N \text{)}.$$

Энди  $k$  ва  $n$  ни  $l$  орқали ифодалаймиз:

$$k = 2(2l - 1) + 1 = 5l - 2$$

$$5n = 15k + 5m \Rightarrow n = 3k + m$$

$$n = 3(5l - 2) + 2l - 1 = 17l - 7.$$

Шундай қилиб,

$$a_k = 17k + 2 = 17(5l - 2) + 2 = 85l - 32$$

$$a_n = 5n + 3 = 5(17l - 7) + 3 = 85l - 32.$$

Бундан

$$85l - 32 = 85(l - 1) + 85 - 32 = 85(l - 1) + 53 \quad (l \in N).$$

Демак,  $a = 85q + 53$  ( $q \in N$ ) кўринишидаги сонларни 17 га бўлсак, қолдиқ 2; 5 га бўлсак, қолдиқ 3 қолади.

#### **4-§ Сонларни туб кўпайтувчиларга ажратиш. Энг катта умумий бўлувчи. Энг кичик умумий бўлинувчи (карралиси).**

**1-Таъриф.** Фақат бирга ва ўзига бўлинадиган сонлар туб сонлар дейилади.

$$N_m = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}.$$

**2-Таъриф.** Учта ва ундан ортиқ бўлинувчига эга бўлган сонлар мураккаб сонлар дейилади.

$$N_m = \{4, 6, 8, 10, 12, 14, \dots\}.$$

1 сони туб ҳам эмас, мураккаб ҳам эмас.

Тоқ рақам билан тугаган ҳар қандай сон туб сон бўлади дейиш нотўғри. Масалан:  $49 = 7 \cdot 7$ ;  $51 = 3 \cdot 17$ .

Туб сонлар ичида фақат битта жуфт сон – 2 бўлиб, қолган барчаси тоқ сонлардир.

**3-Таъриф.** Берилган натурал сонни фақат туб сонларнинг кўпайтмаси кўринишида тасвирлаш, сонни туб кўпайтувчиларга ажратиш дейилади: Масалан:

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 & 15 & 3 \\ 6 & 2 & & 5 & 5 \\ 3 & 3 & & 1 & \\ 1 & & & & \end{array}$$

$$12 = 2^2 \cdot 3, \quad 15 = 3 \cdot 5.$$

Демак, ҳар қандай мураккаб сонни ягона усул билан туб сонлар кўпайтмаси шаклида тасвирлаш мумкин.

**4-Таъриф.** Соннинг бўлувчиси деб, шу сон қолдиқсиз (яхлит) бўлинадиган натурал сонга айтилади.

Масалан: 12 бўлувчилари: 1; 2; 3; 4; 6; 12;

15 бўлувчилари: 1; 3; 5; 15.

**5-Таъриф.** Бир неча соннинг умумий бўлувчиси деб, у сонларнинг ҳар бири қолдиқсиз (яхлит) бўлинадиган сонга айтилади.

Масалан: 12 ва 15 сонларининг умумий бўлувчилари 1 ва 3 сонлардан иборат.

**6-Таъриф.** Берилган сонларнинг энг катта умумий бўлувчиси деб, шу сонларнинг умумий бўлувчилари ичида энг каттасига айтилади ва қисқача ЭКУБ деб белгиланади.

Масалан: ЭКУБ(18, 24) =  $2 \cdot 3 = 6$ . ЭКУБ(12, 15) = 3.

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 & 24 & 2 & 18 = 2 \cdot 3^2 & 12 & 2 & 15 & 3 & 12 = 2^2 \cdot 3 \\ 9 & 3 & 12 & 2 & & 6 & 2 & 5 & 5 & 15 = 3 \cdot 5 \\ 3 & 3 & 6 & 2 & 24 = 2^3 \cdot 3 & 3 & 3 & 1 & & \\ 1 & & 3 & 3 & & 1 & & & & \\ & & 1 & & & & & & & \end{array}$$

**7-Таъриф.** Энг катта умумий бўлувчиси 1 га тенг бўлган сонлар ўзаро туб сонлар дейилади.

Масалан: ЭКУБ(10, 21) = 1, ЭКУБ(56, 25) = 1.

$$\begin{array}{r|l} 10 & 2 & 21 & 3 & 10 = 2 \cdot 5 & 56 & 2 & 25 & 5 & 56 = 2^3 \cdot 7 \\ 5 & 5 & 7 & 7 & 21 = 3 \cdot 7 & 28 & 2 & 5 & 5 & 25 = 5^2 \\ 1 & & 1 & & & 14 & 2 & 1 & & \\ & & & & & 7 & 7 & & & \\ & & & & & 1 & & & & \end{array}$$

Шундай қилиб, сонларнинг энг катта умумий бўлувчисини топиш учун:

1. Берилган сонларни туб кўпайтувчиларга ажратиш.
2. Энг кичик даража кўрсаткичли умумий туб кўпайтувчилардан кўпайтма тузиш.
3. Топилган кўпайтманинг қийматини топиш керак.

**8-Таъриф.** Бир неча соннинг умумий бўлинувчиси (карралиси) деб шу сонларнинг ҳар бирига бўлинадиган сонга айтилади.

Масалан: 6 ва 8 сонларининг умумий бўлинувчилари 24;48;96 ва ҳаказо сонлардан иборат.

**9-Таъриф.** Бир неча сонларнинг энг кичик умумий бўлинувчиси (карралиси) деб шу сонларнинг бўлинувчилари (карралилари) ичида энг кичигига айтилади ва қисқача ЭКУК деб белгиланади.

Масалан: ЭКУК(16,4)= $2^4=16$ . ЭКУК(12,18)= $2^2 \cdot 3^2=36$ .

$$\begin{array}{l} 16 \left| \begin{array}{l} 2 \\ 8 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{array} \right. \\ 4 \left| \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 1 \end{array} \right. \\ 16 = 2^4 \\ 4 = 2^2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 12 \left| \begin{array}{l} 2 \\ 6 \\ 3 \\ 1 \end{array} \right. \\ 6 \left| \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \right. \\ 3 \left| \begin{array}{l} 3 \\ 1 \end{array} \right. \\ 18 = 2^2 \cdot 3 \\ 18 = 2 \cdot 3^2 \end{array}$$

Умуман, бир неча соннинг умумий бўлинувчисини (карралисини) топиш учун:

1. Берилган сонларни туб кўпайтувчиларга ажратиш.
2. Ҳосил бўлган ҳамма туб кўпайтувчиларнинг ҳар бирини энг катта даража кўрсаткичларини олиб кўпайтма тузиш.
3. Ҳосил бўлган кўпайтманинг қийматини топиш керак.

## 5-§. Оддий касрлар.

**1-Таъриф.** Бирликнинг бир ёки бир неча тенг улушига оддий каср деб аталади.

Масалан:  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{7}{12}$ ,  $\frac{120}{147}$  ва ҳаказо. Оддий каср  $\frac{a}{b}$  кўринишда ёзилади:  $a$  – касрнинг сурати,  $b$  – касрнинг махражи, «-» чизиғи эса каср чизиғи дейилади.

**2-Таъриф.** Махражи суратидан катта бўлган каср тўғри каср деб, сурати махражига тенг ва ундан ортиқ бўлган каср нотўғри каср деб аталади.

Масалан:  $\frac{3}{7}$  – тўғри каср;  $\frac{13}{13}$ ;  $\frac{21}{13}$  – нотўғри каср.

**3-Таъриф.** Бутун ва касрдан тузилган сон аралаш каср (сон) деб аталади. яъни  $c\frac{a}{b}$ , бу ерда  $c$  – бутун,  $\frac{a}{b}$  – тўғри каср.

Масалан:  $3\frac{2}{9}$ ;  $5\frac{3}{4}$ ;  $16\frac{1}{7}$ .

Ихтиёрый аралаш касрни бутун ва касрнинг йиғиндиси кўринишда ёзиш мумкин. Масалан:  $2\frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{3}$ ,  $5\frac{3}{4} = 5 + \frac{3}{4}$ .

Касрлар устида амаллар бажаришда баъзан аралаш сонни нотўғри касрга ёки нотўғри касрни аралаш сонга айлантириш керак бўлади.

**1-қоида.** Нотўғри касрни аралаш сонга айлантириш учун унинг суратини махражига бўлиб, бўлинмани бутун қилиб ёзиш, қолдиқни сурат қилиб, махражни эса аввалигича қолдириш керак.

Масалан:  $\frac{35}{8}$  нотўғри касрни аралаш касрга айлантириш учун 35 ни 8 га

бўламиз, бўлинма 4, қолдиқ эса 3 бўлади. Демак,  $\frac{35}{8} = 4\frac{3}{8}$  бўлади.

**2-қоида.** Аралаш сонни нотўғри касрга айлантириш учун махражни бутун сонга кўпайтириб, бу кўпайтмага суратни қўшиб, йиғиндини сурат қилиб ёзиш, махражни эса ўзгаришсиз қолдириш керак.

Масалан:  $3\frac{4}{5} = \frac{3 \cdot 5 + 4}{5} = \frac{19}{5}$ .

## 5.1 .Оддий касрнинг асосий хоссаси.

а) Агар  $a \cdot d = b \cdot c$  тенглик ўринли бўлса,  $\frac{a}{b}$  ва  $\frac{c}{d}$  касрлар тенг бўлади. Яъни шундай хулоса қилишимиз мумкин: Касрнинг сурат ва махражини (0 дан фарқли) сонга кўпайтириш ва бўлиш мумкин.

Масалан:  $\frac{3}{11} = \frac{3 \cdot 5}{11 \cdot 5} = \frac{15}{55}$ ,  $\frac{75}{100} = \frac{75 : 25}{100 : 25} = \frac{3}{4}$ .

б) Касрни қисқартириш деб унинг сурат ва махражини нолдан фарқли сонга бўлиб, берилган касрга тенг, аммо ҳадлари кичик бўлган бошқа каср билан алмаштиришга айтилади.

Масалан:  $\frac{24}{36}$  касрнинг сурат ва махражини 12 га бўлиб,  $\frac{2}{3}$  касрни ҳосил қиламиз.

Оддий касрни қисқартириш учун касрнинг сурат ва махражини уларнинг энг катта умумий бўлувчисига бўлиш керак.

Масалан:  $\frac{14}{21}$ , ЭКУБ(14;21)=7, демак  $\frac{14}{21} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7} = \frac{2}{3}$ .

## 5.2. Оддий касрлари таққослаш.

а) Махражлари бир хил бўлган икки оддий касрнинг сурати каттаси катта бўлади.

Масалан:  $\frac{7}{19} < \frac{9}{19}$ ,  $\frac{17}{21} > \frac{11}{21}$ .

б) Суратлари бир хил икки оддий касрнинг махражи каттаси кичик бўлади.

$$\text{Масалан: } \frac{11}{13} < \frac{11}{7}; \quad \frac{43}{31} > \frac{43}{39}.$$

в) Сурат ва махражлари ҳар-хил бўлган икки оддий касрни солиштириш учун уларни ёки умумий суратга ёки умумий махражга келтириш керак.

$$\text{Масалан: 1) } \frac{5}{8} \text{ ва } \frac{3}{7}; \quad 2) \frac{3}{4} \text{ ва } \frac{7}{11}.$$

Бу мисолларни ечиш учун 1) берилган касрларни умумий махражга, 2) умумий суратга келтирамиз ва а) ва б) қондалар асосида таққослаймиз:

$$\frac{5 \cdot 7}{8 \cdot 7} \text{ ва } \frac{3 \cdot 8}{7 \cdot 8} \text{ ёки } \frac{35}{56} \text{ ва } \frac{24}{56}. \text{ Демак } \frac{5}{8} > \frac{3}{7}.$$

$$\frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 7} \text{ ва } \frac{7 \cdot 3}{11 \cdot 3} \text{ ёки } \frac{21}{28} \text{ ва } \frac{21}{33}. \text{ Демак } \frac{3}{4} > \frac{7}{11}.$$

## 6-§ . Ўнли касрлар. Даврий касрлар.

**1-Таъриф.** Махражида битта бир ва битта ёки бир нечта ноллардан иборат бўлган касрга ўнли каср деб аталади, яъни  $\frac{1}{10^k}$ ,  $k \in N$ .

$$\text{Масалан: } \frac{7}{10}, \frac{41}{100}, \frac{111}{1000} - \text{ўнли касрлар.}$$

Одатда ўнли касрлар махражсиз ёзилади.

$$\text{Масалан: } \frac{7}{10} = 0,7; \quad 3 \frac{9}{100} = 3,09; \quad 5 \frac{141}{10000} = 5,0141.$$

**1. Ўнли касрни оддий каср кўринишида ёзиш учун суратга ўнли касрдаги вергул ва ундан кейинги нолларни ташлаб, қолган рақамларни бутун сон кўринишида ёзиш, махражга эса, бир ва кетидан вергулдан кейин нечта рақам бўлса, шунақа ноллар ёзиш, сўнгра ҳосил бўлган касрни имкоии бўлса, қисқартириш керак.**

$$\text{Масалан: } 0,42 = \frac{42}{100} = \frac{21}{50}, \quad 1,75 = \frac{175}{100} = \frac{7}{4}, \quad 0,13 = \frac{13}{100}.$$

**2. Оддий касрни ўнли каср шаклида ёзиш учун оддий каср суратини махражга бўлиб, бўлинмаини ёзиш керак.**

$$\text{Масалан: } \frac{3}{4} = 0,75, \text{ яъни касрнинг сурати (3) ни махражи (4) га бўлсак, } 0,75 \text{ ҳосил бўлади.}$$

Кўп ҳолларда шундай мисоллар учрайдики, оддий касрни ўнли касрга айлантиришда бўлиш жараёни чексиз давом этаверади. Бундай касрга чексиз ўнли каср дейилади.

Масалан:  $\frac{2}{3} = 0,666\dots$

$$\begin{array}{r} 2 \quad | \quad 3 \\ 20 \quad | \quad 0,66\dots \\ \hline \underline{18} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 20 \end{array}$$

Худди шундай  $\frac{3}{7} = 0,428571\dots$

**2-Таъриф.** Бир ёки бир неча рақамли бир хил тартибда такрорланаверадиган чексиз ўнли каср даврий ўнли каср дейилади.

Масалан:  $3,222\dots = 3,(2)$ ;  $2=2,(0)$ ;  $0,2=0,2(0)$ ;  $12,4242\dots = 12,(42)$ .

**Ўнли даврий касрлар икки хил турда бўлади:**

а) соф даврий каср – даврий касрнинг даври вергулдан кейин дарҳол бошланади. Масалан:  $3,(2)$ ;  $0,(7)$ ;  $5,(42)$ .

б) аралаш даврий каср – даврий касрда вергул билан давр орасида битта ёки бир неча рақам бўлади. Масалан:  $11,1(13)$ ;  $5,21(3)$ .

Демак, ҳар қандай оддий касрни чекли ёки чексиз даврий ўнли каср кўринишида ёзиш мумкин.

**3.Чексиз даврий ўнли касрни оддий касрга айлантириш қуйидагича:**

**Чексиз даврий касрни оддий касрга айлантириш учун иккинчи давригача турган сондан биринчи давригача турган сонни айириш ва айирмани суратга ёзиш, махражга эса даврда неча рақам бўлса, шунча тўққиз ва вергул билан биринчи давр орасида неча рақам бўлса, шунча ноллар қўйиш керак.**

Масалан: оддий касрга айлантиринг.

- 1)  $0,(37)$ ; 2)  $0,(11)$ ; 3)  $5,(07)$ ; 4)  $2,7(81)$ ; 5)  $2,91(8)$ ; 6)  $8,2(8)$ ; 7)  $0,18(0)$ ; 8)  $0,14(9)$ .

Ечиш:

$$1) 0,(37) = \frac{37}{99}; \quad 2) 0,(11) = \frac{11}{99} = \frac{1}{9}; \quad 3) 5,(07) = \frac{507-5}{99} = \frac{502}{99};$$

$$4) 2,7(81) = \frac{2781-27}{990} = \frac{2754}{990} = \frac{306}{110}; \quad 5) 2,91(8) = \frac{2918-291}{900} = \frac{2627}{900};$$

$$6) 8,2(8) = \frac{828-82}{90} = \frac{746}{90} = \frac{373}{45};$$

$$7) 0,18(0) = \frac{180-18}{900} = \frac{162}{900} = \frac{9}{50} = 0,18; \quad 8) 0,14(9) = \frac{149-14}{900} = \frac{135}{900} = 0,15.$$

## 7-§. Каср устида арифметик амаллар.

### 7.1. Оддий касрлар.

1. Касрларнинг махражи бир хил бўлса, уларни қўшиш учун суратлари қўшилиб, махражи эса ўзгаришсиз қолади. Айириш учун эса камаювчининг суратидан айрилувчининг сурати айрилади, махражи эса ўзгаришсиз қолади, яъни  $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$ . Ҳосил бўлган каср имкони бўлса, қисқартирилади.

Масалан:

$$1) \frac{5}{11} + \frac{2}{11} = \frac{7}{11}; \quad 2) \frac{13}{19} - \frac{6}{19} = \frac{7}{19}; \quad 3) \frac{7}{15} - \frac{2}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3};$$

2. Икки ва ундан ортиқ махражи ҳар-хил бўлган касрларни қўшганда (айирганда) умумий махраж сифатида барча махражларнинг энг кичик умумий бўлинувчиси олинади, яъни  $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$  ёки

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \frac{m}{b} \pm c \frac{m}{d}}{m}, \text{ бу ерда } m = \text{ЭКУК}(b, d).$$

Масалан: а)  $\frac{7}{12} + \frac{5}{18}$ , ЭКУК(12,18)=36.

Демак  $\frac{7}{12} + \frac{5}{18} = \frac{7 \cdot \frac{36}{12} + 5 \cdot \frac{36}{18}}{36} = \frac{7 \cdot 3 + 5 \cdot 2}{36} = \frac{31}{36}$ ;

б)  $\frac{3}{7} - \frac{1}{8} = \frac{3 \cdot 8 - 7 \cdot 1}{7 \cdot 8} = \frac{24 - 7}{56} = \frac{17}{56}$ .

3. а) Аралаш сонларни қўшишда олдин бутун қисмлари, сўнгра каср қисмлари қўшилади:

$$3\frac{1}{4} + 5\frac{1}{6} = (3+5) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) = 8 + \frac{5}{12} = 8\frac{5}{12};$$

б) Аралаш сонларни айиришда бутун қисмидан бутун қисми ва каср қисмидан каср қисми айрилади:

$$9\frac{1}{3} - 4\frac{1}{5} = (9-4) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) = 5 + \frac{2}{15} = 5\frac{2}{15};$$

в) Агар камаювчининг каср қисми айрилувчининг каср қисмидан кичик бўлса, бундай ҳолда камаювчининг бутун қисмидан 1 «қарз» олиниб, махражига тенг катталиқ камаювчининг суратига қўшилади.

Масалан:

$$6\frac{1}{4} - 3\frac{2}{3} = 3\frac{1}{4} - \frac{2}{3} = 2 + 1 + \frac{3-8}{12} = 2 + \frac{12}{12} + \frac{3-8}{12} = 2 + \frac{15-8}{12} = 2\frac{7}{12}.$$



4. Касрларни кўпайтиришда суратлари кўпайтирилиб, сурат қилиб ёзилади, махражлари кўпайтирилиб эса махраж қилиб ёзилади, яъни

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Касрларни кўпайтиришда сурат ва махражларинг умумий кўпайтувчиси бўлса, касрни шу сонга қисқартириш мумкин. Кўпайтиришда аралаш сонлар учраса, улар ногўғри каср кўринишида ёзиб олинади, сўнгра амал бажарилади.

Масалан:

$$1) \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{9} = \frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 9} = \frac{10}{63}; \quad 2) \frac{4}{15} \cdot \frac{9}{7} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 7} = \frac{12}{35}; \quad 3) 5\frac{1}{4} \cdot 4\frac{1}{2} = \frac{16}{9} \cdot \frac{9}{2} = \frac{8 \cdot 3}{1 \cdot 1} = 24.$$

5. Касрни касрга бўлиш учун биринчи касрнинг суратини иккинчи касрнинг махражига кўпайтириб, натижани сурат қилиб ёзиш, биринчи касрнинг махражини иккинчи касрнинг суратига кўпайтириб, натижани махраж қилиб ёзиш керак, яъни  $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$ .

Масалан:

$$\frac{2}{7} : \frac{3}{5} = \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{3} = \frac{10}{21}; \quad 2) \frac{1}{2} : \frac{5}{6} = \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{5} = \frac{5 \cdot 6}{2 \cdot 5} = \frac{3}{1} = 3.$$

**Таъриф.** Кўпайтмаси 1 га тенг бўлган иккита сон ўзаро тескари сонлар дейилади, яъни  $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{a \cdot b}{b \cdot a} = 1$ .

Масалан:

а) 8 ва  $\frac{1}{8}$  ўзаро тескари сонлар, чунки  $8 \cdot \frac{1}{8} = 1$ ;

б)  $\frac{2}{3}$  ва  $\frac{3}{2}$  ўзаро тескари сонлар, чунки  $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1$ ;

в)  $2\frac{2}{3}$  ва  $\frac{3}{8}$  ўзаро тескари сонлар, чунки  $2\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{8}{3} \cdot \frac{3}{8} = 1$ ;

г) 0,35 га тескари сонни топиш учун бу сонни оддий касрга айлантирилиб олинади, сўнг унга тескари сон топилади, яъни  $0,35 = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$ ,  $\frac{7}{20}$  сонига тескари сон  $\frac{20}{7}$  бўлади.

## 7.2. Ўнли касрлар

1) Икки ўнли касрни қўшиш (айириш) учун уларнинг бутун қисми бутун остига, вергул вергул остига, каср қисми каср қисми остига ёзилиб, бутун сонларни қўшиш (айириш) каби қўшилади (айирилади) ва натижада вергул вергуллар остига қўйилади.

Масалан: 1) 19,271	2) 112	3) 9,216	4) 5
+	+	-	-
<u>1.162</u>	<u>3.2</u>	<u>2.125</u>	<u>3.89</u>
20,433	115,2	7,091	1,11

920543

2) Ўнли касрни ўнли касрга кўпайтириш учун вергулларига эътибор қилмасдан, бутун сонлар каби кўпайтириш ва кўпайовчи билан кўпайтувчининг ҳар иккаласида нечта каср хонаси бўлса, кўпайтмада ўнгдан шунча каср хонани вергул билан ажратиш керак.

Масалан: 1) 2,41                      2) 9,103                      3) 3.16

$$\begin{array}{r} \times \\ 3,2 \\ \hline 482 \\ + \\ \hline 7,723 \\ \hline 7,712 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times \\ 12 \\ \hline 18206 \\ + \\ \hline 9103 \\ \hline 109,236 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times \\ 7,02 \\ \hline 632 \\ + \\ \hline 2212 \\ \hline 22,1832 \end{array}$$

3) Ўнли касрларни бўлишда бўлувчининг ҳар доим 10,100 ва ҳақоа марта ортириб, бутунга келтириб оламиз, сўнгга бўлишни бажарамиз.

Масалан: 1)  $8,928:1,44=892,8:144=8928:1440=6,2$ ; 2)  $0,7:0,3=7:3=2,(3)$ .

4) Ўнли касрни ўнли касрга бўлганда қолдиқсиз бўлинмаса, у ҳолда бундай касрлар оддий касрга айлантириб бўлинади.

### 7.3. Амаллар бажариш тартиби.

Қўшиш ва айириш биринчи босқич амаллари, кўпайтириш ва бўлиш иккинчи босқич амаллари дейилади.

1) Агар ифода бир хил босқич амалларидан иборат бўлиб, қавслар иштирок этмаса, улар ёзилиш тартибида — чапдан ўнгга кетма-кет бажарилади.

Масалан:

$$\begin{array}{l} (1) (2) \\ 1) \quad \frac{2}{9} + \frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{37}{45} - \frac{1}{2} = \frac{29}{90} \\ (1) (2) (3) (4) \\ 2) \quad \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{9} : \frac{2}{15} : \frac{5}{7} \cdot \frac{3}{7} = \frac{1}{5} \end{array}$$

2) Агар ифодада ҳам биринчи, ҳам иккинчи босқич амаллари иштирок этиб, қавслар бўлмаса, у ҳолда иккинчи босқич амаллари биринчи навбатда бажарилади.

Масалан:

$$\begin{array}{l} (2) (1) \\ а) \quad 15 \frac{2}{5} - 3 \cdot 4 = 15 \frac{2}{5} - 12 = 3 \frac{2}{5}; \\ (1) (3) (2) \qquad (1) (3) (2) \\ б) \quad 3 \frac{1}{4} \cdot 4 + 5 : \frac{1}{5} = \frac{13}{4} \cdot 4 + 5 \cdot \frac{5}{1} = 13 + 25 = 38. \end{array}$$

3) Агар ифодада қавс мавжуд бўлса, аввал қавслар ичидаги амаллар биринчи ва иккинчи қоидаларга асосан бажарилади. Сўнгра шу қоидаларга кўра бошқа амаллар бажарилади.

Масалан:

$$(1) \quad (3) \quad (2) \\ \left(2\frac{1}{2} - 1\frac{3}{8}\right) \cdot \left(3\frac{1}{2} - \frac{5}{6}\right) = 3.$$

## 8-§. Нисбат. Пропорция.

**1-Таъриф.**  $a$  сонининг  $b$  сонига нисбати деб,  $a$  ни  $b$  га бўлишдан ҳосил бўлган бўлинма (каср)га айтилади, яъни  $a:b$  ёки  $\frac{a}{b}$ .

Икки соннинг нисбатини топиш биринчи сон иккинчисидан неча марта катта ёки биринчи сон иккинчисининг қандай қисмини ташкил этишини аниқлаш демакдир.

$$a:b = \frac{a}{b} = q. \quad a - \text{нисбатнинг олдинги ҳади,}$$

$b$  – нисбатнинг кейинги ҳади,

$q$  – нисбат.

**Нисбатларнинг хоссалари:** 1.Олдинги ҳад кейинги ҳад билан нисбатининг кўпайтмасига тенг:

$$a = b \cdot q.$$

2. Кейинги ҳад олдинги ҳадни нисбатга бўлишдан чиққан бўлинмага тенг:

$$b = a : q.$$

**2-Таъриф.** Икки нисбагнинг тенглиги пропорция дейилади:

$$a:b = c:d \quad \text{ёки} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

$a, d$  – пропорциянинг четки ҳадлари,  $b, c$  – прпорциянинг ўрта ҳадлари.

**Пропорциянинг асосий хоссалари:** 1. Пропорциянинг четки ҳадлари

кўпайтмаси унинг ўрта ҳадлари кўпайтмасига тенг, яъни  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  бўлса, у

ҳолда  $a \cdot d = b \cdot c$ .

Бу хосса пропорциянинг номаълум ҳадини топишда қўлланилади.

Масалан:  $\frac{13}{15} = \frac{x}{10} \quad x = \frac{13 \cdot 10}{15} = \frac{26}{3} = 8\frac{2}{3}.$

2. Пропорциянинг исталган четки ҳади билан исталган ўрта ҳадини бир вақтда бир хил сон марта орттирилса, ёки камайтирилса, пропорция ўзгармайди.

Масалан:  $72:18=36:9$  пропорциянинг биринчи четки ҳади (72) ва иккинчи ўрта ҳади (36) ни 3 марта камайтирсак, пропорция ўзгармайди:  $24:18=12:9$ .

3.  $a:b=c:d$  пропорциядан қуйидаги ҳосилавий пропорцияни ёзиш мумкин:  $a:c=b:d$ ;  $d:b=c:a$ ;  $d:c=b:a$ , яъни пропорцияда четки ва ўрта ҳадларни ёки иккала ҳадни бир йўла ўрнини алмаштириш мумкин.

Масалан:  $7:5=77:55$  ни  $7:77=5:55$ ,  $55:5=77:7$  кўринишларида ёзиш мумкин.

4. Агар  $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$  бўлса, у ҳолда  $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$ ;  $\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$  бўлади.

5. Агар  $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{x}{y}=\dots$  бўлса, у ҳолда  $\frac{a+c+x+\dots}{b+d+y+\dots}=\frac{a}{b}$  бўлади.

### 9-§. Тўғри пропорционал миқдор. Ўрта арифметик ва вазн қиймат.

**1-Таъриф.** Агар бир миқдор  $k$  марта ортганда (камайганда) иккинчи миқдор ҳам  $k$  марта ортса (камайс), бундай миқдорлар тўғри пропорционал миқдорлар дейлади.

Агар  $a$  ва  $b$  тўғри пропорционал миқдорлар бўлса, у ҳолда улар орасида боғланиш қуйидаги  $\frac{a}{b}=k$  формула ёрдамида берилади, бу ерда  $k$  – тўғри пропорционаллик коэффициенти дейлади.

$a$  сонини  $k$  ва  $l$  сонларга тўғри пропорционал қилиб бўлакларга ажратиш ( $a$  сонини берилган  $k:l$  нисбатда бўлиш) қондаси қуйидагича:

1)  $k$  ва  $l$  сонларини қўшамиз:  $k+l$ ;

2)  $a$  ни  $(k+l)$  га бўламиз:  $\frac{a}{k+l}$ ;

3) бўлинмани аввал  $k$  га, сўнгга  $l$  га кўпайтирамиз:  $\frac{a}{k+l} \cdot k$ ;  $\frac{a}{k+l} \cdot l$

Шунда ҳосил қилинган  $\frac{ak}{k+l}$ ;  $\frac{al}{k+l}$  сонлар нисбати  $k:l$  нисбатга

тенг бўлади:  $\frac{ak}{k+l} : \frac{al}{k+l} = k:l$ .

$a$  ни 3 та, 4 та, ... сонларга тўғри пропорционал қилиб 3 та, 4 та, ... бўлакларга ажратиш қондаси ҳам шу кабидир.

Масалан: 24 ни 3,8. 1 сонларга тўғри пропорционал қилиб учта бўлакка ажратинг (24 ни 3:8:1 нисбатда бўлинг):

1)  $3+8+1=12$ ; 2)  $24:12=2$ ; 3)  $2 \cdot 3=6$ ;  $2 \cdot 8=16$ ;  $2 \cdot 1=2$ ;  $24=6+16+2$ ; 24 ни 6,16,2 қилиб 3 та бўлакка ажратсак, уларнинг нисбати  $6:16:2=3:8:1$  бўлади.

**2-Таъриф.** Бир нечта сонлар йиғиндисини қўшилувчилар сонига бўлиш натижаси шу сонларнинг ўрта арифметик қиймати дейилади.

Масалан: 1)  $a, b, c$  сонларининг ўрта арифметик қиймати  $\frac{a+b+c}{3}$  га тенг.

2)  $0,85; 0,25; 0,3$ ; 2 сонларининг ўрта арифметик қиймати  $\frac{0,85+0,25+0,3+2}{4} = 0,85$ .

Шундай қилиб, берилган сонларнинг ўрта арифметик қийматини топиш учун уларнинг йиғиндисини қўшилувчилар сонига бўлиш керак.

**3-Таъриф.**  $a, b, c$  сонларининг ўрта вазнли қиймати деб  $\frac{a \cdot k + b \cdot m + c \cdot n}{k + m + n}$  сонга айтилади. Бу ерда  $k, m, n$  – мусбат сонлар.

Масалан: 1) Баҳоси  $a$  сўмлик  $k$  кг,  $b$  сўмлик  $m$  кг,  $c$  сўмлик  $n$  кг маҳсулот бўлса, бу маҳсулотлар аралашмасининг 1 кг-ми  $\frac{a \cdot k + b \cdot m + c \cdot n}{k + m + n}$  сўм туради.

2) Температураси  $20^\circ$  бўлган 6 литр сувга температураси  $60^\circ$  бўлган 14 литр сув қўшилди. Идишдаги сув температураси неча градус бўлади:

$t = \frac{6 \cdot 20 + 14 \cdot 60}{6 + 14} = \frac{120 + 840}{20} = \frac{960}{20} = 48$ . Демак, идишдаги сув температураси  $48^\circ$  га тенг.

**4-Таъриф.**  $a$  ва  $b$  мусбат сонларнинг ўрта гармоник қиймати деб  $\frac{2ab}{a+b}$  сонга айтилади.

Масалан: Поезд А шаҳардан В шаҳарга 60км/соат тезлик билан юрган. В шаҳардан А шаҳарга эса 40 км/соат тезлик билан юрди. Поезд бориш ва келишдаги жами йўлни ўртача қандай тезликда ўтган:

$v = \frac{2 \cdot 60 \cdot 40}{60 + 40} = 48$  км/соат.

## 10-§ . Процент (Фоиш).

**1-Таъриф.** Соннинг юздан бири  $\left(\frac{1}{100}\right)$  улушига процент (фоиз)

дейилади ва % белги билан белгиланади.

Масалан: а) 5%; 2,1%; 125%.

б)  $0,01 = \frac{1}{100} = 1\%$ ;  $0,25 = \frac{25}{100} = 25\%$ ;  $0,023 = \frac{23}{1000} = 2,3\%$ .

**Процентга доир асосий масалалар:** 1. Берилган соннинг берилган процентини топиш.

2. Процентга кўра сонни топиш.

3. Сонларнинг процент нисбатини топиш.

**1-қоида** (соннинг процентини топиш). Берилган соннинг бир неча процентини топиш учун берилган сонни 100 га бўлиб, натижасини процентлар сонига кўпайтириш керак.

$a$  соннинг  $p\%$  иви  $b$  деб белгиласак, у ҳолда

$$\left. \begin{array}{l} a - 100\% \\ b - p\% \end{array} \right\} \Rightarrow b = \frac{ap}{100} \text{ бўлади.}$$

Масалан: 200 соннинг 12% ти  $b = \frac{200 \cdot 12}{100} = 24$  га тенг.

**2-қоида** (процентга кўра сонни топиш). Берилган процентга кўра сонни топиш учун, берилган процентни 100 га кўпайтириб, процент сонига бўлиш керак.

$a$  соннинг  $p\%$  и  $b$  га тенг бўлса, у ҳолда

$$\left. \begin{array}{l} a - 100\% \\ b - p\% \end{array} \right\} \Rightarrow a = \frac{b \cdot 100}{p} \text{ га тенг бўлади.}$$

Масалан:  $a$  соннинг 23% ти 69 га тенг бўлса, у ҳолда  $a$  сони

$$a = \frac{69 \cdot 100}{23} = 300 \text{ га тенг бўлади.}$$

**3-қоида** (икки соннинг процент нисбати). Бир соннинг иккинчи сонга процент нисбатини топиш учун биринчи сонни иккинчи сонга бўлиб, бўлинмани 100 га кўпайтириш керак.

$a$  ва  $b$  сонларининг процент нисбатини топиш формуласи

$$p = \frac{a}{b} \cdot 100\% \text{ га тенг.}$$

Масалан 8 ва 160 сонларининг процент нисбати  $p = \frac{8 \cdot 100\%}{160} = 5\%$  га тенг.

$a$  ва  $b$  сонларининг процент нисбати  $a$  сони  $b$  сонининг неча процентини ташкил этишини кўрсатади.

## 11-§ . Қарама-қарши сонлар. Координата тўғри чизиғи. Соннинг модули ва унинг хоссалари.

**1-Таъриф.** Фақат ишораси билангина фарқ қиладиган икки сонга қарама-қарши сонлар деб аталади.

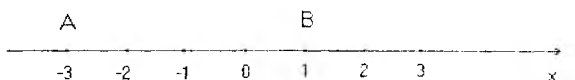
Масалан: 6 ва -6; 3,5 ва -3,5 қарама-қарши сонлардир.

- $a$  га қарама-қарши сон  $-a$  дир.
- Қарама-қарши сонлар йиғиндиси 0 га тенг, яъни  $a + (-a) = 0$ .

**2-Таъриф.** Санок боши, бирлик кесма танланган ва йўналишга эга тўғри чизиқ координата тўғри чизиғи (ўқи) дейилади.

Ҳар бир натурал ёки унга қарама-қарши сонлар ва нол сонига координата тўғри чизигида ягона нуқтани мос қўйиш мумкин.

Масалан:



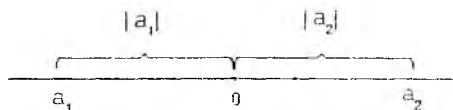
$A(-3)$ ;  $B(1)$  – яъни нуқтанинг координатаси нуқтани белгиловчи ҳарфдан кейин қавс ичида ёзилади. Ўқилиши: А нуқта  $-3$  координатага эга. В нуқта  $1$  координатага эга.

**3-Таъриф.**  $a$  сонининг модули (абсолют қиймати) деб, агар  $a \geq 0$  бўлса, шу соннинг ўзига, агар  $a < 0$  бўлса, қарама-қаршисига айтилади.  $a$  сонининг модули  $|a|$  кўринишида ёзилади. Таърифга асосан сонларнинг модулини умумий кўринишида қўйидагича ёзиш мумкин:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{агар } a \geq 0 \\ -a, & \text{агар } a < 0. \end{cases}$$

Масалан:  $|-11| = -(-11) = 11$ ,  $|2,5| = 2,5$ ,  $|0| = 0$ .

$a$  сон модулининг геометрик маъноси:  $|a|$  координата тўғри чизигидаги  $a$  сонини ифодаловчи нуқтадан санок бошигача бўлган масофага тенг.



Агар  $a \neq 0$  бўлса, координата тўғри чизигида модуллари тенг бўлган иккита  $a$  ва  $-a$  сонлари мавжуд, яъни  $|a| = |-a|$ .

Модулнинг хоссалари:

1.  $|a| \geq 0$ ; 2.  $|a| \geq a$ ; 3.  $|a| \geq -a$ ; 4.  $|-a| = |a|$ ; 5.  $|a| = |b| \Rightarrow a = \pm b$ ;

6.  $|a|^2 = a^2$ ; 7.  $|ab| = |a||b|$ ; 8.  $\frac{|a|}{|b|} = \frac{|a|}{|b|}$  ( $b \neq 0$ ); 9.  $|a+b| \leq |a| + |b|$ ;

10.  $|a-b| \geq |a| - |b|$ ; 11.  $|a-b| \leq |a| + |b|$ ; 12.  $|a| > c$  ( $c > 0$ )  $\Leftrightarrow \begin{cases} a > c, \\ a < -c. \end{cases}$

13.  $|a| < c$  ( $c > 0$ )  $\Leftrightarrow -c < a < c$ .

Мисоллар: 1)  $4 \cdot |a| + 8 - a$  ни  $a = -2$  да ҳисобланг.

Ечиш:  $4 \cdot |-2| + 8 - (-2) = 4 \cdot 2 + 8 + 2 = 8 + 10 = 18$ .

2)  $|3 - |2 - 5| - 5 + 2|5 - 2||$  ни ҳисобланг.

Ечиш:

$$|3 - |2 - 5| - 5 + 2|5 - 2|| = |3 - |-3| - 5 + 2 \cdot 3| = |3 - 3 - 5 + 2 \cdot 3| = |-5 + 6| = |-1| = 1.$$

3)  $|x| - 2x + 3|-x|$  ни соддалаштиринг.

Ечиш:  $|x| - 2x + 3|-x| = |x| - 2x + 3|x| = 4|x| - 2x = \begin{cases} 2x, & \text{агар } x \geq 0, \\ -6x, & \text{агар } x < 0. \end{cases}$

4)  $|6| > 3 \Leftrightarrow 6 > 3$ ;  $|-15| > 5 \Leftrightarrow -15 < -5$ ;  $|a| > 3 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 3, \\ a < -3; \end{cases}$

5)  $|7| < 9 \Leftrightarrow -9 < 7 < 9$ ;  $|-8| < 14 \Leftrightarrow -14 < -8 < 14$ ;  $|a| \leq 4 \Leftrightarrow -4 \leq a \leq 4$ .

6)  $|5-3| \geq |5|-|3| \Leftrightarrow |2| \geq 5-3 \Leftrightarrow 2 = 2$ ;  $|6-13| \geq |6|-|13| \Leftrightarrow |-7| \geq 6-13 \Leftrightarrow 7 > -7$ .

7)  $|8+2| \leq |8|+|2| \Leftrightarrow |10| \leq 8+2 \Leftrightarrow 10 = 10$ ;  $|-7+14| \leq |-7|+|14| \Leftrightarrow |7| \leq 7+14 \Leftrightarrow 7 < 21$ .

## 12-§. Бутун ва рационал сонлар тўплами. Иррационал, ҳақиқий сонлар ҳақида тушунча.

**1-Таъриф.** Натурал сонлар, уларга қарама-қарши сонлар ва нол сони бутун сонлар тўпламини ташкил қилади, уни  $Z$  билан белгилаймиз, яъни  $Z = \{-N, 0, N\} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$ .

**2-Таъриф.** Нол билан тўлдирилган натурал сонлар тўплами манфий бўлмаган сонлар тўплами дейилади ва  $Z_0$  билан белгиланади, яъни  $Z = \{0, N\} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ .

**3-Таъриф.** Бутун ва каср сонлар рационал сонлар дейилади ва  $Q$  билан белгиланади.

1) Ихтиёрий рационал сонни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$Q = \left\{ \frac{p}{q} : p \in Z, q \in N \right\}.$$

2) Агар  $\frac{p}{q}$  касрнинг махражи  $q = 0$  бўлса, у ҳолда каср маънога эга эмас.

3) Ҳар бир рационал сонга координата тўғри чизигида ягона нуқтани мос қўйиш мумкин.

Масалан:  $3 \rightarrow A(3)$ ;  $\frac{1}{2} \rightarrow B\left(\frac{1}{2}\right)$ ;  $-\frac{3}{4} \rightarrow C\left(-\frac{3}{4}\right)$ ; умуман  $x \rightarrow A(x), x \in Q$ .

### 12.1 . Рационал сонларни таққослаш

Берилган икки сонлардан координата тўғри чизигида ўнгда жойлашгани каттадир.

Демак, хулосалар:

а) ҳар қандай манфий сон нолдан кичик:  $-5 < 0$ ;  $-3,8 < 0$ ;  $-1500 < 0$ ;

б) ҳар қандай мусбат сон нолдан ва ҳар қандай манфий сондан каттадир:  $4 > -5,1$ ;  $5,8 > 0$ ;  $135 > -135$ ;

в) икки манфий сондан қайси бирининг модули кичик бўлса, ўшаниси катта бўлади:



$$-5 > -21, \text{ чунки } |-21| > |-5| \Rightarrow 21 > 5;$$

$$-2,5 > -350, \text{ чунки } |-350| > |-2,5| \Rightarrow 350 > 2,5.$$

## 12.2 . Рационал сонлар устида арифметик амаллар

**1.Рационал сонларни қўшиш:** а) Бир хил ишорали иккита сонни қўшиш учун уларнинг абсолют қийматларини (модулларини) қўшиб, йиғиндининг олдига уларнинг ишорасини қўйиш керак.

Масалан:

$$(+4) + (+5) = +(4+5) = 9;$$

$$(-9) + (-2) = -(9+2) = -11;$$

$$(-2,3) + (-3,8) = -(2,3+3,8) = -6,1;$$

$$\left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{7}{8}\right) = -\left(\frac{1}{3} + \frac{7}{8}\right) = -\frac{29}{24} = -1\frac{5}{24}.$$

б) Қарама-қарши ишорали иккита сонни қўшиш учун, абсолют қиймати (модули) каттасидан кичигини айириш ва айирманинг олдига абсолют қиймати катта бўлган соннинг ишорасини қўйиш керак.

Масалан:

$$4 + (-10) = -(10 - 4) = -6;$$

$$3,2 + (-1,2) = +(3,2 - 1,2) = 2;$$

$$\left(-\frac{6}{7}\right) + \frac{1}{5} = -\left(\frac{6}{7} - \frac{1}{5}\right) = -\frac{23}{35}.$$

в) Қарама-қарши сонлар йиғиндиси нолга тенг ва аксинча йиғиндиси нолга тенг бўлган икки сон ўзаро қарама-қарши сонлардир.

Масалан:

$$7 + (-7) = 7 - 7 = 0; \quad 3,8 - 3,8 = 0; \quad -\frac{13}{15} + \frac{13}{15} = 0.$$

г) Қўшилувчилардан бири нолга тенг бўлса, у ҳолда йиғинди иккинчи қўшилувчига тенг бўлади.

Масалан:

$$20 + 0 = 20; \quad 0 + (-11) = -11; \quad -\frac{37}{18} + 0 = -\frac{37}{18}.$$

**2.Рационал сонларни айириш:**  $a$  сонидан  $b$  сонни айириш учун  $a$  сонига  $b$ га қарама-қарши бўлган  $-b$  сонини қўшиш керак, яъни  $a - b = a + (-b)$ .

Масалан:

$$(-25) - (+5) = (-25) + (-5) = -(25+5) = -30;$$

$$(-4,2) - (-2) = (-4,2) + (+2) = -(4,2-2) = -2,2;$$

$$\left(+\frac{3}{4}\right) - \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{3}{4} + \frac{2}{3} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}.$$

### 3.Рационал сонларни кўпайтириш ва бўлиш:

а) Бир хил ишорали икки соннинг кўпайтмаси (бўлинмаси) мусбат сон бўлади, яъни

$$\begin{aligned} + \cdot + &= +; & + : + &= +; \\ - \cdot - &= +; & - : - &= +. \end{aligned}$$

Масалан:  $(-5) \cdot (-3) = 15$ ;  $(-15) : (-5) = 3$ ;  $\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} = \frac{4}{21}$ ;  $\frac{2}{3} : \frac{4}{3} = \frac{1}{2}$ .

б) Ҳар-хил ишорали икки сон кўпайтмаси (бўлинмаси) манфий сон бўлади, яъни

$$\begin{aligned} - \cdot + &= -; & - : + &= -; \\ + \cdot - &= -; & + : - &= -. \end{aligned}$$

Масалан:  $(-5) \cdot (+2) = -10$ ;  $(-20) : (+10) = -2$ ;  $5 \cdot (-3) = -15$ ;  $\frac{2}{3} : \left(-\frac{5}{3}\right) = -\frac{2}{5}$ .

в) Бир нечта сонларни кўпайтирганда ёки бўлганда манфий ишоралар сони жуфт (тоқ) бўлса, у ҳолда натижа мусбат (манфий) бўлади.

Масалан: а)  $(-3) \cdot (+4) \cdot (-3) : (-2) = -18$ ;

б)  $27 : (-3) : (-9) \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) (-0,5) = \frac{2}{15}$ ;

в)  $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) \cdot \left(+\frac{3}{4}\right) : (+5) = -\frac{1}{16}$ .

г) Кўпайтувчилардан камида биттаси нолга тенг бўлса, кўпайтма нолга тенг бўлади.

Масалан:  $0 \cdot (-15) = 0$ ;  $20 \cdot 0 = 0$ ;  $2,5 \cdot 0 \cdot \left(-\frac{3}{8}\right) = 0$ .

д) Нолнинг ҳар қандай нолдан фарқли сонга нисбати нолга тенг, яъни  $\frac{0}{a} = 0$ , агар  $a \neq 0$  бўлса.

е) Ҳар қандай соннинг нолга нисбати мавжуд эмас, яъни  $\frac{a}{0}$  – мавжуд эмас, бу ерда  $a(a \neq 0)$  – рационал сон.

ж) Нолнинг нолга нисбати аниқмасдир, яъни  $\frac{0}{0}$  – аниқмасдир.

**4-Таъриф.**  $\frac{p}{q}$  кўринишида ёзиб бўлмайдиган (ихтиёрий чексиз ўнли даврий бўлмаган) сонларга иррационал сонлар дейилади.

Масалан:  $0,83873362\dots$ ;  $1,1011011111011110\dots$ ;  $-1,4142135\dots$ ;

$$\pi = 3,1415926535\dots, \quad e = 2,718281828459\dots$$

**5-Таъриф.** Рационал ва иррационал сонларга ҳақиқий сонлар дейилади ва  $R = (-\infty; +\infty)$  кўринишида белгиланади.

**6-Таъриф.** Агар  $a \in [0; +\infty)$  бўлса, у ҳолда  $a$  сонига номанфий сон дейилади.

### 12.3. Соннинг бутун ва каср қисмлари.

**7-Таъриф.**  $a$  сонининг бутун қисми деб,  $a$  сонидан ошмайдиган энг катта бутун сонга айтилади.

Масалан: 3.5 сонининг бутун қисми 3 га тенг; 4 сонининг бутун қисми 4 га тенг; - 4,3 сонининг бутун қисми - 5 га тенг; - 6 сонининг бутун қисми -6 га тенг.

$a$  сонининг бутун қисмини  $[*]$  белги билан белгиланади, яъни  $[a]$ .

Масалан:  $[8,3]=8$ ;  $[-2,7]=-3$ ;  $[2\frac{1}{3}]=2$ .

**8-Таъриф**  $a$  сонининг каср қисми деб,  $a - [a]$  айирмага айтилади ва  $\{a\}$ , белги билан белгиланади.

Масалан:  $\{3,1\}=3,1-3=0,1$ ;  $\{-3,2\}=-3,2-(-4)=0,8$ ;

$\{10,1\}=0,1$ ;  $\{-4,7\}=0,3$ ;  $\{-4\}=0$ ;  $\{3\frac{2}{5}\}=\frac{2}{5}$ .

**Мисоллар:** 1)  $[-3,2]+[-1,4]-\{4,9\}+[5,2]$  ни ҳисобланг.

Ечиш: 7 ва 8 таърифларга кўра  $[-3,2]=-4$ ,  $\{-1,4\}=0,6$ ,  $\{4,9\}=0,9$ ,  $[5,2]=5$  га тенг. Демак,  $[-3,2]+[-1,4]-\{4,9\}+[5,2]=-4+0,6-0,9+5=0,7$ .

Жавоб: 0,7.

2) Агар  $a > \frac{1}{2}$  бўлса, у ҳолда  $\frac{1}{a}$  нинг бутун қисмини топинг.

Ечиш: Агар  $a > 1$  бўлса, у ҳолда  $0 < \frac{1}{a} < 1$  бўлади ва  $[\frac{1}{a}]=0$  тенг. Агар  $a=1$

бўлса, у ҳолда  $\frac{1}{a}=1$  бўлиб, унинг бутун қисми 1 га тенг. Агар  $\frac{1}{2} < \frac{1}{a} < 1$

бўлса, у ҳолда  $1 < \frac{1}{a} < 2$  бўлиб, унинг бутун қисми 1 га тенг, яъни  $[\frac{1}{a}]=1$ .

Жавоб:  $[\frac{1}{a}] = \begin{cases} 1, & \text{агар } \frac{1}{2} < a \leq 1, \\ 0, & \text{агар } a > 1 \end{cases}$

### 13-§. Қавсларни очиш қоидалари

1. Қўшиш ва айириш ишоралари билан бирлаштирилган бир нечта ифодаларга алгебраик йиғинди дейилади, яъни  $a + (-b) + c = a - b + c$ .

2. Агар қавс олдида "плюс" ишораси қўйилса, қавс ичидаги ҳадлар ўзинининг ишораси билан ёзилади, яъни

1)  $a + (b + c) = a + b + c$ ;

2)  $a + (b - c) = a + b - c$ ;

3)  $15 + (7 - 13 + 5) = 15 + 7 - 13 + 5 = 14$ .

3. Агар қавс олдида "минус" ишораси қўйилса, қавс ичидаги ҳадлар қарама-қарши ишора билан ёзилади, яъни

1)  $a - (b + c) = a - b - c$ ;

- 2)  $a - (b - c) = a - b + c$ ;  
 3)  $13 - (2 - 4 - 8) = 13 - 2 + 4 + 8 = 23$ .

### ЎТИЛАГАН МАВЗУЛАР БЎЙИЧА ТЕСТ-1

- Қуйидаги сонлардан қайсилари 5 ва 9 га бўлинади:  
 А) 125. В) 171. С) 465. Д) 280. Е) 490.
- $x = 32112$ ,  $y = 3,2 \cdot 10^3$ ,  $z = 102588$  сонлардан қайсилари 12 га қолдиқсиз бўлинади.  
 А) фақат  $x$ . В) фақат  $y$ . С)  $x$  ва  $y$ . Д)  $x$  ва  $z$ . Е) фақат  $z$ .
- Беш хонали  $24x5y$  сонни 5 ва 11 га бўлганда қолдиқ 1 бўлса,  $x$  нинг олиши мумкин бўлган қийматлар йиғиндисини топинг.  
 А) 5. В) 6. С) 7. Д) 8. Е) 9.
- Ушбу  $\overline{12x347x}$  кўринишдаги 8 га қолдиқсиз бўлинадиган сонни топинг.  
 А) 1223472. В) 1233473. С) 1243474. Д) 1283478. Е) 1203470.
- $(21738 + 819253) \cdot 713781$  сонини 9 га бўлгандаги қолдиқ нимага тенг.  
 А) 7. В) 1. С) 6. Д) 0. Е) 5.
- Сонларнинг энг катта умумий бўлувчисини топинг: 108, 162 ва 243.  
 А) 54. В) 36. С) 28. Д) 27. Е) 48.
- $X = \{m; n; k; l\}$ ,  $Y = \{m; n; l\}$ ,  $P = \{m; p\}$  тўпламлар учун қайси ёзув тўғри.  
 А)  $X \subset Y$ . В)  $P \subset Y$ . С)  $P \subset X$ . Д)  $Y \subset P$ . Е)  $Y \subset X$ .
- Икки соннинг йиғиндис 459. Улардан бири иккинчисидан 8 марта кичик. Шу соннинг кичигини топинг.  
 А) 49. В) 51. С) 52. Д) 48. Е) 36.
- $\left(5\frac{3}{4} - 4\frac{8}{9}\right) \cdot 2 + 67\frac{1}{2} : 2\frac{1}{7}$  ни ҳисобланг.  
 А)  $24\frac{1}{3}$ . В)  $33\frac{2}{9}$ . С)  $36\frac{1}{9}$ . Д)  $31\frac{1}{3}$ . Е)  $28\frac{2}{3}$ .
- Баҳоси 15% арзонлаштирилгандан сўнг коптокнинг нархи 1445 сўм бўлди. Арзонлашмасдан олдин копток неча сўм турган.  
 А) 1650. В) 1880. С) 1700. Д) 1750. Е) 2000.
- $-36 : 25 - (-2,4 + 2,7 \cdot 0,3)$  ни ҳисобланг.  
 А) 0,15. В) -4,65. С) -3,03. Д) -7,14. Е) -1,44.
- $0,41(6) + 0,333\dots$  ни ҳисобланг.  
 А) 0,25. В) 0,75... С) 0,75. Д) 4,5. Е)  $\frac{25}{66}$ .
- $x = \frac{23}{27}$ ,  $y = \frac{33}{37}$ ,  $z = \frac{73}{77}$  сонлари учун қуйидагилардан қайси бири тўғри?  
 А)  $x < z < y$  В)  $y < x < z$  С)  $z < x < y$  Д)  $z < y < x$  Е)  $x < y < z$ .

14.  $x:1\frac{1}{2}=1,5:1$  дан  $x$  ни топинг.

- A) 1.    B)  $\frac{18}{8}$ .    C) 1,5.    D)  $\frac{4}{9}$ .    E)  $\frac{8}{18}$ .

15.  $\frac{1}{2} < \frac{n}{24} < \frac{3}{4}$  тенгсизликни қаноатлантирувчи нечта турли  $n$  бутун сон бор?

- A) 5.    B) 6.    C) 7.    D) 8.    E) 9.

16. 8,25,  $y$ , 6,45 сонларининг ўрта арифметиги 5 га тенг бўлса,  $y$  сонини топинг.

- A) 29,7    B) 0,3    C) -0,7    D) 0,7    E) -0,3.

17. Температураси  $50^\circ$  бўлган 9 литр сувга температураси  $70^\circ$  бўлган 5 литр суоқлик қуйилди. Аралашманинг температурасини топинг.

- A)  $0^\circ$     B)  $18^\circ$     C)  $24^\circ$     D)  $32^\circ$     E)  $-5^\circ$ .

18.  $a = 0,38(37)$ ,  $b = 0,2788127881\dots$ ,  $c = 0,8387232322\dots$ ,  $d = \frac{1}{\pi} - 1$  сонлардан қайсилари иррационал сонлар ҳисобланади.

- A)  $a, b$     B)  $a, b, c$     C)  $b, c, d$     D)  $c, d$     E)  $c$ .

19.  $\frac{0,48 \cdot 0,75 + 0,52 \cdot 1\frac{1}{3}}{(0,(3) + 0,(6)) \cdot 0,012} + 0,001$  ни ҳисобланг.

- A) 0,009    B) 0,01    C) 0,91    D) 0,019    E) 1.

20. -1,5 сонга тесқари сон билан 0,(3) сонларининг йиғиндисини топинг.

- A) 0,(3)    B) -0,3    C) -0,(3)    D) -1    E)  $-\frac{7}{6}$ .

## I БОБНИ МУСТАҲҚАМЛАШ УЧУН МАШҚЛАР

1. Қуйидаги берилган сонлардан қайсилари 2 га, 3 га, 4 га, 8 га, 5 га, 9 га, 10 га қолдиқсиз бўлинади:  
48,96,125,190,480,2025,5184,230050,1080,11223344.
2. Ушбу  $7|x|y$  кўринишидаги 45 га қолдиқсиз бўлинадиган сонларни топинг.
3. Ушбу  $5|7ху$  кўринишидаги 6 ва 9 га қолдиқсиз бўлинадиган сонларни топинг.
4. Ушбу  $18 + 4x^5$  йиғинди 9 га қолдиқсиз бўлинадиган  $x$  рақамининг энг кичигини топинг.
5. Агар  $A = \{3,4,5,8,9\}$ ,  $B = \{1,2,3,5,10,12\}$ ,  $C = \{2,4,10,12,13\}$  бўлса,  $A \cap B, A \cup B, A \setminus B, B \setminus A, A \cup B \cup C, A \cup B \cap C, A \cap B \cap C, A \cap B \cup C$  тўпламларни аниқланг.
6. Агар  $A = \{10,15,20,25\}$ ,  $D = \{2,6,8,10,12\}$ ,  $C = \{1,2,3,4,5,6\}$  бўлса,  $A \cup A, B \cap B, (A \cup B) \cup C, (A \cap B) \cap C, (A \setminus B) \setminus C$  ни топинг.
7. Агар  $A = \{1,2,3,5,6,9,10\}$  бўлса, қисм тўпламлар тузинг.
8.  $X = \{m, n, k^2, l\}$ ,  $Y = \{k^2, l, p\}$ ,  $P = \{m, n, l\}$  тўпламлар учун 1)  $X \subset Y$ , 2)  $P \subset Y$ , 3)  $P \subset X$ , 4)  $P \subset X$ , 5)  $Y \subset P$  ёзувларнинг қайси бири тўғри?
9. Қуйидаги сонларнинг энг катта умумий бўлувчиси (ЭКУБ) ни топинг.  
а) 30 ва 36                      в) 144 ва 72                      д) 1360 ва 2700  
б) 225 ва 75                      г) 16,24 ва 48                      е) 216 ва 864.
10. Қуйидаги сонларнинг энг катта умумий карралиси (ЭКУК) ни топинг.  
а) 108,216 ва 135                      в) 45 ва 270                      д) 70,80 ва 90  
б) 27 ва 63                      г) 25 ва 38                      е) 13,31 ва 26.
11. Қуйидаги сонларнинг ЭКУБ ни ЭКУК га нисбатини топинг.  
а) 70,35 ва 280                      в) 24,54 ва 108                      д) 35 ва 17  
б) 10,25 ва 40                      г) 45 ва 105                      е) 25 ва 125.
12. Амалларни бажаринг.

а)  $\frac{(0,8 - 0,47)(0,8 + 0,47) + (1 + 0,6)(1 - 0,6)}{0,4191} ;$                        $\frac{1,6}{1,6}$

б)  $\left[ \left( 95 \frac{7}{30} - 93 \frac{5}{18} \right) \cdot \frac{9}{4} + 0,373 \right] : 0,2;$

в)  $\left( 1 \frac{1}{12} + 2 \frac{5}{32} + \frac{1}{24} \right) \cdot 9 \frac{3}{5} + 2,13 : 0,4;$

г)  $\left( 6 \frac{3}{5} - 3 \frac{3}{14} \right) \cdot 5 \frac{5}{6} : (21 - 1,25) \cdot 2,5;$

д)  $\frac{12,8 : 0,64 + 3,05 : 0,05}{8 \frac{2}{3} : 1 \frac{4}{9} - 1};$                       е)  $\frac{203,4 : 9 - (5,39 - 7,39)}{\frac{3}{14} \frac{7}{9} - \frac{1}{3}}.$

13. Ҳисобланг.

$$\text{а) } \frac{\left(2\frac{3}{20} + 1\frac{5}{16}\right) : 27,7}{\left(1,75 \cdot \frac{2}{3} - 1,75 \cdot 1\frac{1}{8}\right) : \frac{7}{12}} + \frac{2}{11};$$

$$\text{б) } \left(\frac{1}{4} - \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{9}}{1}\right) : \left(\frac{2}{3} + \frac{\frac{7}{15}}{\frac{2}{5} - \frac{1}{6}}\right);$$

$$\text{в) } 3\frac{1}{5} : \left[\left(1\frac{1}{4} + 2,5\right) \cdot 3,2\right] + \left[4,25 : \left(4\frac{1}{4} \cdot \left(5,25 - 1\frac{1}{2}\right)\right)\right] \cdot 2;$$

$$\text{г) } \frac{-4,89 - 4,65 \cdot \frac{4}{5} + 3\frac{3}{5} : 14,4 + 4,25 : \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot (-3,2)}{\left(-\frac{11}{40} - 7,725\right) \cdot \frac{3}{5} : (-0,6)};$$

$$\text{д) } \frac{\left[-2,4 \cdot 3\frac{3}{4} + 4\frac{2}{11} \cdot 4,125\right] \cdot 2}{-5\frac{5}{6} \cdot 2\frac{4}{7}} + (-3,6) : \left(68,1 : 7,5 - 8\frac{17}{20} + 2\frac{1}{50}\right) + 4\frac{5}{6} \cdot \frac{33}{58};$$

14. Чексиз ўнли касрни оддий касрга айлантинг.

а) 0,(31);    б) -2,(412);    в) 3,1(45);    г) 0,412(5);

д) 12,4(13);    е) 2,3222...;    ж) -0,888...

15. Оддий касрни ўнли даврий касрга айлантинг.

а)  $1\frac{7}{9}$ ;    б)  $\frac{3}{41}$ ;    в)  $\frac{11}{31}$ ;    г)  $1\frac{3}{13}$ ;    д)  $-1\frac{19}{132}$ ;    е)  $5\frac{101}{120}$ ;    ж)  $\frac{4}{7}$ .

16. Қуйидаги сонларни таққосланг.

а) 0,22(23) ва 0,2223;    б)  $\frac{1}{7}$  ва 0,1428(57);

в)  $-2\frac{2}{3}$  ва -2,67;    г)  $-\frac{7}{6}$  ва -1,16667.

17. Амалларни бажаринг.

а)  $4\frac{1}{3} + 0,(7) + 2,1(3) - 2,25$ ;

б)  $[0,(5) \cdot 0,(2)] : \left(3\frac{1}{3} : \frac{33}{25}\right) - \left(\frac{2}{5} \cdot 1\frac{1}{3}\right) : \frac{4}{3}$ ;

в)  $\left(0,7555... - \frac{7}{15}\right) : 0,1555...;$

г)  $3\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{49} - \left(2,(4) \cdot 2\frac{5}{11}\right) : \left(-\frac{42}{5}\right)$ .

18. Ҳисобланг.

$$а) \frac{\left(2\frac{3}{20} + 1\frac{5}{16}\right) : 27,7}{\left(1,75 \cdot \frac{2}{3} - 1,75 \cdot \frac{1}{8}\right) : \frac{7}{12}} + \frac{2}{11};$$

$$б) \left(\frac{1}{4} - \frac{4}{9}\right) : \left(\frac{1}{9}\right) : \left(\frac{2}{3} + \frac{7}{5} - \frac{1}{6}\right);$$

$$в) 3\frac{1}{5} : \left[\left(1\frac{1}{4} + 2,5\right) \cdot 3,2\right] + \left[4,25 : \left(4\frac{1}{4} \cdot \left(5,25 - 1\frac{1}{2}\right)\right)\right] \cdot 2;$$

$$г) \frac{-4,89 - 4,65 \cdot \frac{4}{5} + 3\frac{3}{5} : 14,4 + 4,25 : \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot (-3,2)}{\left(-\frac{11}{40} - 7,725\right) \cdot \frac{3}{5} : (-0,6)};$$

$$д) \frac{\left[-2,4 \cdot 3\frac{3}{4} + 4\frac{2}{11} \cdot 4,125\right] \cdot 2}{-5\frac{5}{6} \cdot 2\frac{4}{7}} + (-3,6) : \left(68,1 : 7,5 - 8\frac{17}{20} + 2\frac{1}{50}\right) + 4\frac{5}{6} \cdot \frac{33}{58};$$

19. Чексиз ўнли касрни оддий касрга айлантинг.

- а) 0,(31);    б) -2,(412);    в) 3,1(45);    г) 0,412(5);  
 д) 12,4(13);    е) 2,3222...;    ж) -0,888...

20. Оддий касрни ўнли даврий касрга айлантинг.

- а)  $1\frac{7}{9}$ ;    б)  $\frac{3}{41}$ ;    в)  $\frac{11}{31}$ ;    г)  $-1\frac{3}{13}$ ;    д)  $-1\frac{19}{132}$ ;    е)  $5\frac{101}{120}$ ;    ж)  $\frac{4}{7}$ .

21. Қуйидаги сонларни таққосланг.

- а) 0,22(23) ва 0,2223;    б)  $\frac{1}{7}$  ва 0,1428(57);  
 в)  $-2\frac{2}{3}$  ва -2,67;    г)  $-\frac{7}{6}$  ва -1,16667.

22. Амалларни бажаринг.

- а)  $4\frac{1}{3} + 0,(7) + 2,1(3) - 2,25$ ;    б)  $[0,(5) \cdot 0,(2)] : \left(3\frac{1}{3} : \frac{33}{25}\right) - \left(\frac{2}{5} \cdot 1\frac{1}{3}\right) : \frac{4}{3}$ ;  
 в)  $\left(0,7555... - \frac{7}{15}\right) : 0,1555...;$     г)  $3\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{49} - \left(2,(4) \cdot 2\frac{5}{11}\right) : \left(-\frac{42}{5}\right);$



$$д) \left[ \left( 0,666\dots + \frac{1}{3} \right) : 0,25 \right] : (0,12333\dots : 0,0925) + (12,5 \cdot 0,64 + 0,1(6) + 0, (3)).$$

23. Куйидаги сонларга тескари сонларни топинг.

а) 3, 8, 13, -25, -101, 225;

б)  $\frac{1}{7}, \frac{3}{4}, -\frac{8}{13}, \frac{9}{37}, \frac{33}{12}, -\frac{57}{47}$ ;

в)  $5\frac{3}{4}, -12\frac{1}{4}, -1\frac{1}{99}, 2\frac{24}{25}, 10\frac{1}{10}$ ;

г) 0,5; -2,31; -3,75; 11,3; 105,5.

24. Нисбатнинг номаълум ҳадини топинг.

а)  $\frac{3}{14} : x = 3\frac{1}{2}$ ; б)  $x : 5\frac{5}{7} = \frac{20}{21}$ ; в)  $5\frac{5}{6} : 2\frac{1}{3}x = 2\frac{1}{4}$ ; г)  $3x : \frac{12}{13} = 5\frac{1}{4}$ ;

д)  $2,5 : 3,75x = 1\frac{1}{2}$ ; е)  $0,125x : \frac{8}{7} = 5$ ; ж)  $\left( x + 2\frac{1}{3} \right) : \frac{2}{5} = 15$ .

25. Пропорциянинг номаълум ҳадини топинг.

а)  $0,3x : 3\frac{1}{3} = 6 : 1,5$ ; б)  $x : \left( -1\frac{1}{3} \right) = \frac{3}{4} : 2\frac{1}{3}$ ; в)  $\left( 1\frac{3}{7} - 2\frac{1}{4} \right) : 3\frac{1}{3}x = \frac{2}{3} : \frac{28}{9}$ ;

г)  $5,4 : 2,4 = x : 1,6$ ; д)  $-\frac{3\frac{1}{2}}{x} = -\frac{5\frac{1}{2}}{-2\frac{1}{4}}$ ; е)  $\frac{x}{0,25} = \frac{3\frac{1}{2}}{-0,35}$ .

26. Куйидаги сонлар неча процентга тенг.

а) 0,37; б) 0,125; в) 2,7; г) 1,75; д) 2,003.

27. Куйидаги процентларни каср кўринишида ифодаланг.

а) 75%; б) 100%; в) 7,5%; г) 0,053%; д) 5%.

28. Топинг:

а) 100 нинг 1% ини; б) 45 нинг 20% ини;

в) 500 нинг 6% ини; г) 1,5 нинг 10% ини;

д) 450 нинг 120% ини; е)  $\frac{5}{8}$  нинг 20% ини.

29. Сонларни топинг:

а) 4% и 75 га тенг; б) 10% и 60 га тенг;

в)  $18\frac{1}{3}$  % и 3 га тенг; г) 125% и 25 га тенг;

д) 1,25% и 55 га тенг; е)  $16\frac{2}{3}$  % и 2,5 га тенг.

30. Сонларнинг процент нисбатини топинг:

а) 32 нинг 64 га; б) 4,23 нинг 85 га;

в) 12,63 нинг 2,01 га; г) 5,4 нинг 0,86 га;

д) 3 нинг 0,006 га; е) 0,25 нинг 0,1 га.

31. Синф ўқувчиларининг 30% и ва яна 5 нафари музейга,  $\frac{3}{8}$  қисми ва қолган 8 киши театрда боришди. Синфда неча нафар ўқувчи бор?

32. Ишчининг ойлик маоши 15% ортгандан кейин 16100 сўм бўлди. Дастлаб ишчининг ойлик маоши неча сўм бўлган?
33. Жамғарма банкка 3000 сўм пул йилига 120% фойда билан омонатга қўйилди. Бир йилдан сўнг пул олинмади ва иккинчи йилга қолдирилди. Икки йилдан кейин бу пул неча сўм бўлди?
34. 120 сонининг  $66\frac{2}{3}\%$  и унинг  $\frac{1}{3}$  қисмидан неча марта катта бўлади?
35. Уч синфдош копток сотиб олишмоқчи бўлишди. Улардан бири копток нархининг 25% ини, иккинчиси 40% ини ва учинчиси 42 сўм тўлади. Копток неча сўм туради?
36. Ўрик қуритилганда унинг 18% оғирлиги қолади. 54 кг туршак олиш учун неча кг ўрик керак бўлади?
37. Учта соннинг ўрта арифметици 32,5 га тенг. Биринчи сон иккинчисидан 50% ортиқ, иккинчиси учинчисининг 64% ини ташкил этади. Шу сонларни топинг.
38. Музқаймоқнинг 70% и сув бўлиб, қолган қисмининг ярми сариеғ. 6 кг сариеғдан қанча музқаймоқ тайёрлаш мумкин?
39. Завод планда белгиланган 840 трактор ўрнига 903 трактор ишлаб чиқарди. Завод плани неча процент ошириб бажарган?
40. Рақамларининг ўринларини алмаштирилганда қиймати 75% га ортадиган икки хонали натурал сонлар неча?
41. Ходимнинг ойлик маоши кетма-кет икки марта бир хил процентга оширилгандан сўнг дастлабки маошдан 69%га ошган бўлса, маош ҳар гал неча процентга оширилган?
42. Дўконга 96 т картошка келтирилди. Агар картошканинг 70% и сотилган бўлса, дўконда қанча картошка қолган?
43. Сутнинг ёғлилиги 4,2%. Шунда 450 кг сутда қанча ёғ бор?
44. Ифодалар қийматларини таққосланг:
- а)  $|8,63| - |3|$  ва  $|8,63| - |-3|$ ;      б)  $|6\frac{4}{7} + 3,2|$  ва  $|3,2| + |-6\frac{4}{7}|$ ;
- в)  $|4,34 - 3\frac{1}{5}|$  ва  $|-4,34| - |3\frac{1}{5}|$ ;      г)  $|-2\frac{2}{3}| \cdot |-15|$  ва  $|-2\frac{2}{3}| \cdot |-15|$ ;
- д)  $|-8,1| - |3,7|$  ва  $|-8,1 + 3,7|$ ;      е)  $|+9,3| - |-7,4|$  ва  $|9,3 + 7,4|$ .
40. 48 ни 4:8:12; 1:2:3; 6:12:18; 9:18:27 каби нисбатда бўлинг.
41. Жамила буви 32 та конфетни набираларига 1:1:1:  $\frac{2}{3} : \frac{3}{2} : 2$  нисбатда бўлиб берди. Ҳар бир набира неча донадан конфет олган?
42. 24 ни 3,8,1 сонларига тўғри пропорционал қилиб учта бўлакка ажратинг.
43. 12 сонини шундай икки бўлакка ажратингки, уларнинг нисбати 1:2 каби бўлсин.
44. Қуйидаги сонларнинг бутун ва каср қисмларини аниқланг.
- а) -8,1; б) 13,7    в)  $\frac{7}{3} + 0, (21)$ ; г)  $\frac{3\pi}{2}$ ; д)  $\pi + e$ ; е)  $\{8,7\} - \{6,8\}$ ; ж)  $-\frac{21}{6} + 4, (2)$ .

## II БОБ. АЛГЕБРАИК ИФОДАЛАР

### 1-§. Натурал кўрсаткичли даража ва унинг хоссалари

1-Таъриф.  $a$  сонининг  $n$  кўрсаткичли даражаси деб, ҳар бири  $a$  га тенг бўлган кўпайтувчининг кўпайтмасига айтилади:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ марта}}$$

бу ерда  $a$  – даражанинг асоси,  $n$  – даража кўрсаткичи.

Масалан:

$$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 9 \cdot 9 = 81,$$

бу ерда 3 – даражанинг асоси, 4 – даража кўрсаткичи, 81 эса  $3^4$  даражанинг қиймати.

1. Натурал кўрсаткичли даражанинг асоси исталган сон, даражаси эса фақат натурал сон бўлиши керак.

Масалан:  $5^1 = 5$ ,  $\left(\frac{1}{7}\right)^1 = \frac{1}{7}$ ,  $\left(-\frac{2}{3}\right)^1 = -\frac{2}{3}$ ,  $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{125}$ ;

$$(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32;$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{16}{81};$$

$$0,2^3 = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,008; \quad (-1)^6 = (-1)(-1)(-1)(-1)(-1)(-1) = 1;$$

$$0^5 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0; \quad 10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000.$$

2. 10 дан катта бўлган ҳар бир сонни  $a \cdot 10^n$  шаклида ёзиш мумкин. Бунда  $1 \leq a < 10$  ва  $n \in \mathbb{N}$ . Бундай ёзув соннинг стандарт шакли дейилади.

Масалан:  $4578 = 4,578 \cdot 10^3$ ;  $45,78 = 4,578 \cdot 10$ ;  $103000 = 1,03 \cdot 10^5$ .

3. Натурал кўрсаткичли даражанинг хоссалари.

1-хосса. Бир хил асосли даражаларни кўпайтиришда асос ўзгармасдан қолади, даража кўрсаткичлари эса қўшилади:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

Масалан:  $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$ ;  $(-3)^3 \cdot (-3)^4 = (-3)^{3+4} = (-3)^7 = (-3)^6 \cdot 3^6 = 729 \cdot 3^6$ .

2-хосса. Бир хил асосли даражаларни бўлишда асос ўзгармасдан қолади, даража кўрсаткичлар эса айрилади:

$$a^m : a^n = a^{m-n}.$$

Масалан:

$$(0,5)^5 : (0,5)^2 = (0,5)^{5-2} = 0,5^3 = 0,125; \quad \left(\frac{1}{3}\right)^6 : \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{6-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}.$$

3-хосса. Даражани даражага кўтаришда асос ўзгармасдан қолади, даража кўрсаткичлар эса ўзаро кўпайтирилади:

$$(a^m)^n = a^{mn}.$$

Масалан:  $(2^3)^2 = 2^3 \cdot 2^3 = 2^{3+3} = 2^6$ ;  $\left(\left(1\frac{1}{3}\right)^5\right)^2 = \left(1\frac{1}{3}\right)^{10}$ ;  $((0,3)^3)^2 = (0,3)^6$ .

4-хосса. Кўпайтмани даражага кўтаришда ҳар бир кўпайтувчи шу даражага кўтарилади:

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n.$$

Масалан:

$$(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36; (3 \cdot 5)^3 = 3^3 \cdot 5^3; (-2 \cdot 7)^2 = (-2)^2 \cdot 7^2 = 2^2 \cdot 7^2.$$

5-хосса. Касрни даражага кўтаришда унинг сурат ва махражи худди шу даражага кўтарилади:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}; (b \neq 0).$$

Масалан:  $\left(\frac{5}{7}\right)^3 = \frac{5^3}{7^3}$ ;  $\left(-\frac{3}{8}\right)^5 = \frac{(-3)^5}{8^5} = -\frac{3^5}{8^5}$ .

Ҳисобланг:

$$1) \frac{(2^3)^2 \cdot 4 \cdot 3^5 \cdot 6^2}{12^2 \cdot 18^2} = \frac{2^6 \cdot 2^2 \cdot 3^5 \cdot (2 \cdot 3)^2}{(2^2 \cdot 3)^2 (2 \cdot 3^2)^2} = \frac{2^6 \cdot 2^2 \cdot 3^5 \cdot 2^2 \cdot 3^2}{2^4 \cdot 3^2 \cdot 2^2 \cdot 3^4} = \frac{2^{10} \cdot 3^7}{2^6 \cdot 3^6} = 2^4 \cdot 3 = 16 \cdot 3 = 48.$$

$$2) \frac{(c^2)^3 \cdot c^8 \cdot a^3 \cdot (ac)^4}{(a^2)^3 (c^3)^2 c} = \frac{c^6 \cdot c^8 \cdot a^3 \cdot a^4 \cdot c^4}{a^6 \cdot c^6 \cdot c} = \frac{c^{6+8+4} \cdot a^{3+4}}{a^6 \cdot c^{6+1}} = \frac{a^7 \cdot c^{18}}{a^6 \cdot c^7} = a^1 \cdot c^{11} = a \cdot c^{11}.$$

## 2-§. Бирҳад ва кўпҳад.

1-Таъриф. Сонлар ва улар устидаги амаллардан тузилган ифода сонли ифода дейилади.

Масалан:  $48:12$ ;  $2 \cdot 3 + 7$ ;  $10:2-3$ ;  $3(10^2-1)$  – сонли ифодалардир.

2-Таъриф. Сонлар ва ўзгарувчилар амал белгилари ёрдамида бирлаштирилдиган өзүз (хусусий ҳолда фақат биргина ўзгарувчи ёки сон) алгебраик ифода дейилади.

Масалан:  $7$ ;  $b$ ;  $a+3$ ;  $2m(a-3)$ ;  $(3a-2):4$  – алгебраик ифодалардир.

3-Таъриф. Кўшиш, айриш, кўпайтириш, бўлиш, даражага кўтариш амаллари ёрдамида сонлар ва ўзгарувчилардан тузилган алгебраик ифодалар рационал ифодалар дейилади. Масалан:

$$\frac{5,3}{3}; \frac{a}{8}; \frac{b^2+c}{a}; m + \frac{1}{m}; \frac{x^2+y^2}{x-y}; \frac{5}{a^2+3} - \text{рационал ифодалардир.}$$

4-Таъриф. Рационал ифодада бўлувчи таркибда ўзгарувчи бўлмаса, унга бугун ифода, ўзгарувчи бўлса, каср ифода дейилади.

Масалан:  $5$ ;  $a+b$ ;  $b^2 \cdot d$  – бутун ифодалар,

$$\frac{5}{a+3}; \frac{x^2+y^2}{x-y}; \frac{1}{m} + \frac{1}{n} - \text{каср ифодалардир.}$$

5-Таъриф. Фақат кўпайтириш ва даражага кўтариш амалларини ўз ичига олган бутун ифода бирҳад деб аталади.

Масалан:  $2$ ;  $2,1$ ;  $a$ ;  $\frac{3}{4}$ ;  $5b$ ;  $\frac{1}{4} \cdot a^2b$ ;  $-18x^3y^3z$  – бирҳадлардир;

$(a+7)^2b$  – бирҳад эмас, чунки даражанинг асосида йиғинди қатнашган,

$\frac{7a^2}{5}$  ҳам бирҳад эмас, чунки у бўлинмадан иборат. Аммо бу ифодани

$\frac{7}{5} \cdot a^2$  бирҳад кўринишида ёзиш мумкин.

$$2aabbcx; 2a^2bbacxy; 0,2a^3b^2y^2x^2 \text{ ва } \frac{1}{3}a^2\left(-\frac{3}{2}\right)ucx^2 \text{ лар бирҳадлар}$$

бўлиб, улар турли хил шаклда ёзилган.

6-Таъриф. Нолга тенг бўлмаган бирҳадда биргина соили кўпайтувчи биринчи ўринда, бирҳаддаги ҳарфий ифодалар алфавит тартибида даража кўрсаткичи орқали бир марта ёзилган бўлса, бирҳад стандарт кўринишда ёзилган дейилади.

Масалан: юқорида берилган мисолларни стандарт шаклга олиб келамиз:

$$2aabbcx = 2a^2b^2cx; 2a^2bbacxy = 2a^3b^2cxy; 0,2a^3b^2y^2x^2 = 0,2a^3b^2x^2y^2;$$

$$\frac{1}{3}a^2\left(-\frac{3}{2}\right)ucx^2 = -\frac{1}{2} \cdot a^2cx^2y.$$

7-Таъриф. Стандарт шаклдаги бирҳаднинг соили кўпайтувчиси бирҳаднинг коэффициенти дейилади.

Масалан:  $b$ ;  $175x^3y^3z$ ;  $-15abc$ ;  $1\frac{3}{5}bc^4$ ;  $0,5\alpha\beta^2$  – бирҳадлар стандарт

кўринишда бўлиб,  $1$ ;  $175$ ;  $-15$ ;  $1\frac{3}{5}$ ;  $0,5$  сонлари коэффициентлардир.

8-Таъриф. Стандарт шаклдаги бирҳадлар ўзаро тенг ёки фақат коэффициентлари билан фарқ қилса, бундай бирҳадлар ўхшаш дейилади.

Масалан:  $3a^2b$  ва  $3a^2b$ ;  $5ab$  ва  $8ab$ ;  $-\frac{1}{3}a^2b^2$  ва  $\frac{5}{8}a^2b^2$  ўхшаш

бирҳадлардир.

9-Таъриф. Ўхшаш бўлмаган бир нечта бирҳадларнинг алгебраик йиғиндиси кўпҳад дейилади.

Масалан:  $a-b$ ;  $a+b$ ;  $3x-\frac{1}{2}y$  – иккиҳад,  $ax^2+bx+c$ ,  $ay^3-by-c$ ;

$\frac{1}{3}x-\frac{3}{4}y+z$  – учҳад ва ҳаказо.

$\frac{5x^2-4xy+1}{3x}$  ифода эса кўпҳад бўла олмайди.

10-Таъриф. Кўпхадни ташкил қилувчи бирхадларга шу кўпхаднинг ҳадлари дейилади.

Масалан:  $5m^2n - 3ab + 4mn$  кўпхаднинг ҳадлари  $5m^2n$ ;  $-3ab$ ;  $4mn$  бўлади.

### 3-§. Бирхад ва кўпхаднинг хоссалари

#### 3.1. Бирхаднинг хоссалари

1. Бирхадда унинг кўпайтувчилари ўринларини алмаштириш мумкин.

Масалан:  $a5xуз = 5axуз$ ;  $b^2\left(-\frac{3}{4}\right)cb = -\frac{3}{4}b^2cd$ .

2. Бирхадда бир хил ҳарфий кўпайтувчиларни мос даражали кўпайтмага алмаштириш мумкин.

Масалан:  $10x^2y^3x^3y^2 = 10x^5y^5$ ;  $-\frac{1}{3}a^2b\left(-\frac{9}{4}\right)b^2a = \frac{3}{4}a^3b^3$ .

3. Бирхаддаги бир нечта сонли кўпайтувчини уларнинг кўпайтмаси билан алмаштириш мумкин.

Масалан:  $4a \cdot 5 \cdot 6xy = 4a \cdot 30xy$ ;  $x(-2)y^3 \cdot 4 \cdot 5z = -40xy^3z$ .

4. Бирхаднинг кўпайтувчиларидан бири нолга тенг бўлса, бундай кўпайтма нолга тенг бўлади.

Масалан:  $xy(-5) \cdot 0 = 0$ ;  $0 \cdot 5xy^2 = 0$ .

5. Бирхадда 1 кўпайтувчини ташлаб юбориш мумкин.

Масалан:  $1 \cdot x^3a^2b = x^3a^2b$ ;  $ac \cdot 1 \cdot d^2 = ad^2c$ .

6. Фақат ишораси билангина фарқ қиладиган бирхадлар қарама-қарши бирхадлар дейилади.

Масалан:  $3xy$  ва  $-3xy$ ;  $\frac{1}{3}ab$  ва  $-\frac{1}{3}ab$ .

7. Бирхаднинг даражаси деб бирхад таркибидаги барча ўзгарувчилар даража кўрсаткичларининг йиғиндисига айтилади.

Масалан: а)  $6a^2b^3c$  – бирхаднинг даражаси 6 га тенг;

б)  $-9b^4c^3$  – бирхаднинг даражаси 7 га тенг;

в)  $-\frac{8}{9}d^2$  – бирхаднинг даражаси 2 га тенг.

8. Агар бирхадда ўзгарувчи бўлмаса, у ҳолда унинг даражаси нолга тенг.

Масалан: а)  $\frac{3}{4}$  – даражаси нолга тенг;

б)  $-2,85a^0$  – даражаси нолга тенг.

#### 3.2. Кўпхаднинг хоссалари

1. Кўпхаднинг ҳадлари ўринларини алмаштириш мумкин.

Масалан:  $9x^3y^2 + 8xy^2 = 8xy^2 + 9x^3y^2$ ;  $x^2 - y^2 = -y^2 + x^2$ .

2. Кўпхадга нолдан иборат бирхад қўшилса, кўпхад ўзгармайди.

Масалан:  $x^2 + y^2 + 0 = x^2 + y^2$ ;  $5x - 6y + 0 - z = 5x - 6y - z$ .

3. Кўпхадда ўхшаш ҳадларни ихчамлаш мумкин.

Масалан:  $x^2 + xy + xy + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$ ;  $x^2 - xy + xy - y = x^2 - y$ ;

$x^3 - 2x^2y + 2xy^2 - x^2y + xy^2 + y^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 + y^3$ .

4. Кўпхаднинг ўхшаш ҳадлари ихчамлашда 0 сони ҳосил бўлса, бундай кўпхад нолга тенг кўпхад дейилади.

Масалан:  $3xy^2 - 4xy^2 + xy^2 = 4xy^2 - 4xy^2 = 0$ ;

$$5a - 4a - 2a + a = 5a - 5a = 0.$$

5. Нолга тенг бўлмаган кўпхаднинг даражаси кўпхадни ташкил этувчи бирхадларнинг энг катта даража кўрсаткичига қараб аниқланади.

Масалан:  $0,35x^2 - 4y + 5$  кўпхаднинг даражаси 2 га тенг,  $3x + 4y + 5$  кўпхад  $x$  ва  $y$  ларга нисбатан биринчи даражалидир.

## 4-§. Бирхад ва кўпхадлар устида амаллар

1. Бирхадларни кўпайтириш учун уларнинг сонли кўпайтувчиларини ва бир хил асосли даражаларини кўпайтириш керак.

Масалан:

а)  $5xy \cdot (-2x^2yb) = 5 \cdot (-2)x^{1+2}y^{1+1}b = -10bx^3y^2$ ;

б)  $\left(-\frac{4}{5}ab^2c\right) \cdot (-20a^4bx) = -\frac{4}{5} \cdot (-20)a^{1+4}b^{2+1}c \cdot x = 16a^5b^3cx$ ;

в)  $2ab\left(\frac{4}{3}a^2b^4\right)(7abc) = 2 \cdot \frac{4}{3} \cdot 7a^4b^6c = \frac{56}{3}a^4b^6c$ .

2. Бирхадни натурал даражага кўтариш учун ҳар бир кўпайтувчини шу даражага кўтариб, натижаларни бир-бирига кўпайтириш керак.

Масалан:

а)  $(5a^2b^3)^4 = 5^4 \cdot (a^2)^4 (b^3)^4 = 625a^8b^{12}$ ;

б)  $(-2a^2b)^3 = (-2)^3 (a^2)^3 b^3 = -8a^6b^3$ ;

в)  $\left(\frac{1}{2}cb^2a^5\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 c^3 (b^2)^3 (a^5)^3 = \frac{1}{8}a^{15}b^6c^3$ .

3. Бирхадни бирхадга қолдиқсиз бўлиш учун сонли кўпайтувчиларни сонли кўпайтувчиларга ва бир хил асосли даражаларни бир хил асосли даражаларга (бўлинувчининг даража кўрсаткичи бўлувчидаги даража кўрсаткичидан катта бўлиши шарт) бўлиш керак.

Масалан:

а)  $32a^3b^2 : 4a^2 = (32 : 4) \cdot (a^3b^2 : a^2) = 8ab^2$ ;

б)  $7a^3b^2c : 8ab^2 = \frac{7}{8} \frac{a^3}{a} \frac{b^2}{b^2} \cdot c = \frac{7}{8} a^2c$ ;

$$в) 1,2xy^3z^n : (-0,2xy^3z^2) = -\frac{1,2}{0,2} \cdot \frac{x}{x} \cdot \frac{y^3}{y^3} \cdot \frac{z^n}{z^2} = -6z^{n-2}.$$

Агар бўлинувчининг даража кўрсаткичи бўлувчининг даража кўрсаткичидан кичик бўлса ёки бўлувчида бўлган ўзгарувчи бўлинувчида бўлмаса, у ҳолда бирҳадни бирҳадга қолдиқсиз бўлиш мумкин эмас.

Масалан:  $15a^3b^2$  ни  $5ab^3$  ёки  $8x^2y$  ни  $4xyz$ га бўлиш мумкин эмас.

4. Ўхшаш бирҳадлар йиғиндиси бирҳаддир.

Масалан:

$$а) 0,5x^2y + 2,5x^2y = 3x^2y;$$

$$б) -\frac{1}{3}ab^2 + \frac{2}{3}ab^2 = \frac{1}{3}ab^2;$$

$$в) -4xy - \frac{1}{2}xy = -4\frac{1}{2}xy;$$

$$г) -0,9a + 0,9a = 0.$$

5. Бир нечта кўпҳадларнинг алгебраик йиғиндиси стандарт шаклдаги кўпҳад кўринишида ёзиш учун қавсларни очиш ва ўхшаш ҳадларни ихчамлаш керак.

Масалан:

$$а) (2x + 3y) + (-5x + 3y - 4) = 2x + 3y - 5x + 3y - 4 = -3x + 6y - 4;$$

$$б) (9a) - (-8b) - (3a + 6b) = 9a + 8b - 3a - 6b = 6a + 2b;$$

$$в) (4x - 5y) - (-x - 4y) + x = 4x - 5y + x + 4y + x = 6x - y.$$

6. Кўпҳадни бирҳадга кўпайтириш учун кўпҳаднинг ҳар бир ҳадини бирҳадга кўпайтириб, натижаларни қўшиш керак.

Масалан:

$$а) a(d + b + c) = ad + ab + ac;$$

$$б) 4(a - 2b) = 4a - 8b;$$

$$в) (-5a)(2 - b - a^2) = -10a + 5ab + 5a^3;$$

$$г) (-3ab + 2a^2 - 4b^2) \left( -\frac{1}{2}ab \right) = \frac{3}{2}a^2b^2 - a^3b + 2ab^3.$$

7. Кўпҳадни кўпҳадга кўпайтириш учун биринчи кўпҳаднинг ҳар бир ҳадини иккинчи кўпҳаднинг ҳар бир ҳадига кўпайтириш ва натижаларни қўшиш керак.

Масалан:

$$а) (x + y)(x - a - b) = x \cdot x + x(-a) + x(-b) + yx + y(-a) + y(-b) = x^2 - ax - bx + xy - ay - by;$$

$$б) (1 + b)(2 - a) = 2 - a + 2b - ab;$$

$$в) (2a - 4b + 3c)(5b - c) = 10ab - 2ac - 20b^2 + 4bc + 15bc - 3c^2 = 10ab - 2ac - 20b^2 + 19bc - 3c^2;$$



$$\begin{aligned} \text{г) } (a-b)(a+b)(a^2+b^2) &= (a^2+ab-ab-b^2)(a^2+b^2) = (a^2-b^2)(a^2+b^2) = \\ &= a^4+a^2b^2-a^2b^2-b^4 = a^4-b^4. \end{aligned}$$

1. Кўпхадни бирхадга бўлиш учун кўпхаднинг ҳар бир ҳадини шу бирхадга бўлиш ва натижаларни қўшиш керак.

Масалан:

$$\text{а) } (12a+6):3=12a:3+6:3=4a+2;$$

$$\begin{aligned} \text{б) } (9a^3b^3-3a^2b^3+a^2b^2):(3a^2b^2) &= (9a^3b^3):(3a^2b^2)-(3a^2b^3):(3a^2b^2)+ \\ &+ (a^2b^2):(3a^2b^2) = 3ab-b+\frac{1}{3}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } (3x^3-2x^2y):(2x^2)-(4x^2-3x):x &= \frac{3}{2}x-y-4x+3 = -\frac{5}{2}x-y+3 = \\ &= -2,5x-y+3. \end{aligned}$$

Кўпхадни бирхадга бўлганда ҳарфи бўлувчилар нолга тенг бўлмайдиган қийматларни қабул қилади. Яъни юқоридаги мисолларда:

б) да  $a \neq 0, b \neq 0$ ; в) да  $x \neq 0$  бўлиши керак.

Кўпхадни бирхадга бўлганда ҳамма вақт қолдиқсиз бўлинмайди.

$$\text{Масалан: } (ab+cd):ab = 1 + \frac{cd}{ab}, \quad a \neq 0, b \neq 0$$

2. Кўпхадни кўпхадга бўлиш қондаси (бурчак усулида):

а) бўлинувчи ва бўлувчи кўпхадларни даражалари камайиб бориш тартибда ёзилади;

б) бўлинувчининг биринчи ҳадини бўлувчининг биринчи ҳадига бўлиш керак. Натижа бўлинма кўпхаднинг биринчи ҳади бўлади;

в) бўлинма кўпхадни бўлувчига кўпайтириб, бўлинувчидан айрилади.

Агар қолдиқ нолга тенг ёки қолдиқнинг биринчи ҳадининг даражаси бўлувчининг биринчи даражасидан кичик бўлса, у ҳолда бўлиш жараёни тўхтатилади. Аксинча, қолдиқ нолдан фарқли бўлиб, унинг даражаси бўлувчининг даражасига тенг ёки катта бўлса, у ҳолда бўлиш жараёни а), б), в) қоида ёрдамида давом эттирилади ва ҳаказо.

Масалан:

$$1) \quad (-9c^6+16a^4b^2):(4a^2b-3c^3).$$

Ечиш:

$$\begin{array}{r} \frac{-16a^4b^2-9c^6}{16a^4b^2-12a^2bc^3} \quad \frac{4a^2b-3c^3}{4a^2b+3c^3} \\ \frac{-12a^2bc^3-9c^6}{12a^2bc^3-9c^6} \\ \hline 0 \end{array}$$

Демак,

$$(-9c^6+16a^4b^2):(4a^2b-3c^3) = 4a^2b+3c^3.$$

$$2) \quad (5x^4 - 3x^5 + 3x - 1) : (1 + x - x^2).$$

Ечиш:

$$\begin{array}{r} -3x^5 + 5x^4 + 3x - 1 \\ \underline{-3x^5 + 3x^4 + 3x^2} \\ 2x^4 - 3x^3 + 3x - 1 \\ \underline{2x^4 + 2x^3 - 2x^2} \\ -x^3 + 2x^2 + 3x - 1 \\ \underline{-x^3 + x^2 + x} \\ x^2 + 2x - 1 \\ \underline{x^2 - x - 1} \\ 3x \end{array}$$

Демак,

$$(5x^4 - 3x^5 + 3x - 1) : (1 + x - x^2) = (3x^3 - 2x^2 + x - 1)(1 + x - x^2) + 3x,$$

ёки 
$$\frac{5x^4 - 3x^5 + 3x - 1}{1 + x - x^2} = 3x^3 - 2x^2 + x - 1 + \frac{3x}{1 + x - x^2}.$$

### 5-§. Қисқа кўпайтириш формуллари

1.  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$

Икки сон йиғиндисининг квадрати биринчи сон квадрати плюс биринчи сон билан иккинчи сон кўпайтмасининг иккилангани плюс иккинчи сон квадратига тенг.

Исботи:  $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$  тенгликка ва кўпҳадни кўпҳадга кўпайтириш қондасига кўра

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Яъни  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$

2.  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$

Икки сон айирмасининг квадрати биринчи сон квадрати минус биринчи сон билан иккинчи сон кўпайтмасининг иккилангани плюс иккинчи сон квадратига тенг.

Исботи:  $(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$  тенгликка ва кўпҳадни кўпҳадга кўпайтириш қондасига кўра

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$

яъни  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$

3.  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$

Икки сон квадратларининг айирмаси бу сонлар айирмаси билан улар йиғиндисининг кўпайтмасига тенг.

Исботи: Икки сон йиғиндисини уларнинг айирмасига кўпайтирамиз:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2,$$

$$\text{яъни } a^2 - b^2 = (a-b)(a+b).$$

$$4. (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

Икки сон йиғиндисининг кубу биринчи сон кубу плюс биринчи сон квадрати билан иккинчи сон кўпайтмасининг учлангани плюс биринчи сон билан иккинчи сон квадрати кўпайтмасининг учлангани плюс иккинчи сон кубига тенг.

Исботи:  $(a+b)^3 = (a+b)(a+b)^2$  ва 1 формулага кўра

$$(a+b)^3 = (a+b)(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3 =$$

$$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

$$5. (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

Икки сон айирмасининг кубу биринчи сон кубу минус биринчи сон квадрати билан иккинчи сон кўпайтмасининг учлангани плюс биринчи сон билан иккинчи сон квадрати кўпайтмасининг учлангани минус иккинчи сон кубига тенг.

Исботи:  $(a-b)^3 = (a-b)(a-b)^2$  ва 2 формулага кўра

$$(a-b)^3 = (a-b)(a^2 - 2ab + b^2) = a^3 - a^2b - 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 - b^3 =$$

$$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

$$6. a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2).$$

Икки сон кубларининг айирмаси бу сонларнинг айирмаси билан улар йиғиндисининг тўлиқ бўлмаган квадратининг кўпайтмасига тенг.

Исботи: (6) тенгликни исботлаш учун  $a-b$  иккиҳад билан  $a$  ва  $b$  сонлари йиғиндисининг тўлиқ бўлмаган квадрати деб аталувчи

$a^2 + ab + b^2$  учҳадга кўпайтириш керак, яъни

$$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3 = a^3 - b^3.$$

$$\text{Демак, } a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2).$$

$$7. a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2).$$

Икки сон кубларининг йиғиндисини бу сонларнинг йиғиндисини билан улар айирмасининг тўлиқ бўлмаган квадратининг кўпайтмасига тенг.

Исботи:  $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 + b^3 = a^3 + b^3.$

8. Айрим қисқа кўпайтириш формулалари:

$$1) a^4 - b^4 = (a-b)(a+b)(a^2 + b^2) = (a-b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3);$$

$$2) a^5 - b^5 = (a-b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4);$$

$$3) a^5 + b^5 = (a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4);$$

- 4)  $a^5 - b^5 = (a^3 - b^3)(a^2 + ab + b^2) = (a - b)(a^2 + ab + b^2)(a + b) \times$   
 $\times (a^2 - ab + b^2) = (a^2 - b^2)(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) =$   
 $= (a - b)(a^5 + a^4b + a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4 + a^5);$
- 5)  $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc;$
- 6)  $(a - b - c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc;$
- 7)  $(a + b + c + d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc +$   
 $+ 2bd + 2cd;$
- 8)  $(a + b - c - d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab - 2ac - 2ad - 2bc -$   
 $- 2bd + 2cd;$

9. Қисқа кўлайтириш формулаларига оид мисоллар:

- 1)  $(2a + 3b)^2 = (2a)^2 + 2(2a)(3b) + (3b)^2 = 4a^2 + 12ab + 9b^2;$
- 2)  $(0,2x - 0,3y)^2 = (0,2x)^2 - 2(0,2x)(0,3y) + (0,3y)^2 = 0,04x^2 -$   
 $- 0,12xy + 0,09y^2;$
- 3)  $(a - b)^2 = (b - a)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$
- 4)  $(-a - b)^2 = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$
- 5)  $(-a - b)(a + b) = -(a + b)^2 = -a^2 - 2ab - b^2;$
- 6)  $m^2n^2 - 9k^2 = (mn)^2 - (3k)^2 = (mn - 3k)(mn + 3k);$
- 7)  $(2a + 3b)^2 - 25 = (2a + 3b)^2 - 5^2 = (2a + 3b - 5)(2a + 3b + 5);$
- 8)  $(2b - 3)^3 = (2b)^3 - 3(2b)^2 \cdot 3 + 3(2b)3^2 - 3^3 = 8b^3 - 36b^2 + 54b - 27;$
- 9)  $(2m^2 + 3n)^3 = (2m^2)^3 + 3(2m^2)^2(3n) + 3(2m^2)(3n)^2 + (3n)^3 =$   
 $= 8m^6 + 36m^4n + 54m^2n^2 + 27n^3;$
- 10)  $(2x + 3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2) = (2x)^3 + (3y)^3 = 8x^3 + 27y^3;$
- 11)  $(p^3 - q^3)(p^3 + p^2q^3 + q^4) = (p^3)^3 - (q^3)^3 = p^9 - q^9;$
- 12)  $(a - b)(a^2 + b^2)(a + b) = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = a^4 - b^4;$
- 13)  $41 \cdot 39 = (40 + 1)(40 - 1) = 40^2 - 1^2 = 1600 - 1 = 1599;$
- 14)  $\frac{43^2 - 11^2}{(36,5)^2 - (27,5)^2} = \frac{(43 - 11)(43 + 11)}{(36,5 - 27,5)(36,5 + 27,5)} = \frac{32 \cdot 54}{9 \cdot 64} = 3;$
- 15)  $\frac{97^3 + 83^3}{180} - 97 \cdot 83 = \frac{(97 + 83)(97^2 - 97 \cdot 83 + 83^2)}{180} - 97 \cdot 83 =$   
 $= \frac{180(97^2 - 97 \cdot 83 + 83^2)}{180} - 97 \cdot 83 = 97^2 - 97 \cdot 83 + 83^2 - 97 \cdot 83 =$   
 $= 97^2 - 2 \cdot 97 \cdot 83 + 83^2 = (97 - 83)^2 = 14^2 = 196.$
- 16)  $1002 \cdot 998 - 1003 \cdot 997 = (1000 + 2)(1000 - 2) - (1000 + 3)(1000 - 3) =$   
 $= 1000^2 - 4 - 1000^2 + 9 = 5.$

## 6-§. Бир ўзгарувчилик кўпхадлар. Безу теоремаси.

1-Таъриф.  $P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n$  кўринишдаги кўпхадга  $x$  ўзгарувчига нисбатан  $n$ - даражали стандарт кўринишдаги бир ўзгарувчилик кўпхад дейилади, бу ерда  $a_0 \neq 0, a_1, a_2, \dots, a_n$  - ҳақиқий сонлар кўпхаднинг коэффициентлари дейилади.

Масалан:

а)  $3x^5 + 2x^4 + x^3 + 0,5x^2 + \frac{3}{4}x + 1 - 5$ -даражали бир ўзгарувчилик кўпхад;

б)  $2x^3 + 3x - 5$  - учинчи даражали кўпхад.

2-Таъриф.  $P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n$  ва  $Q_n(x) = b_0x^n + b_1x^{n-1} + b_2x^{n-2} + \dots + b_{n-1}x + b_n$  кўпхадлар ўзаро тенг дейилади, агар  $a_0 = b_0, a_1 = b_1, \dots, a_n = b_n$  бўлса.

Масалан:

а)  $x^3 + 2x^2 + 1$  ва  $ax^3 + bx^2 + 1$  кўпхадлар ўзаро тенг бўлади, агар  $a = 1, b = 2$  бўлса;

б)  $3x^4 + 2x + 3$  ва  $ax^4 + bx^2 + cx + d$  кўпхадлар ўзаро тенг бўлади, агар  $a = 3, b = 0, c = 2, d = 3$  бўлса.

1-Мисол.  $\alpha, \beta$  ва  $\gamma$  нинг қандай қийматларида  $x^3 + 6x^2 + \alpha x + \beta = (x + \gamma)^3$  тенглик ўринли бўлади?

Ечиш:  $x^3 + 6x^2 + \alpha x + \beta = x^3 + 3x^2\gamma + 3x\gamma^2 + \gamma^3$ .

2-Таърифга кўра

$$\begin{cases} 3\gamma = 6 \\ \alpha = 3\gamma^2 \\ \beta = \gamma^3 \end{cases} \quad \begin{cases} \gamma = 2 \\ \alpha = 3 \cdot 2^2 = 12 \\ \beta = 2^3 = 8. \end{cases}$$

Демак,  $\alpha = 12, \beta = 8, \gamma = 2$  да берилган кўпхадлар ўзаро тенг бўлади.

2-Мисол.  $2x^4 - x^3 + 2x^2 + 1$  кўпхадни  $x^2 - x + 1$  кўпхадга бўлгандаги бўлинмани топинг.

Ечиш: Кўпхадни кўпхадга бўлиш қондасига кўра

$$\frac{2x^4 - x^3 + 2x^2 + 1}{x^2 - x + 1} = ax^2 + bx + c,$$

ёки  $2x^4 - x^3 + 2x^2 + 1 = (ax^2 + bx + c)(x^2 - x + 1)$  тенглик ўринли бўлиш керак.

Бундан  $2x^4 - x^3 + 2x^2 + 1 = ax^4 + (b-a)x^3 + (a+c-b)x^2 + (b-c)x + c$ .

2-Таърифга асосан

$$\begin{cases} a=2, \\ b-a=-1, \\ a+c-b=2, \\ b-c=0, \\ c=1, \end{cases} \quad \begin{cases} a=2, \\ b=1, \\ c=1. \end{cases}$$

Демак  $(2x^4 - x^3 + 2x^2 + 1) : (x^2 - x + 1) = 2x^2 + x + 1$ .

Жавоб:  $2x^2 + x + 1$ .

**3-Таъриф.**  $P_n(x)$  кўпхадни  $T_m(x)$  ( $m \leq n$ ) кўпхадга бўлиш деб

$$P_n(x) = T_m(x)q_e(x) + r_k(x),$$

қўринишидаги тенгликка айтилади. Бу ерда  $0 \leq k < m$ ,  $q_e(x)$  – бўлинма,  $r_k(x)$  – қолдиқ,  $e = n - m$ .

**3-Мисол.**  $x^3 - x + 2$  кўпхадни  $x^2 + 1$  кўпхадга бўлгандаги бўлинмани ва қолдиқни топинг.

Ечиш: 3-Таърифга кўра  $n = 3, m = 2, e = 1, k = 1$  бўлиб, қуйидаги тенглик ўринли:

$$x^3 - x + 2 = (ax + b)(x^2 + 1) + cx + d$$

ёки

$$x^3 - x + 2 = ax^3 + bx^2 + (a+c)x + b + d.$$

2-Таърифга кўра эса

$$\begin{cases} a=1, \\ b=0, \\ a+c=-1, \\ b+d=2, \end{cases} \quad \begin{cases} a=1, \\ b=0, \\ c=-2, \\ d=2. \end{cases}$$

Демак  $x^3 - x + 2 = (x^2 + 1)x + (-2x + 2)$ . Бу ерда  $q_1(x) = x$  – бўлинма,  $r_1(x) = -2x + 2$  – қолдиқ.

**Безу теоремаси.**  $P_n(x)$  кўпхадни  $(x - a)$  га бўлишдан ҳосил бўлган қолдиқ кўпхаднинг  $x = a$  да эришадиган қийматига тенг, яъни

$$P_n(x) = (x - a)Q_{n-1}(x) + P_n(a).$$

**4-Мисол.**  $P_4(x) = x^4 + x^3 + 3x^2 + 2x + 2$  кўпхадни  $(x - 1)$  га бўлгандаги қолдиқни топинг.

Ечиш: Безу теоремасига кўра  $(x = 1)$   $P_4(1) = 1 + 1 + 3 + 2 + 2 = 9$ . Демак,  $P_4(x) = (x - 1)Q_3(x) + 9$  бўлиб, қолдиқ 9 га тенг.

**4-Таъриф.** Агар  $x = a$  да  $P_n(a) = 0$  бўлса,  $a$  сонига  $P_n(x)$  кўпхаднинг илдизи дейилади.

**5-Мисол.**  $P_4(x) = x^4 + 4x^3 + 5x + 8$  кўпхадни  $(x + 1)$  га бўлгандаги қолдиқни топинг.

Ечиш: Безу теоремасига кўра  $P_4(-1) = 1 - 4 - 5 + 8 = 0$ , бундан ва 4-Таърифдан  $x = -1$  кўпхаднинг илдизи бўлиб, қолдиқ 0 бўлади.

Безу теоремасининг натижалари:

- 1) Агар  $a$  сони  $P_n(x)$  кўпхаднинг илдизи бўлса, у ҳолда  $P_n(x)$  кўпхад  $(x - a)$  га қолдиқсиз бўлинади.
- 2)  $x^n - a^n$  кўринишидаги кўпхад ихтиёрий натурал  $n$  учун  $(x - a)$  га қолдиқсиз бўлинади, яъни

$$\frac{x^n - a^n}{x - a} = x^{n-1} + x^{n-2} \cdot a + x^{n-3} \cdot a^2 + \dots + xa^{n-2} + a^{n-1}.$$

- 3)  $x^{2n} - a^{2n}$  ва  $x^{2n+1} + a^{2n+1}$  кўринишидаги кўпхадлар ихтиёрий натурал  $n$  учун  $(x + a)$  га қолдиқсиз бўлинади, яъни

$$\frac{x^{2n} - a^{2n}}{x + a} = x^{2n-1} + x^{2n-2} \cdot a + x^{2n-3} \cdot a^2 + \dots - x^2 a^{2n-3} + xa^{2n-2} - a^{2n-1}$$

$$\frac{x^{2n+1} + a^{2n+1}}{x + a} = x^{2n} - x^{2n-1} \cdot a + x^{2n-2} \cdot a^2 - \dots + x^2 a^{2n-2} - xa^{2n-1} + a^{2n}.$$

6-Мисол.  $P_{17}(x) = x^{17} - 15x^{14} + 37x^{10} - 16x^8 - 7$  кўпхадни  $(x - 1)$  га қолдиқсиз бўлинишини исботланг.

Ечиш: Безу теоремасига кўра  $P_{17}(1) = 1 - 15 + 37 - 16 - 7 = 0$ , у ҳолда 1) натижага кўра  $P_{17}(x)$  кўпхад  $(x - 1)$  га қолдиқсиз бўлинади.

7-Мисол.  $P_5(x) = x^5 - 32$  кўпхадни  $(x - 2)$  га бўлинг.

Ечиш: 2) натижага ва  $x^5 - 32 = x^5 - 2^5$  га кўра

$$\frac{x^5 - 2^5}{x - 2} = \frac{(x - 2)(x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16)}{x - 2} = x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16.$$

8-Мисол.  $4^{2n} - 3^{2n} + 2^{3n} - 1$  сон  $n$  нинг ихтиёрий натурал қийматида 7 га қолдиқсиз бўлинишини исботланг.

Ечиш:  $4^{2n} = 16^n$ ,  $3^{2n} = 9^n$ ,  $2^{3n} = 8^n$ ,

у ҳолда  $4^{2n} - 3^{2n} + 2^{3n} - 1 = (16^n - 9^n) + (8^n - 1)$  бўлади. 2) натижага кўра  $n$  нинг ихтиёрий натурал қийматида  $16^n - 9^n$  сони  $16 - 9 = 7$  га ва  $8^n - 1$  сони эса  $8 - 1 = 7$  га қолдиқсиз бўлинади. Шундай қилиб берилган сон ҳам 7 га қолдиқсиз бўлинади, чунки  $16^n - 9^n$  ва  $8^n - 1$  сонлар 7 га қолдиқсиз бўлинади.

## 7-§. Кўпхадларни кўпайтувчига ажратиш усуллари

Таъриф. Кўпхадни икки ёки бир нечта кўпхадлар кўпайтмаси билан алмаштириш кўпхадни кўпайтувчиларга ажратиш деб аталади.

Кўпхадни кўпайтувчиларга ажратиш усуллари:

## 1. Умумий кўпайтувчини қавсдан ташқарига чиқариш усули.

Мисоллар.

- $6a^2b + 9b^2 = (3b)(2a^2) + (3b)(3b) = 3b(2a^2 + 3b)$ ;
  - $2a^2(x - 2y) - 5(x - 2y) = (x - 2y)(2a^2 - 5)$ ;
  - $x(y - 5) - y(5 - y) = x(y - 5) + y(y - 5) = (y - 5)(x + y)$ ;
  - $5x^{n+1} - 3x^{n+1} = x^{n+1}(5x^0 - 3)$ ;
  - $3x^5 - 6x^3 + 6x^2 - 18x = 3x(x^4 - 2x^2 + 2x - 6)$ ;
  - $(x + c)^3 - c(x + c)^2 = (x + c)^2(x + c - c) = x(x + c)^2$ .
2. Гуруҳлаш усули.

Агар кўпхаднинг ҳадлари умумий кўпайтувчиларга эгаллиги яққол кўринмаса, у ҳолда ҳадларни гуруҳларга ажратиб, кўпхадни кўпайтувчиларга ажратиш мумкин.

Мисоллар.

- $ab - 2b + 3a - 6 = (ab - 2b) + (3a - 6) = b(a - 2) + 3(a - 2) = (a - 2)(b + 3)$ ;
- $5a(x - 2y) - 3x + 6y = 5a(x - 2y) - 3(x - 2y) = (x - 2y)(5a - 3)$ ;
- $b^5 - 3b^4 - 2b^2 + 6 = (b^5 - 3b^4) + (-2b^2 + 6) = b^4(b^2 - 3) - 2(b^2 - 3) = (b^2 - 3)(b^4 - 2)$ ;
- $7(a - b)^2 - 2a + 2b = 7(a - b)^2 - 2(a - b) = (a - b)[7(a - b) - 2] = (a - b)(7a - 7b - 2)$ ;
- $5cy - 10cx - 5ay + 10ax = (5cy - 5ay) + (-10cx + 10ax) = 5y(c - a) - 10x(c - a) = (c - a)(5y - 10x) = 5(c - a)(y - 2x)$ .

## 3. Қисқа кўпайтириш формулаларидан фойдаланиб, кўпайтувчиларга ажратиш усули.

Мисоллар.

- $9y^2 - (1 + 2y)^2 = (3y)^2 - (1 + 2y)^2 = (3y - 1 - 2y)(3y + 1 + 2y) = (y - 1)(5y + 1)$ ;
- $(3x + y)^2 - (x - 2y)^2 = (3x + y - x + 2y)(3x + y + x - 2y) = (2x + 3y)(4x - y)$ ;
- $x^4 + x^2 + 1 = (x^4 + 2x^2 + 1) - x^2 = (x^2 + 1)^2 - x^2 = (x^2 + 1 - x)(x^2 + 1 + x) = (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$ ;
- $x^3 - 3x^2 - 3x + 1 = (x^3 + 1) - 3x(x + 1) = (x + 1)(x^2 - x + 1) - 3x(x + 1) = (x + 1)(x^2 - 4x + 1)$ ;
- $x^3 - 3x - 2 = x^3 - 2x - x - 2 = (x^3 - x) - 2(x + 1) = x(x^2 - 1) - 2(x + 1) = x(x - 1)(x + 1) - 2(x + 1) = (x + 1)[x(x - 1) - 2] = (x + 1)(x^2 - x - 2) = (x + 1)(x^2 - x - 1 - 1) = (x + 1)[x(x^2 - 1) - (x + 1)] = (x + 1)[(x - 1)(x + 1) - (x + 1)] = (x + 1)^2[x - 1 - 1] = (x + 1)^2(x - 2)$ ;
- $x^4 + x^3y - xy^3 - y^4 = (x^4 - y^4) + x^3y - xy^3 = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + xy(x^2 - y^2) = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + xy) = (x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2) = (x + y)(x^3 - y^3)$



## 8-§. Алгебраик касрлар ва улар устида амаллар

1-Таъриф. Сурат ва махражи алгебраик ифодалар бўлган каср алгебраик каср дейилади.

Масалан:  $\frac{2c}{b}, \frac{5}{a+b}, \frac{x(a+b)}{y}, \frac{a-b}{a+b}, \frac{5x^2 - x + y}{(a-b)^2}$ .

Агар алгебраик касрга кирувчи ўзгарувчилар ўрнига бирор сонлар қўйилса, у ҳолда алгебраик касрнинг сон қиймати ҳосил бўлади.

Масалан:  $\frac{a+b}{2b}$  алгебраик касрда  $a=12, b=5$  бўлса,

$$\frac{a+b}{2b} = \frac{12+5}{2 \cdot 5} = \frac{17}{10} = 1\frac{7}{10} = 1,7 \text{ бўлади.}$$

Бу  $\frac{a+b}{2b}$  алгебраик касрда  $b$  ни ўрнига  $b \neq 0$  бўлмаган истаган сонларни қўйиш мумкин, чунки  $b=0$  бўлганда касрнинг махражи нолга айланади, бу бўлиши мумкин эмас. Шунинг учун алгебраик касрда аниқланиш соҳаси тушунчасини киритамиз.

2-Таъриф. Алгебраик касрнинг аниқланиш соҳаси деб алгебраик касрнинг махражида қатнашган ўзгарувчиларнинг қабул қиладиган (яъни касрнинг махражи нолдан фарқли) қийматлари тўпламига айтилади.

Масалан:

1)  $\frac{5}{a}$  алгебраик касрнинг аниқланиш соҳаси  $a \neq 0$  ёки  $a \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ;

2)  $\frac{x+5}{x+4}$  алгебраик касрнинг аниқланиш соҳаси  $x \neq -4$  ёки  $x \in (-\infty; -4) \cup (-4; +\infty)$ ;

3)  $\frac{5c}{5a \cdot b}$  алгебраик касрнинг аниқланиш соҳаси  $a \neq 0, b \neq 0$  ёки  $\{(a, b): a \neq 0, b \neq 0\}$ .

### 8.1. Алгебраик касрларнинг хоссалари.

$A, B, C, D$  – кўпҳадлар бўлсин.

1)  $\frac{A}{B}$  ва  $\frac{C}{D}$  алгебраик касрлар тенг дейилади, агар  $AD = CB$  бўлса.

Масалан:  $\frac{x}{y} = \frac{x+y}{x-y}$  бўлиши учун  $x(x-y) = y(x+y)$  бўлиши керак, бу ерда  $x \neq y, y \neq 0$ .

2) Алгебраик касрнинг сурат ва махражини нолдан фарқли кўпхадга кўпайтирилса (бўлинса) берилган каср аниқланиш соҳасида ўзгармайди, яъни

$$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot C}{B \cdot C} = \frac{A : C}{B : C}$$

Масалан:  $\frac{x^4 - 1}{(x^2 - 1)(x + 2)} = \frac{(x^2 - 1)(x^2 + 1)}{(x^2 - 1)(x + 2)} = \frac{x^2 + 1}{x + 2}$ , бу ерда  $x \neq \pm 1, x \neq -2$ .

2-хоссадан қўйидаги натижа келиб чиқади.

Натижа. Касрнинг сурат ва махражини  $-1$  га кўпайтирилса (бўлинса) берилган каср аниқланиш соҳасида ўзгармайди, яъни

$$\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B} = -\frac{A}{-B} = -\frac{-A}{B}$$

## 8.2. Алгебраик касрлар устида амаллар

1) Махражи бир хил касрларни қўшиш (айириш) учун уларнинг суратларини қўшиб (айириб), йиғинди (айирма)ни уларнинг умумий махражига бўлиш керак, яъни

$$\frac{A}{B} \pm \frac{C}{B} = \frac{A \pm C}{B}$$

Мисоллар: а)  $\frac{2y}{a-b} + \frac{x-y}{a-b} = \frac{2y+x-y}{a-b} = \frac{y+x}{a-b}$ , бу ерда  $a-b \neq 0$ ;

б)  $\frac{3y}{x+y} - \frac{x-y}{x+y} = \frac{3y-x+y}{x+y} = \frac{4y-x}{x+y}$ , бу ерда  $x+y \neq 0$ ;

в)  $\frac{x+y}{2a} - \frac{x-y}{2a} + \frac{x}{2a} = \frac{x+y-x+y+x}{2a} = \frac{2y+x}{2a}$ , бу ерда  $a \neq 0$ .

2) Агар берилган касрларнинг махражлари ҳар-хил бўлса, аввал уларни умумий махражга келтириш керак, яъни

а) берилган касрларнинг умумий махражини топиш;

б) ҳар бир каср учун қўшимча кўпайтувчинини топиш;

в) ҳар бир касрнинг суратини унинг қўшимча кўпайтувчисига кўпайтириш;

г) ҳар бир касрни топилган сурат ва умумий махраж билан ёзиш керак, яъни

$$\frac{A}{B} \pm \frac{C}{D} = \frac{A \cdot D}{B \cdot D} \pm \frac{C \cdot B}{D \cdot B} = \frac{A \cdot D \pm C \cdot B}{BD}$$

Мисоллар:

а)  $\frac{3a}{5x^2y} + \frac{5b}{4xy^2} = \frac{3a \cdot 4y}{5x^2y \cdot 4y} + \frac{5b \cdot 5x}{4xy^2 \cdot 5x} = \frac{12ay}{20x^2y^2} + \frac{25bx}{20x^2y^2} = \frac{12ay + 25bx}{20x^2y^2}$ , бу ерда  $xy \neq 0$ ;

$$\text{б) } \frac{3}{3x-9} + \frac{x}{x^2-9} = \frac{3}{3(x-3)} + \frac{x}{(x-3)(x+3)} = \frac{3(x+3)+3x}{3(x-3)(x+3)} = \frac{3x+9+3x}{3(x-3)(x+3)} =$$

$$= \frac{6x+9}{3(x-3)(x+3)} = \frac{3(2x+3)}{3(x-3)(x+3)} = \frac{2x+3}{x^2-9}, \text{ бу ерда } x^2-9 \neq 0;$$

$$\text{в) } \frac{3-x}{x-y} + \frac{5-x}{x^2-y^2} - \frac{2-x}{x+y} = \frac{(3-x)(x+y) + (5-x) - (2-x)(x-y)}{(x-y)(x+y)} =$$

$$= \frac{3x+3y-x^2-xy+5-x-2x+2y+x^2-xy}{(x-y)(x+y)} = \frac{5y-2xy+5}{x^2-y^2}, \text{ бу ерда } x^2-y^2 \neq 0.$$

3) Касрларни кўпайтириш учун уларнинг суратларининг кўпайтмасини махражларининг кўпайтмасига бўлиш керак, яъни

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}.$$

Мисоллар: а)  $\frac{2a}{b} \cdot \frac{5c}{7d} = \frac{2a \cdot 5c}{b \cdot 7d} = \frac{10ac}{7bd}$ , бу ерда  $bd \neq 0$ ;

б)  $\frac{x^2-y^2}{ab} \cdot \frac{b}{x-y} = \frac{(x-y)(x+y) \cdot b}{ab(x-y)} = \frac{x+y}{a}$ , бу ерда  $a \neq 0, b \neq 0, x-y \neq 0$ ;

в)  $\frac{x^2+yx}{5x^2-5y^2} \cdot \frac{3x^3-3y^3}{x^2-xy} = \frac{x(x+y) \cdot 3(x-y)(x^2+xy+y^2)}{5(x-y)(x+y) \cdot x(x-y)} = \frac{3(x^2+xy+y^2)}{5(x-y)}$ , бу ерда  $x(x^2-y^2) \neq 0$ .

3-Таъриф. Кўпайтмаси 1 га тенг бўлган икки алгебраик ифода ўзаро тескари ифода дейилади. Яъни  $A \cdot \frac{1}{A} = 1, A \neq 0$ .

Масалан:  $3x^2$  ва  $\frac{1}{3x^2}, x \neq 0$ ;  $(a+b)^2$  ва  $\frac{1}{(a+b)^2}, a+b \neq 0$ ;  $\frac{a-b}{a+b}$  ва  $\frac{a+b}{a-b}, a+b \neq 0, a-b \neq 0$ ; ўзаро тескари ифодалардир.

4) Алгебраик касрни алгебраик касрга бўлиш учун бўлинувчини бўлувчига тескари бўлган касрга кўпайтириш керак, яъни

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot D}{B \cdot C} = \frac{A \cdot D}{B \cdot C}.$$

Мисоллар: а)  $\frac{a+b}{a^2bc} : \frac{2(a-b)}{abc} = \frac{a+b}{a^2bc} \cdot \frac{abc}{2(a-b)} = \frac{a+b}{2a(a-b)}$ , бу ерда  $abc \neq 0, a \neq b$ ;

б)  $\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} : (x+y) = \frac{(x-y)(x+y)}{x^2+y^2} \cdot \frac{1}{x+y} = \frac{x-y}{x^2+y^2}$ , бу ерда  $x+y \neq 0$ ;

в)  $\frac{a^3-b^3}{a^2-b^2} \cdot \frac{a^2+ab+b^2}{a+b} = \frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a-b)(a+b)} \cdot \frac{a+b}{a^2+ab+b^2} = 1$ ,

бу ерда  $a-b \neq 0, a+b \neq 0, a^2+ab+b^2 \neq 0$ .

5) Алгебраик касрни бирон (натурал) даражага кўтариш учун унинг суратини ҳам, махражини ҳам шу даражага кўтариб уларнинг нисбати ёзилади, яъни  $\left(\frac{A}{B}\right)^n = \frac{A^n}{B^n}$ .

Мисоллар: а)  $\left(\frac{a^3}{a+b}\right)^2 = \frac{a^6}{(a+b)^2}$ , бу ерда  $a+b \neq 0$ ;

б)  $\left(\frac{a^2}{b^2}\right)^3 \cdot \left(\frac{a^2}{b^3}\right)^2 = \frac{a^6}{b^6} \cdot \frac{a^4}{b^6} = \frac{a^{10}}{b^{12}}$ , бу ерда  $b \neq 0$ ;

в)  $\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2 : \frac{a^2-b^2}{4} = \frac{(a+b)^2}{4} \cdot \frac{4}{(a-b)(a+b)} = \frac{a+b}{a-b}$ , бу ерда  $a+b \neq 0$ ,  $a-b \neq 0$ .

### 8.3. Барча амалларга доир мисоллар

1-Мисол. Соддалаштиринг:  $\frac{x^2+xy}{x^2+y^2} \left( \frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y} \right)$ .

Ечиш. Бу мисолни ечишда амалларни бажариш тартибини эътиборга олиш керак.

$$1) \frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y} = \frac{x(x+y) - y(x-y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{x^2+xy-yx+y^2}{(x-y)(x+y)} = \frac{x^2+y^2}{(x-y)(x+y)};$$

$$2) \frac{x^2+xy}{x^2+y^2} \cdot \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} = \frac{x(x+y)}{x^2+y^2} \cdot \frac{x^2+y^2}{(x-y)(x+y)} = \frac{x}{x-y}.$$

Жавоб:  $\frac{x}{x-y}$ .

2-Мисол. Соддалаштиринг:  $\frac{a^2-b^2}{a^2-ax} \cdot \frac{a^2-x^2}{a-b} \cdot \left( x - \frac{ax}{a+x} \right)$ .

$$1) x - \frac{ax}{a+x} = \frac{ax+x^2-ax}{a+x} = \frac{x^2}{a+x};$$

$$2) \frac{a^2-b^2}{a^2-ax} \cdot \frac{a^2-x^2}{a+x} = \frac{(a-b)(a+b)}{a(a-x)} \cdot \frac{(a-x)(a+x)}{a-b} = \frac{(a+b)(a+x)}{a};$$

$$3) \frac{(a+b)(a+x)}{a} \cdot \frac{x^2}{a+x} = \frac{x^2(a+b)}{a}.$$

Жавоб:  $\frac{x^2(a+b)}{a}$ .

3-Мисол. Амалларни бажаринг:  $\left( m + \frac{mn}{m-n} \right) : \left( m - \frac{mn}{m+n} \right) - \frac{m-n}{m+n}$ .

$$1) \quad m + \frac{mn}{m-n} = \frac{m(m-n) + mn}{m-n} = \frac{m^2 - mn + mn}{m-n} = \frac{m^2}{m-n};$$

$$2) \quad m - \frac{mn}{m+n} = \frac{m(m+n) - mn}{m+n} = \frac{m^2 + mn - mn}{m+n} = \frac{m^2}{m+n};$$

$$3) \quad \frac{m^2}{m-n} : \frac{m^2}{m+n} = \frac{m^2}{m-n} \cdot \frac{m+n}{m^2} = \frac{m+n}{m-n};$$

$$4) \quad \frac{m+n}{m-n} \cdot \frac{m-n}{m+n} = \frac{(m+n)(m+n) - (m-n)(m-n)}{(m-n)(m+n)} = \frac{m^2 + mn + mn + n^2 - m^2 + mn + mn - n^2}{m^2 - n^2} =$$

$$= \frac{4mn}{m^2 - n^2}.$$

Жавоб:  $\frac{4mn}{m^2 - n^2}$ .

1-3 мисоллардаги соддалаштиришлар ифодаларда қатнашган ўзгарувчиларнинг қабул қиладиган қийматлар тўпламида бажарилади. Кейинчалик ифодаларни соддалаштиришлар ҳар доим аниқланиш соҳасида бажарилади, агар бирор изоҳ талаб қилинмаса.

4-Мисол. Аниқланиш соҳасида ифодани соддалаштиринг:

$$\left( \frac{y^2 - x^2}{m^2 - n^2} \cdot \frac{m+n}{x-y} - \frac{x}{n-m} \right) \cdot \frac{m-n}{2y}.$$

Ечиш: Аниқланиш соҳаси:  $m^2 - n^2 \neq 0, x - y \neq 0, y \neq 0$ .

Яъни  $m \neq n, m \neq -n, x \neq y, y \neq 0$ . Ёки  $A = \{(m, n, x, y) : m \neq n, m \neq -n, x \neq y, y \neq 0\}$

$A$  тўпلامда берилган ифодани соддалаштирамиз:

$$1) \quad \frac{y^2 - x^2}{m^2 - n^2} \cdot \frac{m+n}{x-y} = \frac{-(x-y)(x+y) \cdot (m+n)}{(m-n)(m+n)(x-y)} = -\frac{x+y}{m-n} = \frac{x+y}{n-m};$$

$$2) \quad \frac{x+y}{n-m} - \frac{x}{n-m} = \frac{x+y-x}{n-m} = \frac{y}{n-m};$$

$$3) \quad \frac{y}{n-m} \cdot \frac{m-n}{2y} = -\frac{y(n-m)}{2y(n-m)} = -\frac{1}{2}.$$

Жавоб:  $A = \{(m, n, x, y) : m \neq n, m \neq -n, x \neq y, y \neq 0\}$  да  $-\frac{1}{2}$ .

## 9-§. Бутун кўрсаткичли даража ва унинг хоссалари.

1-Таъриф. Агар  $a \neq 0$  ва  $n$ -натурал сон бўлса,  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$  бўлади.

Мисоллар: а)  $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$ ;

б)  $(-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{16}$ ;

$$в) \left(-\frac{3}{2}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(-\frac{3}{2}\right)^2} = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}.$$

2-Таъриф. Агар  $a \neq 0$  бўлса, у ҳолда  $a^0 = 1$  бўлади.

Мисоллар: а)  $9^0 = 1$ ; б)  $\left(\frac{5}{7}\right)^0 = 1$ ; в)  $\left(\frac{5}{7} + \frac{1}{2}\right)^0 = 1$ ;

г)  $(0,57)^0 = 1$ .

Натурал кўрсаткичли даражаларнинг барча хоссалари исталган бутун кўрсаткичли даражалар учун ҳам тўғри бўлади.

Агар  $a \neq 0, b \neq 0, m, n \in Z$  бўлса, у ҳолда:

1)  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ; 2)  $a^m : a^n = a^{m-n}$ ; 3)  $(a^m)^n = a^{mn}$ ; 4)  $(ab)^m = a^m b^m$ ;

5)  $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ ;

6) агар  $a > 0$  бўлса, у ҳолда  $a^n > 0$ ;

7) агар  $a > 1$  бўлса, у ҳолда  $n > m \Leftrightarrow a^n > a^m$ ;

8) агар  $0 < a < 1$  бўлса, у ҳолда  $n > m \Leftrightarrow a^n < a^m$ ;

9) агар  $a > 0$  ва  $a \neq 1$  бўлса, у ҳолда  $a^n = a^m \Leftrightarrow n = m$ .

3-хоссанинг исботи: Уч ҳолни қараймиз.

а) агар  $n = 0$  бўлса, у ҳолда  $(a^m)^n = (a^m)^0 = 1 = a^0 = a^{m \cdot 0} = a^{m \cdot n}$ ;

б) агар  $n > 0$  бўлса, у ҳолда  $(a^m)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot \dots \cdot a^m}_{n \text{ марта}} = a^{\overbrace{m+m+\dots+m}^{n \text{ марта}}} = a^{m \cdot n}$ ;

в) агар  $n < 0$  бўлса, у ҳолда  $-n > 0$  бўлиб,  $(a^m)^n = (a^m)^{-(-n)} = \frac{1}{(a^m)^{-n}} =$

$$= \frac{1}{\underbrace{a^m \cdot a^m \cdot \dots \cdot a^m}_{(-n) \text{ марта}}} = \frac{1}{a^{\overbrace{m+m+\dots+m}^{(-n) \text{ марта}}}} = \frac{1}{a^{-mn}} = \frac{1}{\frac{1}{a^{mn}}} = a^{mn}.$$

Мисоллар: а)  $(a^{-1} \cdot a^{-2})^3 = (a^{-3})^3 = a^9$ ;

б)  $(3^{-2})^{-2} \cdot 3^{-5} \cdot 27 = 3^4 \cdot 3^{-5} \cdot 3^3 = 3^2 = 9$ ;

в)  $\frac{(2y^2)^2 \cdot y^5}{y^3 \cdot y^{-2}} = \frac{2^{-2} y^{-4} y^5}{y^{3-2}} = \frac{1}{2^2} \cdot \frac{y^{5-4}}{y} = \frac{1}{4} \cdot \frac{y}{y} = \frac{1}{4}$ ;

г)  $2^{30}$  ва  $4^{14}$  ларни таққосланг.  $4^{14} = (2^2)^{14} = 2^{28}$ , демак  $30 > 28$  бўлганлиги учун  $2^{30} > 2^{28}$  бўлади.

## 10-§. $n$ - даражали илдиз

### 10.1. $n$ - даражали илдизнинг таърифи ва хоссалари

1-Таъриф.  $a$  сонининг  $n \geq 2$  натурал кўрсаткичли илдизи деб,  $n$ -чи даражаси  $a$  га тенг бўлган  $b$  сонга айтылади. Яъни  $b^n = a$  ёки  $b = \sqrt[n]{a}$ , бу ерда  $a$ - илдиз остидаги ифода,  $n$ -илдизнинг даражаси.  
Ўқилиши: " $a$  нинг  $n$  - даражали илдизи."

Мисоллар: а)  $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2}$ , чунки  $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ ;

б)  $\sqrt[5]{-32} = -2$ , чунки  $(-2)^5 = -32$ ;

в)  $\sqrt{64} = 8$ , чунки  $8^2 = 64$ .

Хоссалари:

1)  $\sqrt[n]{a} = 0$ , агар  $a = 0$  бўлса;

2)  $\sqrt[n]{a} = 1$ , агар  $a = 1$  бўлса;

3) агар  $n = 2k + 1, k \in \mathbb{N}$  бўлса, у ҳолда  $\sqrt[n]{a}$  ифода  $a \in \mathbb{R}$  да маънога эга;

4) агар  $n = 2k, k \in \mathbb{N}$  бўлса, у ҳолда  $\sqrt[n]{a}$  ифода  $a \in [0; \infty)$  да маънога эга;

5)  $a$  нинг  $\sqrt[n]{a}$  ифода маънога эга бўладиган ҳамма қийматларида  $(\sqrt[n]{a})^n = \sqrt[n]{a^n} = a$  тенглик ўринлидир;

6) агар  $a \in [0; \infty)$ ,  $n = 2k + 1, k \in \mathbb{N}$  бўлса, у ҳолда  $\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}$  бўлади.

Мисоллар: а)  $\sqrt[4]{16} = 2$ ;  $\sqrt[3]{-8} = -\sqrt[3]{8} = -2$ ;  $\sqrt[3]{1} = 1$ ;  $\sqrt[5]{-1} = -1$ ;  $\sqrt[6]{0} = 0$ ;

б)  $(\sqrt[3]{-2})^5 = -2$ , чунки  $(\sqrt[3]{-2})^5 = (-\sqrt[3]{2})^5 = -(\sqrt[3]{2})^5 = -2$ ;

$(\sqrt[4]{7})^4 = 7$ ;  $(\sqrt[4]{-3})^4 = \sqrt[4]{(-3)^4} = \sqrt[4]{3^4} = 3$ .

### 10.2. $n$ - даражали арифметик илдиз ва унинг хоссалари.

2-Таъриф. Номанфий  $a$  сонининг  $n \geq 2$  натурал кўрсаткичли арифметик илдизи деб,  $n$ - даражаси  $a$  га тенг бўлган номанфий  $b$  сонига тенг. Яъни  $b^n = a$  ёки  $b = \sqrt[n]{a}$ , ( $b \geq 0, a \geq 0$ ).

Агар  $n = 2$  бўлса, у ҳолда иккинчи даражали арифметик илдиз квадрат илдиз дейилади ва  $\sqrt{a}$  кўринишида ёзилади.

Агар  $n = 3$  бўлса, у ҳолда учинчи даражали арифметик илдиз куб илдиз дейилади ва  $\sqrt[3]{a}$  кўринишида ёзилади.

### Арифметик илдизнинг хоссалари:

- 1) Агар  $a \geq 0, b \geq 0, n \geq 2 (n \in \mathbb{N})$  бўлса, у ҳолда  $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$  бўлади;
- 2) Агар  $a \geq 0, b > 0, n \geq 2 (n \in \mathbb{N})$  бўлса, у ҳолда  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$  бўлади;
- 3) Агар  $a \geq 0, n \geq 2, k \geq 2 (n, k \in \mathbb{N})$  бўлса, у ҳолда  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[k]{a} = \sqrt[nk]{a^{n+k}}$  бўлади;
- 4) Агар  $a > 0, n \geq 2, k \geq 2 (n, k \in \mathbb{N})$  бўлса, у ҳолда  $\sqrt[n]{a} : \sqrt[k]{a} = \sqrt[nk]{a^{k-n}}$  бўлади;
- 5) Агар  $a \geq 0, n \geq 2, k \geq 2 (n, k \in \mathbb{N})$  бўлса, у ҳолда  $\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[nk]{a}$  бўлади;
- 6) Агар  $a \geq 0, n \geq 2, k \geq 2 (n, k \in \mathbb{N})$  бўлса, у ҳолда  $\sqrt[nk]{a^k} = \sqrt[n]{a}$  бўлади;
- 7) Агар  $n = 2, a \in \mathbb{R}$  бўлса, у ҳолда  $\sqrt{a^2} = |a|$  бўлади;
- 8) Агар  $a \geq 0, n \geq 2, k \geq 2 (n, k \in \mathbb{N})$  бўлса, у ҳолда  $(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[nk]{a^k}$  бўлади.

1-хоссанинг исботи:  $n$ - даражали арифметик илдизнинг таърифи ва берилган шартга кўра  $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} \geq 0$  бўлиб,  $(\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b})^n = ab$  ўринли, чунки  $(\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b})^n = (\sqrt[n]{a})^n \cdot (\sqrt[n]{b})^n = ab$ , бундан  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$  бўлади. Қолган хоссалар ҳам шунга ўхшаш исбот қилинади.

### Арифметик илдизнинг хоссаларига оид мисоллар:

- 1)  $\sqrt[4]{625 \cdot 16} = \sqrt[4]{625} \cdot \sqrt[4]{16} = 5 \cdot 2 = 10$ ,  $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2 \cdot 4} = \sqrt[3]{8} = 2$ ;
- 2)  $\sqrt[3]{2 \frac{10}{27}} = \sqrt[3]{\frac{64}{27}} = \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3}$ ,  $\sqrt[5]{\frac{3}{96}} = \sqrt[5]{\frac{3}{96}} = \sqrt[5]{\frac{1}{32}} = \sqrt[5]{\left(\frac{1}{2}\right)^5} = \frac{1}{2}$ ;
- 3)  $\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt{7} = \sqrt[6]{7^5}$ ;
- 4)  $\sqrt[3]{4} : \sqrt[5]{4} = \sqrt[15]{4^2} = \sqrt[15]{16}$ ;
- 5)  $\sqrt[3]{\sqrt[4]{4096}} = \sqrt[12]{4096} = \sqrt[12]{2^{12}} = 2$ ;
- 6)  $\sqrt[6]{7^4} = \sqrt[3]{7^{2 \cdot 2}} = \sqrt[3]{7^2} = \sqrt[3]{49}$ ;  $\sqrt[4]{2^8} = (\sqrt[4]{2^4})^2 = 2^2 = 4$ ;
- 7)  $\sqrt{5^2} = 5$ ,  $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{3^2} = 3$ ;
- 8)  $(\sqrt[4]{9})^{-2} = \sqrt[4]{9^{-2}} = \sqrt[4]{\frac{1}{9^2}} = \sqrt[4]{\frac{1}{3^4}} = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{3}\right)^4} = \frac{1}{3}$ .



**10.3.  $n$  - даражали арифметик илдиэга оид турли хил мисоллар.**

1-Мисол.  $A = (2\sqrt{6})^2 + 3\sqrt{0,16} - 2\sqrt{6} \cdot (-\sqrt{6}) - 0,3\sqrt{1,21} \cdot \sqrt{400} + \sqrt{(-0,4)^2}$  ни ҳисобланг.

Ечиш:  $A = 2^2 \cdot (\sqrt{6})^2 + 3 \cdot 0,4 + 2\sqrt{6}^2 - 0,3\sqrt{1,21 \cdot 400} + \sqrt{(0,4)^2} = 4 \cdot 6 + 3 \cdot 0,4 + 2 \cdot 6 - 0,3\sqrt{121 \cdot 4} + 0,4 = 24 + 1,2 + 12 - 0,3 \cdot 11 \cdot 2 + 0,4 = 36 + 1,6 - 0,3 \cdot 22 = 37,6 - 6,6 = 31$ .

Жавоб: 31.

2-Мисол.  $B = (2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(\sqrt{8} + \sqrt{27})$  ни ҳисобланг.

Ечиш:  $\sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 4} = 2\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{27} = \sqrt{3 \cdot 9} = 3\sqrt{3}$  ни ҳисобга олиб,

$B = (2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}) = 4\sqrt{2}^2 - 6\sqrt{3} \cdot 2 + 6\sqrt{3} \cdot 2 - 9\sqrt{3}^2 = 4 \cdot 2 - 6\sqrt{6} + 6\sqrt{6} - 9 \cdot 3 = 8 - 27 = -19$ .

Жавоб: -19.

3-Мисол.  $C \equiv \sqrt[3]{2\sqrt[5]{8}} : \sqrt[3]{2} - \sqrt[6]{2^{11}}$  ни ҳисобланг.

Ечиш.  $\sqrt[3]{2\sqrt[5]{8}} : \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2^5 \cdot \sqrt[5]{8}} : 2 = \sqrt[3]{2^4 \cdot \sqrt{8}} = \sqrt[3]{\sqrt{2^8} \cdot 2^3} = \sqrt[6]{2^{11}}$  ни ҳисобга олиб,

$C \equiv \sqrt[6]{2^{11}} - \sqrt[6]{2^{11}} = 0$ .

Жавоб: 0.

4-Мисол.  $D \equiv (7\sqrt{48} + 3\sqrt{27} - 2\sqrt{12}) : \sqrt{3}$  ни ҳисобланг.

Ечиш.  $\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = 4\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = 3\sqrt{3}$  ва  $\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$  ни ҳисобга олиб,  $D \equiv (28\sqrt{3} + 9\sqrt{3} - 4\sqrt{3}) : \sqrt{3} = 33\sqrt{3} : \sqrt{3} = 33$ .

Жавоб: 33.

5-Мисол.  $\frac{(\sqrt[4]{a^3 b^2})^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12} b^6}}}$  ( $a > 0, b > 0$ ) ни содалаштиринг.

Ечиш.  $\frac{(\sqrt[4]{a^3 b^2})^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12} b^6}}} = \frac{a^3 b^2}{\sqrt[6]{a^{12} b^6}} = \frac{a^3 b^2}{a^2 b} = ab$ .

Жавоб:  $ab$ .

6-Мисол.  $A = \left[ \left( \sqrt[3]{\sqrt{x^2}} \right)^3 + 2 \left( \sqrt[4]{\sqrt{x}} \right)^8 \right] : \sqrt{(2x)^2}$  ( $x > 0$ ) ни содалаштиринг.

Ечиш.  $\sqrt[3]{\sqrt{x^2}} = \sqrt[6]{x^2} = \sqrt[3]{x}$ ,  $\sqrt[4]{\sqrt{x}} = \sqrt[8]{x}$ ,  $\sqrt{(2x)^2} = 2x$  га кўра

$A = \left[ (\sqrt[3]{x})^3 + 2(\sqrt[8]{x})^8 \right] : (2x) = (x + 2x) : (2x) = (3x) : (2x) = \frac{3x}{2x} = 1,5$ .

Жавоб: 1,5.

#### 10.4. Рационал кўрсаткичли даража ва унинг хоссалари

3-Таъриф.  $a$  сонининг  $\alpha$  рационал кўрсаткичли даражаси деб қуйидагича аниқланган сонга айтилади:

- 1) агар  $a \neq 0, \alpha \in \mathbb{Z}$  бўлса, у ҳолда  $a^\alpha$  даража § 9 нинг 1 ва 2-таърифига кўра аниқланади;
- 2) агар  $a > 0, \alpha \in \mathbb{Q}$  ва  $\alpha = \frac{m}{n}$  ( $m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}(n \geq 2)$ ) бўлса, у ҳолда  $a^\alpha = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$  бўлади;
- 3) агар  $a < 0, \alpha \in \mathbb{Q}$  ва  $\alpha = \frac{m}{n}$  ( $m \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}, n \in \mathbb{N}(n \geq 2)$ ) бўлса, у ҳолда рационал кўрсаткичли даража аниқланмаган (маънога эга эмас);
- 4) агар  $a = 0, \alpha > 0$  – рационал сонлар бўлса, у ҳолда  $a^\alpha = 0$  бўлади;
- 5) агар  $a = 0, \alpha < 0$  – рационал сонлар бўлса, у ҳолда рационал кўрсаткичли даража маънога эга эмас;

Мисоллар. а)  $16^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{16^3} = \sqrt[4]{2^{12}} = 2^3 = 8$ ;

$$б) 8^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{8^5} = \sqrt[4]{8^4 \cdot 8} = 8\sqrt[4]{8};$$

$$в) 16^{-\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{16^3}} = \sqrt[4]{\frac{1}{2^{12}}} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8};$$

$$г) 0^3 = 0, \quad 0,5^0 = 1;$$

$$д) (-2)^2, 0^{-1}, (-8)^{-1} \text{ — ифодалар маънога эга эмас.}$$

Бутун кўрсаткичли даражанинг хоссалари исталган рационал кўрсаткичли даража учун ҳам ўринлидир.

Агар  $a > 0, b > 0$  ва  $p, q \in \mathbb{Q}$  бўлса, у ҳолда қуйидаги тенгликлар ўринлидир:

$$а) a^p \cdot a^q = a^{p+q}; \quad б) a^p : a^q = a^{p-q}; \quad в) (a^p)^q = a^{pq};$$

$$г) (ab)^q = a^q \cdot b^q; \quad д) \left(\frac{a}{b}\right)^q = \frac{a^q}{b^q}; \quad е) a^{-p} = \frac{1}{a^p}.$$

(а) хоссанинг исботи:  $p, q \in \mathbb{Q}$  ва  $p = \frac{k}{n}, q = \frac{m}{l}$ , бунда  $k, m$  – бутун сонлар,  $l, n$  – натурал сонлар бўлсин.

$$a^{\frac{k}{n}} \cdot a^{\frac{m}{l}} = a^{\frac{k}{n} + \frac{m}{l}} \text{ эканлигини исботлаймиз:}$$

$$a^{\frac{k}{n}} \cdot a^{\frac{m}{l}} = a^{\frac{kl}{nl}} \cdot a^{\frac{mn}{nl}} = \sqrt[nl]{a^{kl}} \cdot \sqrt[nl]{a^{mn}} = \sqrt[nl]{a^{kl} \cdot a^{mn}} = \sqrt[nl]{a^{kl+mn}} = a^{\frac{kl+mn}{nl}} = a^{\frac{k}{n} + \frac{m}{l}}. \quad \text{Демак,}$$

$$a^p \cdot a^q = a^{\frac{p}{1}} \cdot a^{\frac{q}{1}} = a^{\frac{p+q}{1}} = a^{p+q}.$$

Рационал кўрсаткичли даражанинг қолган хоссалари ҳам шунга ўхшаш исбот қилинади.

### Даражанинг хоссаларини қўллашга оид мисоллар:

$$1) \quad 5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{2}{3}} = 5^{\frac{1+2}{3}} = 5^{\frac{3}{3}} = 5; \quad 6^{\frac{2}{5}} \cdot 6^{\frac{1}{5}} = 6^{\frac{2+1}{5}} = 6^{\frac{3}{5}} = 6^{\frac{6+5}{15}} = 6^{\frac{11}{15}} = \sqrt[15]{6^{11}};$$

$$2) \quad 11^{\frac{2}{3}} : 11^{\frac{1}{6}} = 11^{\frac{2}{3} - \frac{1}{6}} = 11^{\frac{4-1}{6}} = 11^{\frac{3}{6}} = 11^{\frac{1}{2}} = \sqrt{11};$$

$$3) \quad \left(8^{\frac{2}{4}}\right)^{\frac{15}{4}} = 8^{\frac{2 \cdot 15}{4 \cdot 4}} = 8^{\frac{30}{16}} = 8^{\frac{3}{2}} = (2^3)^{\frac{3}{2}} = 2^{\frac{9}{2}} = \sqrt{2^9} = 2^4 \sqrt{2} = 16\sqrt{2};$$

$$4) \quad (48)^{\frac{3}{4}} = (16 \cdot 3)^{\frac{3}{4}} = (2^4 \cdot 3)^{\frac{3}{4}} = 2^3 \cdot \sqrt[4]{3^3} = 8\sqrt[4]{27};$$

$$5) \quad \left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{8^{\frac{1}{3}}}{27^{\frac{1}{3}}} = \frac{(2^3)^{\frac{1}{3}}}{(3^3)^{\frac{1}{3}}} = \frac{2}{3};$$

$$6) \quad \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{3}{2}}} = \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

### Қясқа кўпайтириш формулаларини илдизли ифодаларга қўлланиш формулалари:

$$1) \quad a - b = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}), \quad a \geq 0, b \geq 0;$$

$$2) \quad a - b = (\sqrt{-a} - \sqrt{-b})(\sqrt{-a} + \sqrt{-b}), \quad a \leq 0, b \leq 0;$$

$$3) \quad a - b = \sqrt{(a-b)^2}, \quad a - b \geq 0;$$

$$4) \quad a + b = \sqrt{(a+b)^2}, \quad a + b \geq 0;$$

$$5) \quad \sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b} = (\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}) (\sqrt[n]{a^{n-1}} + \sqrt[n]{a^{n-2}b} + \dots + \sqrt[n]{b^{n-1}}), \quad a \geq 0, b \geq 0;$$

$$6) \quad a - b = (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2});$$

$$7) \quad a + b = (\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}).$$

Мисоллар: а)  $(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = 2 - 3 = -1;$

$$б) \quad (\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{4}) = (\sqrt[3]{5})^3 - (\sqrt[3]{2})^3 = 5 - 2 = 3;$$

$$в) \quad (\sqrt[3]{a} + 2)(\sqrt[3]{a^2} - 2\sqrt[3]{a} + 4) = (\sqrt[3]{a})^3 + 2^3 = a + 8;$$

$$г) \quad \sqrt{7+4\sqrt{3}} = \sqrt{7+2 \cdot 2\sqrt{3}} = \sqrt{4+2 \cdot 2\sqrt{3}+3} = \sqrt{2^2+2 \cdot 2\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2} = \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} = 2+\sqrt{3};$$

$$д) \quad \sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{1^2-2\sqrt{2} \cdot 1+(\sqrt{2})^2} = \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = \sqrt{2}-1.$$

## 10.5. Касрнинг махраждаги иррационалликдан (илдиздан) қутқариш.

1-Мисол.  $\frac{3\sqrt{5}}{5\sqrt{2}}$  касрни махраждаги илдиздан қутқаринг.

Касрнинг сурат ва махражини  $\sqrt{2}$  га кўпайтирамиз:

$$\frac{3\sqrt{5}}{5\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}}{5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3 \cdot \sqrt{5} \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{3\sqrt{10}}{10}.$$

2-Мисол.  $\frac{5}{\sqrt[3]{a}}$  ( $a \neq 0$ ) касрни махраждаги илдиздан қутқаринг.

Касрнинг сурат ва махражини  $\sqrt[3]{a^2}$  га кўпайтирамиз:

$$\frac{5}{\sqrt[3]{a}} = \frac{5 \cdot \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a^2}} = \frac{5\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a^3}} = \frac{5\sqrt[3]{a^2}}{a}.$$

3-Мисол.  $\frac{1-a^2}{1-\sqrt{a}}$  ( $a \geq 0, a \neq 1$ ) касрни махраждаги илдиздан қутқаринг.

Касрнинг сурат ва махражини  $(1+\sqrt{a})$  га кўпайтирамиз:

$$\frac{1-a^2}{1-\sqrt{a}} = \frac{(1-a^2) \cdot (1+\sqrt{a})}{(1-\sqrt{a})(1+\sqrt{a})} = \frac{(1-a)(1+a)(1+\sqrt{a})}{1-a} = (1+a)(1+\sqrt{a})$$

4-Мисол.  $\frac{x-\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$  ( $x \geq 0, y \geq 0, x \neq y$ ) касрни махраждаги

илдиздан қутқаринг. Касрнинг сурат ва махражини  $(\sqrt{x}+\sqrt{y})$  га кўпайтирамиз:

$$\frac{x-\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{(x-\sqrt{xy}+y)(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{(\sqrt{x})^3 + (\sqrt{y})^3}{x-y} = \frac{\sqrt{x^3} + \sqrt{y^3}}{x-y} = \frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{x-y}.$$

5-Мисол.  $\frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{5}}$  касрни махраждаги илдиздан қутқаринг.

Касрнинг сурат ва махражини  $[(1+\sqrt{2})-\sqrt{5}]$  га кўпайтирамиз:

$$\begin{aligned} \frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{5}} &= \frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{5}}{(1+\sqrt{2}+\sqrt{5})(1+\sqrt{2}-\sqrt{5})} = \frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{5}}{(1+\sqrt{2})^2-5} = \frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{5}}{1+2\sqrt{2}+2-5} = \\ &= \frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{5}}{2\sqrt{2}-2} = \frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{5}}{2(\sqrt{2}-1)}. \end{aligned}$$

Энди касрнинг сурат ва махражини  $(\sqrt{2}+1)$  га кўпайтирамиз:

$$\frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{5}}{2(\sqrt{2}-1)} = \frac{(1+\sqrt{2}-\sqrt{5})(\sqrt{2}+1)}{2(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{\sqrt{2}+2-\sqrt{10}+1+\sqrt{2}-\sqrt{5}}{2(2-1)} = \frac{3+2\sqrt{2}-\sqrt{10}-\sqrt{5}}{2}.$$

## 10.6. Каср кўрсаткичли даража қатнашган ифодаларни айнан тенг ифодаларга алмаштириш

4-Таъриф. Агар икки ифода бирор тўпلامда маънога эга бўлиб, шу тўпلامда уларнинг барча мос қийматлари ўзаро тенг бўлса, бу икки ифода шу тўпلامда айнан тенг дейилади.

Мисоллар: а)  $3a^2 - a$  ва  $2a$  ифодалар  $[0;1]$  тўпلامда; б)  $\frac{a^2}{\sqrt{a-1}}$  ва  $\frac{|a|}{\sqrt{a-1}}$  ифодалар  $(1;+\infty)$  тўпلامда; в)  $c^{\frac{1}{2}} \cdot c^{\frac{1}{2}}$  ва  $c$  ифодалар  $[0;+\infty)$  тўпلامда айнан тенг ифодалардир.

Натижалар:

1) агар икки ифода бирор тўпلامда айнан тенг бўлса, унинг ихтиёрий қисм-тўпламида ҳам айнан тенг бўлади.

Масалан,  $\sqrt{a^2}$  ва  $a$  ифодалар  $[0;+\infty)$  тўпلامда айнан тенг бўлганидан бу тўпلامнинг ихтиёрий қисм тўпلامлари:  $[0;1], [5;7], [1000;+\infty)$  да ҳам айнан тенгдир.

2) агар бирор тўпلامда бир ифода иккинчисига, иккинчиси учинчисига айнан тенг бўлса, шу тўпلامда биринчи ифода учинчи ифодага айнан тенг бўлади.

Масалан,  $[0;+\infty)$  тўпلامда  $(\sqrt{a})^2$  ифода  $\sqrt{a^2}$  га,  $\sqrt{a^2}$  эса  $a$  га айнан тенг. Шунинг учун  $[0;+\infty)$  тўпلامда  $(\sqrt{a})^2$  ифода  $a$  га айнан тенг.

### Каср кўрсаткичли даражалар қатнашган ифодаларни айнан тенг бўлган ифодаларга алмаштиришга доир мисоллар:

1-Мисол.  $b^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}}$  ифодани соддалаштиринг. Бу ифода  $[0;+\infty)$  тўпلامда маънога эга бўлганидан, уни шу тўпلامда айнан тенг ифодага алмаштирамиз:  $b^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} = b^{\frac{3}{2} + \frac{1}{2}} = b^2$ .

2-Мисол.  $\frac{a^2-1}{a-1}$  касрни қисқартиринг. Бу ифода  $[0;1) \cup (1;+\infty)$  тўпلامда маънога эга бўлгандан шу тўпلامда  $a-1 = \left(a^{\frac{1}{2}}-1\right) \left(a^{\frac{1}{2}}+1\right)$

тенгликни ёзиш мумкин. У ҳолда  $\frac{a^2-1}{a-1} = \frac{a^{\frac{1}{2}}-1}{\left(a^{\frac{1}{2}}-1\right) \left(a^{\frac{1}{2}}+1\right)} = \frac{1}{a^{\frac{1}{2}}+1}$ .

3-Мисол.  $\frac{2x^2}{x-4} - \frac{1}{x^2-2}$  ифоданинг  $x=9$  бўлгандаги қийматини

топинг. Бу ифода  $[0;4) \cup (4;+\infty)$  тўпламда маънога эга бўлгандан шу тўпламда  $x-4 = \left(x^2-2\right)\left(x^2+2\right)$  тенгликни ёзиш мумкин. У ҳолда

$$\begin{aligned} \frac{2x^2}{x-4} - \frac{1}{x^2-2} &= \frac{2x^2}{\left(x^2-2\right)\left(x^2+2\right)} - \frac{1}{\left(x^2-2\right)\left(x^2+2\right)} = \frac{2x^2 - x^2 - 2}{\left(x^2-2\right)\left(x^2+2\right)} = \\ &= \frac{x^2 - 2}{\left(x^2-2\right)\left(x^2+2\right)} = \frac{1}{x^2+2}. \end{aligned}$$

$\frac{1}{x^2+2}$  ифодага  $x=9$  қийматни қўямиз:

$$\frac{1}{x^2+2} = \frac{1}{9^2+2} = \frac{1}{81+2} = \frac{1}{83} \approx 0,012.$$

4-Мисол.  $\frac{\sqrt{x}}{x^2+y^2} + \frac{\sqrt{y}}{x^2-y^2}$  ифодани соддалаштиринг. Бу ифода

$x \geq 0, y \geq 0; x^2 \neq y^2, x^2 \neq -y^2$  да маънога эга. Шунинг учун

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{x}}{x^2+y^2} + \frac{\sqrt{y}}{x^2-y^2} &= \frac{x^2\left(x^2-y^2\right) + y^2\left(x^2+y^2\right)}{\left(x^2+y^2\right)\left(x^2-y^2\right)} = \frac{x-x^2 \cdot y^2 + x^2 \cdot y^2 + y}{x-y} = \frac{x+y}{x-y}. \end{aligned}$$

## ЎТИЛГАН МАВЗУЛАР БЎЙИЧА ТЕСТ-2

1.  $\frac{2^2 \cdot 4 \cdot (2^2)^4}{2^2 \cdot 32} : 2^5$  ни ҳисобланг.

A) 1024      B) 64      C) 1      D) 2      E) 4.

2.  $\frac{(a^2)^3 \cdot a^3 \cdot (ab)^3}{a^5(a^2b)^2} : \left(\frac{ab^2}{b}\right)^2 \cdot b$  ни соддалаштиринг.

A)  $\frac{a^2}{b}$       B)  $\frac{a}{b}$       C)  $\frac{a^2}{b^2}$       D)  $\frac{a^3}{b^3}$       E)  $ab^2$ .

3.  $(3x^2 + 5xy + 7x^2y) - (5xy + 3x^2) - (7x^2y - 3x^2)$  ни соддалаштиринг.

A)  $3x^2$       B)  $6x^2 + 10xy$       C)  $10xy$       D)  $9x^2$       E) 0.

4.  $5a \cdot \frac{1}{2} \cdot b + \frac{2}{3}a\left(\frac{1}{4}b^2\right) - 5b(0,5a) - \frac{1}{3}a^2\left(\frac{1}{15}ab\right)$  кўпхадни стандарт шаклга келтиринг.

A)  $\frac{1}{6}ab^2$       B)  $-\frac{1}{45}a^3b$       C)  $5ab$       D)  $-\frac{1}{45}a^3b + \frac{1}{6}ab^2$       E) 0.

5.  $\frac{1}{3}\left(\frac{3}{4}a - 6b\right) - \frac{7}{8}\left(\frac{1}{7}a + 8b\right)$  ифодани соддалаштиринг.

A)  $2a$       B)  $2a - 15b$       C)  $-b$       D)  $a - 15b$       E)  $-15b$ .

6.  $P_4(x) \equiv x^4 + 7x^3 + 18x^2 + 20x + 8$  кўпхадни  $Q_2(x) \equiv x^2 + x + 1$  кўпхадга бўлгандаги қолдиқни топинг.

A) 0      B)  $x$       C)  $x^2 + 5x + 7$       D)  $3x - 3$       E) 1.

7.  $\frac{77^3 - 69^3}{70^2 - 62^2} - \frac{77^3 + 41^3}{125^2 - 49} - \frac{1}{2}$  ни ҳисобланг.

A) 87      B) 57      C) 0,5      D)  $86\frac{1}{2}$       E)  $87\frac{1}{2}$ .

8.  $P_3(x) \equiv x^3 - 3x^2 + 5x + 7$  кўпхадни  $Q_1(x) \equiv 2x + 1$  кўпхадга бўлгандаги қолдиқни топинг (Безу теоремасига кўра).

A) 0      B)  $\frac{1}{8}$       C)  $\frac{29}{8}$       D) 29      E)  $\frac{17}{2}$ .

9.  $P_4(x) \equiv x^4 - 3x^2 + 2$  ни кўпайтувчиларга ажратинг.

A)  $(x^2 - 1)(x^2 - 4)$       B)  $(x - 1)(x + 1)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$       C)  $(x^2 + 2)(x^2 - 3)$       D)  $3(x^2 - 1)(x^2 - 2)$       E)  $(x^2 + 1)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$ .

10.  $b^2c^2 - 4bc - b^2 - c^2 + 1$  кўпхадни кўпайтувчиларга ажратинг.

A)  $(bc - 1)(b + 1)$       B)  $(bc + b - c - 1)(bc - b + c + 1)$   
 C)  $(bc - b - c - 1)(bc + b + c - 1)$       D)  $(b - 1)(c - 1)(b - c)$       E)  $(b - c - 1)(c - b + 1)$ .

11.  $\frac{a^2b - ab}{b(a + 1)} : \left(\frac{a + 1}{a - 1}\right)$  алгебраик ифоданинг аниқланиш соҳасини топинг.

A)  $a \neq 0, b \neq 0, a \neq -1$       B)  $a \neq -1, b \neq 0$       C)  $a \neq 1, b \neq 0, a \neq 0$   
 D)  $a \neq -1, a \neq 1, b \neq 0$       E)  $a \neq 0, b \neq 0, a \neq \pm 1$ .

12.  $\left(\frac{1+x}{1-x} + \frac{x-1}{x+1}\right) \cdot \left(\frac{3}{4x} + \frac{x}{4} - x\right)$  ни соддалаштиринг.  
 А) -3      В) 3      С) 2      Д) -2      Е) 6.
13.  $(1,5)^3 (2,25)^{-1,5} (0,75)^{-1} \left[ \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} - \left(2\frac{3}{7}\right)^0 \right] - 8$  ни ҳисобланг.  
 А) 0      В) 8      С) -8      Д) -2      Е) -16.
14.  $(0,2x^{-3}y^{-2})^2 \cdot \left(\frac{x^{-2}}{2y^3}\right)^{-2}$  ни соддалаштиринг.  
 А)  $-0,16x^{-2}y^{-2}$       В)  $0,16x^{-2}y^{-2}$       С)  $0,16x^{-2}y^2$   
 Д)  $\frac{16}{100}x^2y^2$       Е)  $\frac{1}{16}x^2y^2$ .
15. Қуйидагиларнинг қайси бири ҳамма бутун сонлар учун тўғри?  
 А)  $\sqrt{a^2} = a$       В)  $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a^2} = a$       С)  $(4a^6)^3 = 8a^9$       Д)  $\sqrt{a} \cdot 4\sqrt{a} = 2a$   
 Е)  $\frac{\sqrt{9a}}{\sqrt{a}} = 3$ .
16.  $\sqrt{4 + \sqrt{15}} - \sqrt{4 - \sqrt{15}}$  ни ҳисобланг.
17. А) 2      В)  $\sqrt{6}$       С)  $2\sqrt{2}$       Д)  $\sqrt{3}$       Е)  $\sqrt{10} \cdot b + c = 8$  ва  $bc = 16$   
 бўлса  $(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})(\sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{c})$  ни топинг.  
 А)  $a - 16$       В)  $a + 2$       С)  $a - 4$       Д)  $a + 6$       Е)  $a - 6$ .
18.  $\sqrt[6]{5 - 2\sqrt{6}} \sqrt[3]{5 + \sqrt{24}} \sqrt[3]{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$  ни ҳисобланг.  
 А) 1      В) 2      С) 0      Д) -1      Е) -2.
19.  $\left(\frac{x^{1,5} + y^{-1,5}}{x^{0,5} + y^{0,5}} - x^{0,5}y^{-0,5}\right) \cdot \left[(x - y^{-1}) + \frac{2y^{-0,5}}{x^{0,5} + y^{0,5}}\right]^{-1}$  ни соддалаштиринг.  
 А)  $\sqrt{xy}$       В)  $\sqrt{x}$       С)  $\sqrt{y}$       Д)  $\frac{1}{xy}$       Е) 1.
20.  $\frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}} + \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}$  ни ҳисобланг.  
 А) 2      В)  $2 - \sqrt{3}$       С)  $\sqrt{2}$       Д)  $-\sqrt{2}$       Е)  $\sqrt{2} - 1$ .



## II БОБНИ МУСТАҲКАМЛАШ УЧУН МАШҚЛАР

1. Кўпайтмани даража шаклида ёзинг:

а)  $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}$ ;    б)  $\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$ ;    в)  $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$ ;

г)  $(-3b)(-3b)(-3b)(-3b)(-3b)$ ;    д)  $\underbrace{3 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 3}_{21 \text{ марта}} \cdot \underbrace{x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_{10 \text{ марта}}$ ;

е)  $\frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot (x-y)(x-y)(x-y)$ .

2. Ҳисобланг:

а)  $2^3 \cdot 3^3 \cdot 0^3$ ;  $\left(\frac{5}{2}\right)^3$ ;  $1^7$ ;    б)  $(-2)^5$ ;  $(-4)^3$ ;  $(-5)^4$ ;  $\left(-\frac{1}{2}\right)^5$ ;  $\left(-\frac{3}{2}\right)^4$ ;

в)  $(-5)^2 \left(-\frac{3}{5}\right)$ ;  $(-3)^3 \left(-\frac{2}{3}\right)$ ;  $-(-3)^2 2^3$ ;  $-(-3)^2 (-2)^3$ .

3. Ҳисобланг:

а)  $\frac{7^5 \cdot (7^4)^3}{7^{14}}$ ;    б)  $\frac{3^6 \cdot 3^3}{3^5 \cdot 3 \cdot 3}$ ;    в)  $\left(\frac{3}{5}\right)^4 \cdot \frac{5^3}{3^2}$ ;    г)  $\left(\frac{35}{48}\right)^2 \cdot \left(\frac{6}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2$ ;

д)  $\frac{5 \cdot 2^{32} - 4 \cdot 2^{30}}{4^{16}}$ ;    е)  $\frac{5(3 \cdot 7^{15} - 19 \cdot 7^{14})}{7^{16} + 3 \cdot 7^{15}}$ ;    ж)  $\left(\frac{7^4}{15^2}\right)^3 \left(\frac{5}{7}\right)^6 \left(\frac{3}{7}\right)^5$ .

4. Амалларни бажаринг:

а)  $a^2 b^3 \left(-\frac{21b}{4}\right) \cdot \frac{8m^2 ab}{7} \cdot \left(-1\frac{1}{3} mb^2\right)$ ;    б)  $0,2xy^2 \left(2\frac{1}{2} yax^2\right) \left(-\frac{3y^2 ax^3}{4}\right)$ ;

в)  $\left(-4\frac{3}{4} mn^2\right) \left(-\frac{17}{38} amn\right) \left(-\frac{a^2 n}{34}\right) \left(-\frac{16m}{5}\right)$ .

5. Соддалаштиринг:

а)  $(a-2b)^3 - (a+2b)^3$ ;    б)  $\left(\frac{4}{5}x - \frac{3}{7}y\right)(x+2y) - (x-2y)\left(\frac{3y}{7} - \frac{4x}{5}\right)$ ;

в)  $(a+1)(a+2)(a^2+4)(a-1)(a^2+1)(a-2)$ ;

г)  $(a-3b)^3 - (2a-3b)(3ab + (a-3b)^2)$ ;

д)  $(m-n)(m^2+mn+n^2) - (m+n)(m^2-mn+n^2)$ ;

е)  $(a-b)(a+b) - 2a(a-b) - (a-b)^2$ ;

6. Ҳисобланг:

а)  $62 \cdot 58$ ;    б)  $47^2 + 2 \cdot 47 \cdot 13 + 13^2$ ;    в)  $\frac{59^3 - 41^3}{18} + 59 \cdot 41$ ;

г)  $\frac{38^2 - 17^2}{49^2 - 19^2}$ ;

д)  $507 \cdot 493 - 505 \cdot 495$ ; е)  $202^2 - 54^2 + 256 \cdot 352$

7.  $P(x)$  кўпхадни  $Q(x)$  кўпхадга бўлинг:

а)  $P_3(x) = 2x^3 + 7x^2 + 7x + 2$        $Q_1(x) = x + 2$ ;

б)  $P_4(x) = 3x^4 - 8x^3 + 2x^2 + 5x - 2$        $Q_1(x) = x - 2$ ;

в)  $P_5(x) = 3x^5 - 28x^4 + 65x^3 + 16x^2 - 80x$        $Q_2(x) = 3x^2 - x - 4$ ;

г)  $P_7(x) = 2x^7 + 3x^6 - 3x - 2$        $Q_1(x) = x - 1$ ;

8.  $P(x)$  кўпхадни  $Q(x)$  кўпхадга бўлгандаги қолдиқни топинг:

а)  $P_4(x) = x^4 - x^3 - 10x^2 + 4x + 24$        $Q_1(x) = x - 1$ ;

б)  $P_5(x) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$        $Q_2(x) = x^2 - x - 2$ ;

в)  $P_6(x) = x^6 - 3x^5 - 4x^3 + x - 1$        $Q_2(x) = x^2 + x + 1$ ;

г)  $P_7(x) = x^7 - x^6 - 3x^3 + x + 1$        $Q_2(x) = x^2 - x + 1$ ;

9.  $P(x)$  кўпхадни  $Q(x)$  кўпхадга бўлгандаги қолдиқни Безу теоремаси ёрдамида топинг:

а)  $P_3(x) = 6x^3 - 41x^2 - 76x + 160$        $Q_1(x) = 2x + 5$ ;

б)  $P_4(x) = x^4 - 8x^3 + 15x^2 + 4x - 20$        $Q_2(x) = (x - 2)(x + 1)$ ;

в)  $P_4(x) = x^4 - 10x^2 + 9$        $Q_1(x) = x + 2$ ;

г)  $P_6(x) = x^5 + 3x^4 - 20x^3 - 48x^2 + 64x$        $Q_1(x) = x + 5$ ;

10. Кўпхадларни кўпайтувчиларга ажратинг:

1) Умумий кўпайтувчини қавсдан ташқарига чақириш ёки группалаш усули ёрдамида:

а)  $5x^3 - 5x$ ; б)  $x^2 - x^3 + 4 - 4x$ ; в)  $x^5 + 5x^3 - 6x^2$ ; г)  $3x^6 + 12x^4 - 96x^2$ ;

д)  $5a^2 - 5ax - 7a + 7x$ ; е)  $xy^2 - by^2 - ax + ab + y^2 - a$ ;

ж)  $ax - 2x + 2y - ay + 2 - a$ ; з)  $ax^2 - ay - bx^2 + cy + by - cx^2$ .

2) Қисқа кўпайтириш формуллари ёрдамида:

а)  $\frac{1}{9}x^2 - \frac{16}{25}y^2$ ; б)  $16 - 8a^2b^2 + a^4b^4$ ; в)  $-64a^3 - 8a^2b - \frac{1}{4}ab^2$

г)  $16y^2 - (3 - 4y)^2$ ; д)  $(4c - x)^2 - (2c + 3x)^2$ ; е)  $49 - 2ax - a^2 - x^2$ ;

ж)  $a^3 - b^3 + 5a^2b - 5ab^2$ ; з)  $a^4 - ab^3 - a^3b - b^4$ .

3) Бир неча усуллардан фойдаланиб:

а)  $4a^2b + 32a^5b$ ; б)  $81a^2 + 6bc - 9b^2 - c^2$ ; в)  $p^3 - 2p^2 + 2p - 1$ ;

г)  $x^3 - 3x^2 - 3x + 1$ ; д)  $x^6 + 27$ ; е)  $x^4 - 2x^3 + 2x - 1$ ; ж)  $x^4 + 3x^2 + 2$ ;

з)  $x^8 + x^4 + 1$ .

11. Ҳисобланг:

а)  $\frac{85^2 - 17^2}{85^2 + 2 \cdot 85 \cdot 17 + 17^2}$ ; б)  $\frac{17,98^2 - 17,98 \cdot 32,02 + 32,02^2}{17,98^3 + 32,02^3}$ ;

в)  $125 \cdot 48 - 31 \cdot 82 - 31 \cdot 43 + 125 \cdot 83$ ; г)  $3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \frac{1}{5} + 4,2 \cdot \frac{2}{3} + 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \frac{4}{5} + 2,8 \cdot \frac{2}{3}$ ;

д)  $73,4^2 + 73,4 \cdot 17,2 - 90,6 \cdot 63,4$ ;

е)  $1,25 \cdot 14,9 + 0,75 \cdot 1,1 + 14,9 \cdot 0,75 + 1,1 \cdot 1,25$ .

12. Алгебраик касрларнинг аниқланиш соҳасини топинг:

а)  $\frac{a^3 - 1}{a^2 - 1} \cdot \frac{b}{a}$ ; б)  $\frac{ab}{c - d} \cdot \frac{c + d}{a}$ ; в)  $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} - \frac{1}{a + c}$ ; г)  $\frac{x + 2}{x^3 + x^2 + x + 1} - \frac{1}{x + 1}$ .

13. Алгебраик касрнинг сон қийматини топинг:

а)  $\frac{a - b}{a + 2b}$ , бунда  $a = 16$ ,  $b = -3$ ; б)  $\frac{2a - 3x}{a^2}$ , бунда  $a = 0,5$ ,  $x = -0,2$

в)  $\frac{y + 3}{y} - \frac{y}{y - 3}$ , бунда  $y = 1,5$ ; г)  $\frac{(a + b)^2 - 1}{a^2 + 1}$ , бунда  $a = -3$ ,  $b = -1$ .

14. Ифодани соддалаштиринг:

а)  $\frac{x^2 - y^2}{2xy} \cdot \frac{2x}{x + y}$ ; б)  $\frac{y^2 - 16}{10xy} \cdot \frac{5y}{3y + 12}$ ; в)  $\frac{a^2 - 3a}{a^2 - 25} \cdot \frac{a^2 - 9}{a^2 + 5a}$ ;

г)  $\frac{a^2 + ax + x^2}{x - 1} \cdot \frac{a^2 - x^2}{x^2 - 1}$ ; д)  $\frac{4c^3 d^2}{9a^3 x^3} \cdot \frac{3a^2 x}{2cd^2} \cdot \frac{2cd}{3a^2 x^2}$ ;

е)  $\frac{x^2 + ax - 3x - 3a}{x^2 - ax - 3x + 3a} \cdot \frac{x^2 + 4x - ax - 4a}{x^2 + 4x + ax + 4a}$ ; ж)  $\frac{m^2 + m - mn - n}{m^2 + m + mn + n} \cdot \frac{m^2 - m - mn + n}{m^2 - m + mn - n}$ ;

з)  $\frac{x^2 - bx + ax - ab}{x^2 + bx - ax - ab} \cdot \frac{x^2 + bx + ax + ab}{x^2 - bx - ax + ab}$ .

15. Амалларни бажаринг:

а)  $\frac{5}{y - 3} + \frac{1}{y + 3} - \frac{4y - 18}{y^2 - 9}$ ; б)  $\frac{2b^2 + 10b}{3by + 15y} + \frac{b^2 - 3b}{by - 3y} - \frac{2b}{3y}$ ;

в)  $\frac{2y - 1}{y^2 - 2y + 4} + \frac{7}{y + 2} - \frac{9y^2 - 11y + 26}{y^3 + 8}$ ;

г)  $\frac{1}{(x + y)^2} - \frac{2}{x^2 - y^2} + \frac{1}{(x - y)^2} - \frac{4x^2}{(x^2 - y^2)^2}$ .

16. Ифодани соддалаштиринг қийматини топинг:

а)  $\frac{x^2 + xy}{x^2 + y^2} \cdot \left( \frac{x}{x - y} - \frac{y}{x + y} \right)$ , бунда  $x = 2$ ,  $y = 1$ ;

б)  $\left( \frac{x + y}{x} - \frac{2x}{x - y} \right) \cdot \frac{x - y}{x^2 + y^2}$ , бунда  $x = 0,25$ ,  $y = -32$ ;

в)  $\left( \frac{m - n}{m + n} - \frac{m^3 - n^3}{m^3 + n^3} \right) \left( \frac{m - n}{m + n} + \frac{m^2 + n^2}{m^2 - n^2} \right)$ , бунда  $m = 0,1$ ;  $n = 0,9$ ;

$$г) \left( \frac{1+n}{n^2 - mn} - \frac{1-m}{m^2 - mn} \right) : \frac{m+n}{m^2 n - n^2 m} + \frac{m}{m-n}, \text{ бу ерда } m=1, n=0,1.$$

17. Ифодани аниқланиш соҳасида соддалаштиринг:

$$а) \left( \frac{a}{b^2 - ab} + \frac{b}{a^2 - ab} \right) : \frac{ab}{a-b}; \quad б) \left( \frac{x}{xy - y^2} - \frac{y}{x^2 - xy} \right) : \frac{x^2 - y^2}{8xy};$$

$$в) \frac{a^2 - 25}{a+3} : \frac{1}{a^2 + 5a} : \frac{a+5}{a^2 - 3a}; \quad г) \frac{1-2x}{2x+1} + \frac{x^2 + 3x}{4x^2 - 1} : \frac{x+3}{4x+2}.$$

18. Соддалаштиринг:

$$1) \left( \frac{3a^2}{2b} \right)^2 : \frac{16b^3}{21a^4}; \quad 2) \frac{3a^3}{7b} : \frac{9a^4}{21b}; \quad 3) \frac{9cx^3}{16ab} : \frac{2ab^2}{cxy} : \frac{4by^2}{3ax^2};$$

$$4) \frac{14a^4 b^2}{5xy} : \frac{10x^2 y^2}{21a^2 b^3} : \frac{3b}{4a^2 xy^2}; \quad 5) \frac{5x^2 - 5y^2}{x^2 + y^2} : \frac{10y - 10x}{3x^2 + 3y^2} : \frac{2}{x+y};$$

$$6) \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} : \frac{a^4 - b^4}{a^2 - 2ab + b^2} : (a+b);$$

$$7) \frac{m^2 + m(a+b) + ab}{m^2 - (a-c)m - ac} : \frac{m^2 - a^2}{m^2 - c^2} : \frac{m-a}{m+a};$$

$$8) \frac{m+a}{m-b} : \frac{ac + m^2 - am - mc}{mb + mc + bc + m^2} : \frac{a^2 - m^2}{b^2 - m^2};$$

$$9) \left( \frac{b}{a} + \frac{a}{b} - 2 \right) : \left( \frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) : \left( 1 - \frac{b}{a} \right);$$

$$10) \left( 1 + \frac{a+b}{a-b} \right) : \left( 2 - \frac{2a}{a+b} \right) : \frac{ab}{a-b};$$

$$11) \left( \frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right) : \frac{xy}{x^2 - y^2};$$

$$12) \left( \frac{2-m}{m+2} - \frac{m+2}{m-2} \right) : \left( \frac{m+2}{2-m} + \frac{m-2}{m+2} \right);$$

$$13) \left[ \left( \frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right) : \left( \frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 2 \right) \right] : \left[ \left( 1 + \frac{y}{x} \right) : \frac{x}{x-y} \right];$$

$$14) \left( \frac{1}{c+b} + \frac{1}{a} \right) : \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b+c} \right) : \left( 1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \right);$$

$$15) \left( \frac{a+1}{2(a-1)} + \frac{6}{2a^2 - 2} - \frac{a+3}{2a+2} \right) : \frac{4a^2 - 4}{3};$$

$$16) \left( \frac{b}{a^2 + ab} + \frac{2}{a+b} + \frac{a}{b^2 + ab} \right) : \frac{a^3 - b^3}{4ab};$$

$$17) \frac{4c^2}{(c-2)^4} : \left( \frac{1}{(c+2)^2} + \frac{1}{(c-2)^2} + \frac{2}{c^2 - 4} \right);$$

$$18) \frac{2x}{b+x} + \left( \frac{2y}{(x-b)^2} - \frac{2y}{x^2 - b^2} \right) : \frac{y}{(x-b)^2};$$

$$19) \left( \frac{a}{\frac{a}{2}+1} + \frac{\frac{2}{3}a}{2-a} + \frac{2b}{\frac{1}{4}a^2-1} \right) : \frac{\frac{1}{2}a-2}{\frac{1}{2}a-1};$$

$$20) \left( \frac{1}{\frac{x}{2}+y} - \frac{2y}{\frac{1}{4}x^2+xy+y^2} \right) : \left( \frac{0,5x}{0,25x^2-y^2} + \frac{1}{2y-x} \right) + 2.$$

19. Касрни қисқартиринг.

$$\text{а) } \frac{x^3-1}{x^4+x^2+1}; \quad \text{б) } \frac{x^6+x^4+x^2+1}{x^3+x^2+x+1}; \quad \text{в) } \frac{(x+2)^7-x^7-128}{(x+2)^5-x^5-32}; \quad \text{г) } \frac{x^8+x^4+1}{x^2+x+1};$$

$$\text{д) } \frac{ax-2x-4a+8}{3a-6-ax+2x}; \quad \text{е) } \frac{ax+bx-ay-by}{bx-by}.$$

20. Ҳисобланг:

$$\text{а) } 125^{-1} \cdot 25^2; \quad \text{б) } (6^2)^2 \cdot 6^{-14}; \quad \text{в) } \frac{2^{-21}}{4^{-5} \cdot 4^{-6}}; \quad \text{г) } \frac{5^{-5} \cdot 25^{10}}{125^3};$$

$$\text{д) } (2^3)^5 \cdot (2^{-5})^3 \cdot 4^{-2}; \quad \text{е) } (3^{-3})^2 \cdot 9^4 \cdot (3^{-3})^2;$$

$$\text{ж) } 25 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{-2} \cdot ((-2)^3)^{-1}; \quad \text{з) } (5^{-3})^{-1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot 10^{-5} \cdot 20^0.$$

21.  $a$  ( $a \neq 0$ ) ning даражаси кўринишида ифодаланг:

$$\text{а) } (a^3)^{-2}, (a^{-1} \cdot a^{-2})^{-3}, ((a^2)^{-3})^2;$$

$$\text{б) } (a^{-1} \cdot a^{-2})^{-1}, ((a^2)^{-1})^2, ((a^{-2})^{-1})^{-1} : (a : a^{-1})^2;$$

$$\text{в) } (a \cdot (a^3 \cdot a^{-2})^0 \cdot a^{-4})^2, (a^2 : a^3)^2 \cdot (a^3 \cdot a^4)^{-2}$$

$$\text{г) } ((a^2 \cdot a^3)^3 \cdot a) : a^{12} \cdot a^4, (a^2 \cdot a^4) : a^3 \cdot (a : (a^2 \cdot a^3)^4)^{-1}.$$

22. Ҳисобланг.

$$\text{а) } 2^{-2} + ((-20)^7)^{-7} : ((-20)^{-6})^8 - 20^0;$$

$$\text{б) } -17^{-2} + (-17^{-4})^{-6} : ((-17)^{-13})^{-2} + 15^0 \cdot 17;$$

$$\text{в) } \left(-\frac{27}{10}\right)^{-1} + (0,3)^{-3} + \left(\frac{3}{7}\right)^{-1} + (-0,5)^{-2} \cdot \frac{3}{4} + (-1)^{-8} \cdot 6;$$

$$\text{г) } \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{9}\right)^{-1} + \left(\frac{6}{7}\right)^0 \cdot \frac{1}{8} - 0,25^{-2} \cdot 16 - \left(\frac{8}{3}\right)^{-1};$$

$$\text{д) } \left(-2\frac{1}{2}\right)^3 \cdot (0,25)^2 ((-5)^{-3})^0 \cdot (10^{-2})^{-2};$$

$$\text{е) } \left(3^3 \cdot 729^{-1}\right)^3 \cdot 2187^5 \cdot 243^{-10} : 6561^{-6} - 81^4 \cdot 9^{-7}.$$

23. Ифодаларни соддалаштиринг:

$$а) (0,2x^{-3}y^{-2})^3 \cdot \left(\frac{x^{-2}}{2y^3}\right)^{-2}; \quad б) \frac{(x^2y^3)^8 (x^{-4}y^{-6})^{-6}}{(x^4y^6)^2 (x^{-1}y^{-2})^3} \cdot \frac{x^3}{y^{-6}};$$

$$в) \left(\frac{c^4}{6x^2y^3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}c^2x^3y^{-2}\right)^4; \quad г) \left(\frac{1}{6}x^{-1}y^2\right)^{-2} \left(\frac{x^2}{y^2}\right)^{-2} \left(\frac{-2x^2}{y^3}\right)^{-4};$$

$$д) (a^{-3} + b^{-3})(a^{-2} - b^{-2})^{-1} \cdot (a^{-2} - a^{-1}b^{-1} + b^{-2})^{-1} \cdot (b^{-1} - a^{-1});$$

$$е) (a^{-2}b - ab^{-2})(a^{-2} + a^{-1}b^{-1} + b^{-2})^{-1} + (a^{-1})^{-1}.$$

24. Ҳисобланг:

$$а) 0,5\sqrt{121} + 3\sqrt{0,81} + 2\sqrt{6}(-\sqrt{6}) + \left(\frac{1}{2}\sqrt{20}\right)^2 - \frac{1}{2}\sqrt{(-10)^2};$$

$$б) \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} - \frac{1}{2}\sqrt{75 \cdot 48} + \sqrt{313^2 - 312^2} - (4\sqrt{0,5})^2 + \sqrt{(-9)^2} - (-\sqrt{2})^2;$$

$$в) \left[5 - \left(3\sqrt{\frac{4}{9}} + \sqrt{0,25}\right)\right] : (\sqrt{0,5})^2 - \left(0,03 \cdot \sqrt{10000} + \frac{\sqrt{0,16}}{2\sqrt{0,04}}\right) \cdot \sqrt{\frac{1}{4}};$$

$$г) (\sqrt{225} + 3\sqrt{121}) \cdot \left(\frac{2}{3}\sqrt{0,09} + 0,78\sqrt{100}\right) - \sqrt{(-3)^2} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2};$$

$$д) \left(-6\sqrt{\frac{1}{4}} + \frac{\sqrt{324} \cdot \sqrt{0,16}}{2 \cdot 0,2}\right) : \sqrt{25} + \sqrt{\frac{64}{81}} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{32} \cdot \sqrt{\frac{9}{16}};$$

$$е) [5 : \sqrt{0,25} \cdot \sqrt{0,81} + (\sqrt{11})^2] \cdot \left(-(\sqrt{5})^{-1} \cdot \sqrt{\frac{3}{4}}\right)^{-2} - 0,1(\sqrt{120})^2.$$

25. Амалларни бажаринг

$$а) \sqrt{144} \cdot \sqrt{\frac{49}{64}} \cdot \sqrt{0,01}, \quad \frac{\sqrt{180} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{200} \cdot \sqrt{8}};$$

$$б) \sqrt{6} \cdot \sqrt{18} \cdot \sqrt{12} : \sqrt{111}, \quad \sqrt{108} \cdot \sqrt{30} : \sqrt{24};$$

$$в) \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} \cdot (\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}) (\sqrt{6})^2;$$

$$г) \sqrt{\sqrt{3}}, \quad \sqrt{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}}, \quad \sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}};$$

$$д) \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}, \sqrt{4\sqrt{4\sqrt{1024}}}, \sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7}}};$$

$$е) (\sqrt[3]{7})^{10} \cdot (\sqrt[3]{3})^7 \cdot \sqrt[3]{27}, \quad \left(\sqrt{2}\right)^3 \cdot \sqrt{2} \cdot (\sqrt[3]{5})^9;$$

$$ж) \sqrt{2^8 \cdot 3^2}, \quad \sqrt{7^2 \cdot 2^8}, \quad \sqrt[3]{3^6 \cdot 2^{12}}, \sqrt[3]{3^4 \cdot 5^8};$$

$$з) \frac{1}{3}\sqrt{18}, \quad 0,7\sqrt{300}, \quad 0,125\sqrt{192}, \quad -\frac{1}{5}\sqrt{275}.$$

26. Соддалаштиринг:

а)  $4\sqrt{2} - 4\sqrt{8} + 8\sqrt{32} + \sqrt{128}$ ; б)  $3\sqrt{3} + 11\sqrt{27} + 8\sqrt{243} - 2\sqrt{2187}$ ; в)  
 $(\sqrt{12} + \sqrt{75} + \sqrt{27}) : \sqrt{15}$ ; г)  $(3\sqrt{8} + \frac{1}{3}\sqrt{18} - \frac{1}{8}\sqrt{32}) - 4\sqrt{8}$ ;

д)  $(\sqrt{12} - 2\sqrt{75})\sqrt{3} + (3\sqrt{5} - 2\sqrt{3})\sqrt{5} + \sqrt{60}$ ;

е)  $(\sqrt{28} - 2\sqrt{3} + \sqrt{7})\sqrt{7} + \sqrt{84} - (\sqrt{11} - 3)(\sqrt{11} + 3)$ ;

ж)  $(2\sqrt{5} + \sqrt{12})(\sqrt{12} - \sqrt{5}) - \sqrt{135} + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{45}$ ;

з)  $(2\sqrt{2} - \sqrt{5} + 3\sqrt{2})(\sqrt{18} - \sqrt{20} + 2\sqrt{2}) : (\sqrt{5})^2 + 90$ .

27. Қисқа кўйайтириш формуларидан фойдаланиб амалларни бажаринг.

а)  $(x + \sqrt{y})(x - \sqrt{y})$ ,  $(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$ ,  $(\sqrt{13} - \sqrt{7})(\sqrt{13} + \sqrt{7})$ ;

б)  $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$ ,  $(\sqrt{2} + 3)^2$ ,  $(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})^2$ ,  $(\sqrt[3]{5} + \sqrt{2})^2$ ;

в)  $(3\sqrt{5} + \sqrt{15})^2 - 10\sqrt{27}$ ,  $(\sqrt{14} - 3\sqrt{2})^2 + 6\sqrt{28}$ ;

г)  $\sqrt{4 + \sqrt{7}} \cdot \sqrt{4 - \sqrt{7}}$ ;  $\sqrt[3]{8 - \sqrt{37}} \cdot \sqrt[3]{8 + \sqrt{37}}$ ;  $\sqrt[6]{3 + 2\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{2} - 1}$ ;

$\sqrt[6]{17 + 12\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{2} - 3}$ ;  $\sqrt[6]{10 + 6\sqrt{3}} \sqrt{\sqrt{3} - 1}$ ;

д)  $(\sqrt{4 + \sqrt{7}} + \sqrt{4 - \sqrt{7}})^2$ ,  $(\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} - \sqrt{5 - 2\sqrt{6}})^2$

е)  $\sqrt{6 + 4\sqrt{2}}$ ,  $\sqrt{8\sqrt{3} + 19}$ ,  $\sqrt{7 - 2\sqrt{6}}$ ,  $\sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$ ,  $\sqrt{\sqrt{17} - 12\sqrt{2}}$

ж)  $(4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 - \sqrt{15}}$ ,  $\sqrt{3 - \sqrt{5}}(3 + \sqrt{5})(\sqrt{10} - \sqrt{2})$ ,  $\sqrt{28 - 16\sqrt{3}}$ ,  $\sqrt{17 - 4\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}}$

28. Касрнинг махражидаги иррационалликдан қутқаринг.

а)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ,  $\frac{3}{\sqrt[3]{9}}$ ,  $\frac{a^2}{\sqrt{a}}$ ,  $\frac{a}{\sqrt{a+b}}$ ,  $\frac{1}{\sqrt{2\sqrt{2}}}$ ,  $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ ;

б)  $\frac{2}{2 + \sqrt{2}}$ ,  $\frac{4}{3 - \sqrt{3}}$ ,  $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{5} + \sqrt{12}}$ ,  $\frac{\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3} - 4\sqrt{2}}$ ,  $\frac{x}{x + \sqrt{y}}$ ,  $\frac{b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$ ;

в)  $\frac{1}{1 + \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}$ ,  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}$ ,  $\frac{3 + \sqrt{6} + 2}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ ,  $\frac{7 - \sqrt{14} + 2}{\sqrt{7} - \sqrt{2}}$ ;

г)  $\frac{4}{2 - 3\sqrt[3]{2}}$ ,  $\frac{3}{\sqrt[3]{2} + 3}$ ,  $\frac{1}{\sqrt{4} - \sqrt[3]{3}}$ ,  $\frac{7}{3\sqrt{3} + \sqrt[3]{2}}$ .

29. Касрни қисқартиринг:

а)  $\frac{b^2 - 5}{b - \sqrt{5}}$ ,  $\frac{m + \sqrt{6}}{6 - m^2}$ ,  $\frac{2 - \sqrt{x}}{x - 4}$ ,  $\frac{2\sqrt{x} - 3\sqrt{y}}{4x - 9y}$ ;

б)  $\frac{\sqrt{7} - 7}{\sqrt{7} - 1}$ ,  $\frac{3 + \sqrt{x}}{3\sqrt{x} + x}$ ,  $\frac{\sqrt{70} - \sqrt{30}}{\sqrt{35} - \sqrt{15}}$ ,  $\frac{2\sqrt{10} - 5}{4 - \sqrt{10}}$ ;

в)  $\frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}}{2 + \sqrt{6} - \sqrt{2}}$ ,  $\frac{(\sqrt{10} - 1)^2 - 3}{\sqrt{10} + \sqrt{3} - 1}$ ,  $\frac{5\sqrt{7} - 7\sqrt{5} + \sqrt{35}}{5 - \sqrt{35} + \sqrt{5}}$ ,  $\frac{(\sqrt{5} + 1)^2 - 2}{\sqrt{5} + \sqrt{2} + 1}$ ;

г)  $\frac{x\sqrt{x} - y\sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$ ,  $\frac{a\sqrt{a} - 1}{a + \sqrt{a} + 1}$ ,  $\frac{2\sqrt{2} - 3\sqrt{3}}{5 + \sqrt{6}}$ ,  $\frac{8 - \sqrt{15}}{5\sqrt{5} + 3\sqrt{5}}$ ;

30. Соддалаштиринг:

$$1) 2\sqrt{5\frac{1}{2}} + \frac{1}{3}\sqrt{99} - 2\sqrt{2\frac{3}{4}}, \quad 4\sqrt{3\frac{1}{2}} - 0,5\sqrt{56} - 3\sqrt{1\frac{5}{9}};$$

$$2) \sqrt[3]{3\frac{3}{8}} + \sqrt[4]{18} \cdot \sqrt[4]{4\frac{1}{2}} - \sqrt{\sqrt{256}}, \quad \frac{\sqrt[3]{32}}{\sqrt[4]{2}} + \sqrt[6]{27^2} - \sqrt[3]{64};$$

$$3) \sqrt[3]{\sqrt[3]{a^{18}} + \left(\sqrt[3]{\sqrt[3]{a^4}}\right)^3} + \sqrt[3]{\sqrt{x^6 y^{12}}} - \left(\sqrt[5]{xy^2}\right)^5;$$

$$4) \left(\left(\sqrt[5]{a^5 \sqrt{a}}\right)^5 - \sqrt[5]{a}\right) : \sqrt{a^2} - \sqrt{(a-1)^2};$$

$$5) (\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x + y);$$

$$6) (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 - (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2;$$

$$7) (\sqrt{x} - \sqrt{y})(x + \sqrt{xy} + y);$$

$$8) (\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y})(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2});$$

$$9) \frac{b^{\frac{1}{5}} \left( b^{\frac{4}{5}} - \sqrt[5]{b^{-1}} \right)}{b^{\frac{2}{3}} \left( \sqrt[3]{b} - b^{-\frac{2}{3}} \right)};$$

$$10) \frac{a^{\frac{4}{3}} b^{-2} - a^{-2} b^{\frac{4}{3}}}{a^{\frac{5}{3}} b^{-2} - b^{\frac{5}{3}} a^{-2}};$$

$$11) \left( \frac{1}{x + x\sqrt{y}} + \frac{1}{x - x\sqrt{y}} \right) \cdot \frac{y-1}{2};$$

$$12) \left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \right) : \frac{2\sqrt{ab}}{(a-b)^2};$$

$$13) \frac{a-1}{a^4 + a^2} \cdot \frac{a^{\frac{1}{2}} + a^4}{a^2 + 1} \cdot a^4 - \sqrt{a};$$

$$14) \frac{\frac{3}{x^2}}{x^2 + \sqrt{a}} - \frac{\frac{1}{xa^2}}{a^2 - \sqrt{x}} + \frac{2x^2 - 4ax}{x-a};$$

$$15) \left[ \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} + 4\sqrt{a} \right] \left( \sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right);$$

$$16) \frac{1}{x} \cdot \left\{ \frac{x^{1,5} + y^{-1,5}}{x^{0,5} + y^{-0,5}} - x^{0,5} y^{\frac{1}{2}} \right\} \left\{ x - y^{-1} + \frac{2y^{-0,5}}{x^{0,5} + y^{\frac{1}{2}}} \right\}^{-1};$$



$$17) \frac{ab^3 - a^3b}{a^3 - b^3} + \frac{a^4b^3 - a^3b^4}{a^3 + a^3b^3 + b^3};$$

$$18) \frac{y-1}{y^3 + y^3} \cdot \left\{ \frac{y^3}{y-1} + \frac{1}{y^3 - 1} \right\};$$

$$19) \left[ \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{a+1}} + \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{a+1}} \right] : \left\{ 1 + \sqrt{\frac{a+1}{a-1}} \right\};$$

$$20) 1 - \frac{\frac{1}{\sqrt{a-1}} - \sqrt{a+1}}{\frac{1}{\sqrt{a+1}} - \sqrt{a-1}} : \frac{\sqrt{a+1} \cdot \sqrt{a^2-1}}{(a-1)\sqrt{a+1} - (a+1)\sqrt{a-1}};$$

$$21) \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}};$$

$$22) \frac{3}{\sqrt{6} - \sqrt{3}} + \frac{4}{\sqrt{7} + \sqrt{3}};$$

$$23) \frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{7} + \sqrt{2}};$$

$$24) \left( \frac{2}{\sqrt{3}-1} + \frac{3}{\sqrt{3}-2} + \frac{15}{3-\sqrt{3}} \right) : (\sqrt{3} + 5); \quad 25) \sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} + \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}}.$$

31. Сонларни таққосланг,

а)  $2\sqrt{5}$  ва  $\sqrt{19}$ ,  $3\sqrt[3]{3}$  ва  $\sqrt[3]{81}$ , б)  $\sqrt[4]{10}$  ва  $\sqrt[4]{3}$ ,  $\sqrt[4]{24}$  ва  $\sqrt[4]{5}$ ;

в)  $\sqrt[4]{6 + \sqrt{20}}$  ва  $\sqrt{1 + \sqrt{5}}$ ,  $\sqrt[4]{17 + 12\sqrt{2}}$  ва  $\sqrt{2 + 1}$ ;

г)  $\frac{5 + \sqrt{5}}{5 - \sqrt{5}} + \frac{5 - \sqrt{5}}{5 + \sqrt{5}}$  ва  $\sqrt{10}$ ; д)  $\sqrt{11} - \sqrt{13}$  ва  $\sqrt{12} - \sqrt{14}$ ;

е)  $5\sqrt{\frac{7}{2}}$ ,  $\sqrt{17}$  ва  $\frac{1}{2}\sqrt{62}$ ,  $12\sqrt{0,5}$ ,  $\sqrt{89}$  ва  $\frac{3}{4}\sqrt{160}$ .

32. Соддалаштиринг ва қийматини топинг:

а)  $\frac{x^2 + y^2}{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{xy^2 + x^2y}$ , бунда  $x=0,75$ ,  $y=0,5$ ;

б)  $\left( \frac{1 + b\sqrt{b}}{1 + \sqrt{b}} - \sqrt{b} \right) \cdot \frac{1 + \sqrt{b}}{1 - b}$ , бунда  $b=0,81$ ;

в)  $\left( \frac{\sqrt{a}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{a}} \right) \cdot \left( \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1} - \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1} \right)$ , бунда  $a=4$ ;

г)  $\frac{a-x}{\sqrt{a} - \sqrt{x}} - \left( \frac{a + \sqrt[4]{ax^3}}{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ax}} - \sqrt[4]{ax} \right)$ , бунда  $a=2$ ,  $x=8$ .

## III БОБ. ТЕНГЛАМАЛАР.

### 1-§. Тенглик, айният ва тенглама.

**1-Таъриф.** Тенглик (=) белгиси билан бирлаштирилган иккита алгебраик ифода тенглик деб аталади, яъни  $A=B$ , бу ерда  $A, B$  алгебраик ифодалар.

Масалан:  $2 \cdot 5 = 7 + 3$ ,  $35 + 21 = 21 + 35$ ,  $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$  сонли

тенгламалар;  $a+b=b+a$ ,  $abc=a(bc)$ ,  $2(c+1)=5 \cdot 2,5c$ ,  $\frac{x+1}{x-1} = 5 + \frac{1}{x-1}$

Ўзгарувчилар қатнашган тенгликлардир.

#### Тенгликнинг хоссалари:

- 1) Агар  $A=B$  бўлиб,  $C$  ихтиёрий сон бўлса, у ҳолда  $A+C=B+C$ ,  $A-C=B-C$  бўлади; масалан,  $5=5 \Rightarrow 5+2=5+2$ ,  $5-2=5-2$ ;
- 2) Агар  $A=B$  бўлиб,  $C \neq 0$  бўлса, у ҳолда  $AC=BC$  ва  $A:C=A:C$  бўлади. Масалан  $27=27 \Rightarrow 27 \cdot 3=27 \cdot 3$ ,  $27:3=27:3$ .

**2-Таъриф.** Ўзгарувчиларнинг исталган қийматида икки ифода мос қийматлари бир-бирига тенг бўлса, буидай икки ифода айнан тенг ифодалар дейилади, яъни  $A(x, y, z, \dots, t) \equiv B(x, y, z, \dots, t)$ , бу ерда (=) айнан тенглик белгиси.

Масалан,  $1) 2(x+y)$  ва  $2x+2y$  ифодалар айнан тенг ифодалардир, чунки тақсимот хоссасига кўра, ўзгарувчиларнинг исталган қийматларида бу ифодаларнинг мос қийматлари ўзаро тенгдир, яъни

а)  $x=1$ ,  $y=2$  да  $2(x+y)=2(1+2)=2 \cdot 3 = 6$ ,  $2x+2y=2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 = 2+4=6$ ;

б)  $x=5$ ,  $y=4$  да  $2(x+y)=2(5+4)=2 \cdot 9 = 18$ ,  $2x+2y=2 \cdot 5 + 2 \cdot 4 = 10+8=18$ ; ва ҳаказо.

3)  $2x+y$  ва  $2xy$  ифодалар айнан тенг эмас, чунки  $x$  ва  $y$  нинг шундай қийматларини кўрсатиш мумкинки, бу ифодаларнинг мос қийматлари тенг бўлмайди, яъни

а)  $x=1$ ,  $y=2$  да  $2x+y=2 \cdot 1 + 2 = 4$ ,  $2xy=2 \cdot 1 \cdot 2 = 4$ ;

б)  $x=3$ ,  $y=5$  да  $2x+y=2 \cdot 3 + 5 = 11$ ,  $2xy=2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ ; ва ҳаказо.

**3-Таъриф.** Тенгликка кирган ўзгарувчиларнинг исталган қийматларида (аниқланиш соҳасида) ҳам тўғри бўлган тенглик айният дейилади.

Масалан,

1)  $2(x+1)=2x+2$  тенглик айниятдир, чунки  $y$   $x$  нинг барча қийматларида ( $x \in R$ ) тўғридир.

2)  $\frac{3a}{a^2} = \frac{3}{a}$  ёки  $\frac{3a}{a^2} - \frac{3}{a} = 0$  тенгламалар ҳам айниятдир, чунки

$a \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$  да тенглик ўрибли бўлади.

3)  $\frac{(b-1)}{b-1} - b + 1 = 0$  ифода  $b \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$  да айниятдир.

**4-Таъриф.** Тенгликка кирган ўзгарувчиларнинг айрим қийматларида тўғри бўлган тенглик тенглама дейилади, яъни  $A(x, y, z, \dots, t) = B(x, y, z, \dots, t)$ .

Шуни айтиб ўтиш керакки, тенгламада қатнашган ўзгарувчилар масала шартига кўра тенг хуқуқли бўлмаслиги мумкин. Уларнинг баъзилари ўзлари қабул қилиши мумкин бўлган қийматларни қабул қилади. Вуларни тенгламанинг маълум қийматлари ёки коэффицентлари дейилади ва лотин алфавитининг бошидаги кичик ҳарфлари : a, b, c, ... билан белгиланади. Қийматлари изланаётган бошқа ўзгарувчилар номаълумлар дейилади ва лотин алфавитининг охиридаги кичик ҳарфлари : x, y, z, ... лар билан белгиланилади.

Тенглама таркибида қатнашган номаълумларнинг сонига қараб тенглама бир номаълумли, икки номаълумли ва ҳоказолар бўлиши мумкин.

Масалан, 1)  $4x - 15 = x + 15$  тенглик бир номаълумли (ўзгарувчили) тенгламадир, чунки у фақат  $x = 10$  да тўғри ва  $x$  нинг бошқа қийматларида тўғри эмас.

2)  $5ax + 5 = 4ax - 3$ , бу ерда  $a$  тенгламанинг коэффицентлари бўлиб,  $a \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$  қабул қилади;  $x$ -номаълумдир. Бу тенглик ҳам бир номаълумли тенглама бўлиб,  $x = -\frac{8}{a}$  да тўғридир.

3)  $x + 2y = 3$  -- икки номаълумли тенглама.

Бу тенглик а)  $x = 0$ ,  $y = \frac{3}{2}$ ; б)  $x = 3$ ,  $y = 0$ ; в)  $x = 1$ ,  $y = 1$  жуфтликларда тўғридир.

4)  $x^2 + y^2 = z^2$  -- уч номаълумли тенгламадир.

Бу тенглик а)  $x = 0$ ,  $y = 1$ ,  $z = 1$ ;

б)  $x = 0$ ,  $y = 1$ ,  $z = -1$ ; в)  $x = 3$ ,  $y = 4$ ,  $z = 5$ ; ва бошқа қийматларда тўғридир.

**5-Таъриф.** Тенгламада қатнашган ўзгарувчиларнинг энг юқори даражаси берилган тенгламанинг даражаси дейилади

Масалан, а)  $5x - 3 = 7x$ ;  $5x + 7y = 3$ ;  $3x - 7y - 8z = 6t$  - биринчи даражали тенгламалардир;

б)  $x^2 + 5x + 3 = 0$ ;  $x^2 + y^2 = 25$ ;  $x^2 + y^2 = z^2$  - иккинчи даражали тенгламалардир;

в)  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0 = 0$  -  $n$ -чи даражали тенгламадир, бу ерда  $a_n \neq 0$ ,  $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$  хақиқий сонлар.

## 2-§. Биринчи даражали бир номаълумли тенгламалар.

Ушбу  $A(x) = B(x)$  кўринишдаги тенглама биринчи даражали бир номаълумли тенглама дейилади.

Масалан:  $3x-9=0$  ;  $2-10y = 22$  ;  $3(x-1)=5x-7$  тенгламалар биринчи даражали бир номаълумли тенгламалардир .

**1-Таъриф** . Тенгламанинг илдизи деб ,номаълумнинг шу тенгламани тўғри тенгликка айлантирувчи қийматига айтилади.

Тенгламанинг илдизи (ечими) битта , чексиз кўп ёки умуман илдизга эга эмас бўлиши мумкин .

Масалан: а)  $5x-7 = 6x-9$  тенглама  $x=2$  илдизга эга , чунки  $5 \cdot 2 - 7 = 6 \cdot 2 - 9 \Rightarrow 3=3$  тўғри тенглик ҳосил бўлади,

б)  $6x-12 = 6(x-2)$  тенглама чексиз кўп илдизга эга , чунки  $x$  нинг ихтиёрий қийматида тўғри тенглик ҳосил бўлади.

в)  $7x-4=7(x-3)$  тенглама ечимга эга эмас , чунки тенглама  $x$  нинг ихтиёрий қийматида тўғри тенгликка айланмайди.

Шундай қилиб ,тенгламани ечиш унинг барча илдизларини топиш ёки илдиз йўқлигини исботлаш демакдир .

**2-Таъриф.**  $x$  нинг бир вақтда  $A(x)$  ва  $B(x)$  лар маънога эга бўладиган қийматлар тўплами берилган  $A(x)=B(x)$  . тенгламанинг аниқланиш соҳаси дейилади .

Масалан, а)  $4x-3=2x-4$  , бу ерда  $A(x)=4x-3$   $B(x)=2x-4$  бўлиб ,  $A(x)$  нинг аниқланиш соҳаси :  $D(A)=\{x:x \in R\}$  ;  $B(x)$  нинг аниқланиш соҳаси :  $D(B)=\{x:x \in R\}$  бўлади .Демак берилган тенгламанинг аниқланиш соҳаси :  $D(A) \cap D(B)=\{x:x \in R\}$  .

б)  $\frac{10}{2x-8} = \frac{x-1}{2x+6}$  , бу ерда ,  $A(x)=\frac{10}{2x-8}$  ,  $B(x)=\frac{x-1}{2x+6}$  ,бўлиб  $A(x)$  нинг аниқланиш соҳаси  $D(A)=\{x:x \neq 4\}$ ;  $B(x)$  нинг аниқланиш соҳаси:  $D(B)=\{x:x \neq -3\}$  бўлади .Демак берилган тенгламанинг аниқланиш соҳаси:  $D(A) \cap D(B)=\{x:x \in (-\infty;-3) \cup (-3;4) \cup (4;+\infty)\}$  .

Тенгламани ечишда қуйндаги хоссалардан фойдаланамиз :

1-хосса. Тенгламанинг исталган ҳадининг ишорасини қарама - қаршисига ўзгартириб , тенгликни бир томонидан иккинчи томонига ўтқазиш мумкин , яъни

$$A(x)+C(x)=B(x) \cdot D(x) \Rightarrow A(x)+D(x)=B(x) \cdot C(x).$$

2-хосса. Тенгламанинг иккала томонини нолга тенг бўлмаган бир хил сонга кўпайтириш ёки бўлиш мумкин , яъни  $A(x)=B(x) \Rightarrow a \cdot A(x)=a \cdot B(x)$  ,  $A(x):a =B(x):a$  ,  $a \neq 0$ .

Хоссаларга оид мисоллар :

1)  $3x=5$  ,  $x=\frac{5}{3}$  ;

2)  $\frac{3}{5}x=-6$  ,  $x=-\frac{6 \cdot 5}{3}=-2 \cdot 5=-10$  ,  $x=-10$  ;

3)  $5x=\frac{1}{3}$  ,  $x=\frac{1}{3 \cdot 5}=\frac{1}{15}$  ,  $x=\frac{1}{15}$ ;

4)  $-\frac{3}{7}x=\frac{5}{2}$  ,  $x=-\frac{7 \cdot 5}{3}=-\frac{35}{6}=-5 \frac{5}{6}$  ,  $x=-5 \frac{5}{6}$  ;

5)  $5x+17=2x+5$  .  $5x-2x=5-17$  ,  $3x=-12$  ,  $x=-4$  ;

$$6) \frac{4x-3}{2} = \frac{5-2x}{3} + \frac{3x-4}{3}, \quad 3(4x-3) = 2(5-2x) + 2(3x-4),$$

$$12x-9 = 10-4x+6x-8,$$

$$12x+4x-6x = 10-8+9, \quad 10x = 11, \quad x = 1,1.$$

3-Таъриф. Агар  $A_1(x) = B_1(x)$  ва  $A_2(x) = B_2(x)$  тенгламаларнинг ечимлари (илдизлари) тўплами устма-уст тушса ёки иккала тенглама ечимга эга бўлмаса, у ҳолда берилган тенгламалар тенг кучли тенгламалар дейилади ва қуйидагича ёзилади:

$$A_1(x) = B_1(x) \Leftrightarrow A_2(x) = B_2(x),$$

бу ерда  $\Leftrightarrow$  тенг кучлилиқ белгиси.

Масалан, а)  $x+1=0$  ва  $(x+1)^2=0$  тенгламалар тенг кучли, чунки  $x=-1$  ҳар иккала тенгламанинг ечимидир;

б)  $3x+7=3(x-1) \Leftrightarrow 7x-7=7x+5$ , чунки бу тенгламалар илдишларга эга эмас;

в)  $x(x+1)=0$  ва  $x(x-1)=0$  тенгламалар тенг кучли эмас, чунки бирининг ечими  $\{-1;0\}$ , иккинчи тенгламанинг ечими  $\{0;1\}$  га айнан тенг эмас.

г)  $x(x-3)(x+5)(2x-\sqrt{5})=0$  тенглама ва жами  $(x=0, x-3=0, x+5=0, 2x-\sqrt{5}=0)$  тенгламалар тенг кучлидир, чунки

биринчи тенглама ечими  $\{-5;0; \frac{\sqrt{5}}{2}; 3\}$  иккинчи жами тенгламалар ечими

$\{-5;0; \frac{\sqrt{5}}{2}; 3\}$  га айнан тенгдир.

Тенг кучли тенгламалар ҳақида хулосалар:

1)  $A(x) = B(x) \Leftrightarrow A(x) - B(x) = 0$ ;

2)  $A(x) = B(x) \Leftrightarrow A(x) \pm \alpha = B(x) \pm \alpha$ ; бу ерда  $\alpha$ -ихтиёрий сон;

3)  $A(x) = B(x) \Leftrightarrow \alpha \cdot A(x) = \alpha \cdot B(x)$  ( $\frac{A(x)}{\alpha} = \frac{B(x)}{\alpha}$ ),  $\alpha \neq 0$  ихтиёрий сон;

4)  $A(x) \cdot B(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = 0 \\ B(x) = 0 \end{cases}$ , (ёки  $A(x) = 0$  ёки  $B(x) = 0$ );

5)  $A^{2n+1}(x) = B^{2n+1}(x)$  ( $n \in \mathbb{N}$ )  $\Leftrightarrow A(x) = B(x)$ ;

6)  $A^{2n}(x) = B^{2n}(x)$  ( $n \in \mathbb{N}$ )  $\Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = B(x) \\ A(x) = -B(x) \end{cases}$ ;

7)  $A^n(x) = 0$  ( $n \in \mathbb{N}$ )  $\Leftrightarrow A(x) = 0$ , бу ерда  $\{ \}$  - бирлашма белгиси.

Тенгламаларни турли алмаштиришлар ёрдамида ечилаётганда тенгламанинг илдизи йўқолиши ёки чет илдиз пайдо бўлиши мумкин.

Масалан: а)  $x(2x-3)=x$  тенгламадан  $2x-3=1$  тенгламага ўтганда  $x$  номаълумга қисқартирилиши туфайли  $x=0$  илдиз йўқотилди; шунинг учун янги тенгламага ўтаётганда бундай йўқолиш рўй бермаслиги керак.

б)  $\sqrt{3x-2} = \sqrt{2x-2}$  тенгламадан  $3x-2=2x-2$  тенгламага ўтилганда (тенгламанинг аниқланиш соҳаси  $x \in (1, +\infty)$ ) берилган тенгламанинг  $x=0$  чет илдизини ҳосил қиламиз. Бу илдизни тенгламага қўйиб текшириб

кўриш мумкин , яъни  $\sqrt{-2} = \sqrt{-2}$  маънога эга эмас . Демак,  $x=0$  чет илдиз .

### 3-§. Чизиқли ва параметрга боғлиқ бир номаълумли тенгламалар.

**1-Таъриф** . Ушбу  $ax+b=0$  кўринишдаги тенгламага бир номаълумли чизиқли тенглама дейилади , бу ерда  $a \neq 0$ ,  $b$ - ихтиёрий сонар бўлиб ,  $a$ - номаълум олдидаги коэффициент ,  $b$ - озод ҳад дейилади.

Масалан.  $3x+1=0$ ,  $\frac{1}{3}x-5=0$ ,  $\frac{6x}{7}-\frac{9}{8}=0$ .

1) Агар  $a \neq 0$  бўлса , у ҳолда  $ax+b=0$  тенглама ягона  $x=-\frac{b}{a}$  ечимга эга :

2) Агар  $a=0$ ,  $b \neq 0$  бўлса , у ҳолда  $ax+b=0$  тенглама ечимга эга эмас, яъни ечимлар тўлаими  $\emptyset$  (бўш) бўлади.

3) Агар  $a=0$ ,  $b=0$  бўлса , у ҳолда  $ax+b=0$  тенглама чексиз кўп ечимга эга, яъни  $x \in \mathbb{R}$  бўлади.

Мисоллар: а)  $3x=0$ ,  $x=0$  . Демак жавоб :  $x=0$  .

$$б) 2(x-1)+1=3-(1-2x) , 2x-2+1=3-1+2x ,$$

$$2x-2x=2+1 \text{ ёки } 0 \cdot x-3=0, 0 \cdot x=3.$$

Бу тенглама ечимга эга эмас ( $\emptyset$ ) , чунки унинг чап томони  $x$  нинг ихтиёрий қийматида нолга тенг , демак у 3 га тенг эмас . Жавоб:  $\emptyset$  .

$$в) 2x+3-6(x-1)=4(1x)+5, 2x+3-6x+6=4-4x+5, 2x-6x+4x=4+5-3-6,$$

$$6x-6x=9-9, 0=0 . \text{ Жавоб : } x \in \mathbb{R} .$$

**2-Таъриф** . Ушбу  $A(a,b,c,\dots,k;x)=B(a,b,c,\dots,k;x)$  кўринишдаги тенгламага параметрга боғлиқ бўлган бир номаълумли тенглама дейилади, бу ерда  $a,b,c,\dots,k$  ўзгармас сонлар бўлиб тенгламанинг параметрлари дейилади ,  $x$ - номаълум.

Масалан;  $ax=a$ ;  $ax=x-1$ ;  $ax+bx=b+c+1$ ;  $(a^2-1)x=a^2-3$ .

Параметрга боғлиқ тенгламани ечиш учун параметрнинг қандай қийматларида тенгламани қаноатлантирувчи номаълумлар мавжудлигини кўрсатиш лозим

**1-Мисол.**  $ax=a$  тенгламани ечинг.

**Ечиш:** Агар  $a \neq 0$  бўлса , у ҳолда  $ax=a \Leftrightarrow x=1$ .

Агар  $a=0$  бўлса , у ҳолда  $0 \cdot x = 0 \Leftrightarrow 0=0$ , яъни  $x \in \mathbb{R}$  .

**Мисол.**  $(a+1)(a-1)x=(2a+3)(a-1)$  тенгламани ечинг .

**Ечиш:**  $(a+1)(a-1)=0 \Leftrightarrow a=1, a=-1$ ;

Демак 1) Агар  $a=1$  бўлса, у ҳолда  $0=0$  бўлиб ,  $x \in \mathbb{R}$  бўлади.

2) Агар  $a=-1$  бўлса, у ҳолда  $0=-2$  бўлиб .  $x \in \emptyset$  бўлади.

3) Агар  $a \neq \pm 1$  бўлса, у ҳолда берилган тенглама ягона  $x = \frac{2a+3}{a+1}$  ечимга эга.

Жавоб:  $x = \frac{2a+3}{a+1}$ ,  $a \neq \pm 1$ ,

$x \in \mathbb{R}$ ,  $a=1$ ;

$x \in \emptyset$ ,  $a=-1$ .

**3-Мисол.**  $a$  нинг қандай қийматида  $4+ax=x+3+a$  тенглама чексиз кўп ечимга эга бўлади.

**Ечиш:**  $ax-x=3+a-4$ ,  $(a-1)x=a-1$ ,  $a-1=0$ ,  $a=1$ .

Демак 1)  $a=1$  да  $0 \cdot x=0 \Leftrightarrow 0=0$  бўлиб,  $x \in \mathbb{R}$  бўлади;

2) Агар  $a \neq 1$  бўлса, у ҳолда  $x=1$ .

Жавоб:  $a=1$ .

**4-Мисол.**  $a$  нинг қандай қийматида  $ax-4=3x$  тенгламанинг ечими 8 га тенг бўлади.

**Ечиш:**  $ax-4=3x$ ,  $ax-3x=4$ ,  $(a-3)x=4$ ,  $x=8$  ни ҳисобга

олиб,  $(a-3) \cdot 8=4$ ,  $a-3=\frac{1}{2}$ ,  $a=3+\frac{1}{2}$ ,  $a=3\frac{1}{2}$ .

Жавоб: 3,5.

#### 4-§. Квадрат учҳадни чизиқли кўпайтувчиларга ажратиш.

Ушбу  $ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) кўринишдаги ифодага квадрат учҳад дейилади, бу ерда  $a$ ,  $b$ ,  $c$  ҳақиқий сонлар.

Квадрат учҳаддан тўла квадрат ажратиш мумкин:

$$\begin{aligned} ax^2+bx+c &= a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right) = a\left[x^2+2x \cdot \frac{b}{2a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a} - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right] = \\ &= a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}\right] = a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]. \end{aligned}$$

Ушбу  $b^2-4ac$  ифодага квадрат учҳаднинг дискриминанти дейилади ва  $D$  ҳарф билан белгиланади, яъни  $D=b^2-4ac$ .

1. Агар  $D>0$  бўлса, у ҳолда квадрат учҳадни қуйидагича кўпайтувчиларга ажратамиз:

$$\begin{aligned} ax^2+bx+c &= a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)^2\right] = a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{D}}{2a}\right)^2\right] = \\ &= a\left(x+\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{D}}{2a}\right)\left(x+\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{D}}{2a}\right) = a\left(x-\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}\right)\left(x-\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}\right) = a(x-x_1)(x-x_2), \end{aligned}$$

бу ерда  $x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$ ,  $x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$ .

2. Агар  $D=0$  бўлса, у ҳолда квадрат учҳад қуйидагича кўпайтувчига ажралади:

$$ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = a(x - x_1)^2,$$

бу ерда  $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ .

3. Агар  $D < 0$  бўлса, у ҳолда квадрат учҳад чиқиқли кўпайтувчиларга ажралмайди.

### Квадрат учҳадни кўпайтувчиларга ажратишга оид мисоллар:

а)  $2x^2 - 12x + 18$ , бу ерда  $a=2$ ,  $b=-12$ ,  $c=18$  бўлиб,

$$D = 12^2 - 8 \cdot 18 = 144 - 144 = 0 \text{ тенг. У ҳолда } x_1 = x_2 = 3.$$

$$\text{Демак, } 2x^2 - 12x + 18 = 2(x-3)^2;$$

б)  $3x^2 - 3x - 6$ , бу ерда  $a=3$ ,  $b=-3$ ,  $c=-6$  бўлиб,

$$D = (-3)^2 - 4 \cdot 3(-6) = 9 + 72 = 81 > 0. \text{ У ҳолда}$$

$$x_1 = \frac{3 + \sqrt{81}}{2 \cdot 3} = \frac{3+9}{6} = 2, \quad x_2 = \frac{3 - \sqrt{81}}{2 \cdot 3} = \frac{3-9}{6} = -1.$$

$$\text{Демак, } 3x^2 - 3x - 6 = 3(x-2)(x+1);$$

в)  $x^2 - x + 1$ , бу ерда  $a=1$ ,  $b=-1$ ,  $c=1$  бўлиб,

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 1 - 4 = -3 < 0. \text{ У ҳолда } x^2 - x + 1 \text{ квадрат учҳад чиқиқли кўпайтувчиларга ажралмайди.}$$

### 5-§. Квадрат тенглама ва унинг илдишлари. Виет теоремаси.

**1-Таъриф.** Ушбу  $ax^2 + bx + c = 0$  тенгламага квадрат тенглама дейилади, бу ерда  $a$ ,  $b$ ,  $c$  берилган сонлар,  $a \neq 0$ ,  $x$  — номаълум.

$a$ ,  $b$ ,  $c$  — сонлар квадрат тенгламанинг коэффицентлари:  $a$  — бош коэффицент,  $b$  — иккинчи коэффицент,  $c$  — озод ҳад.

Масалан, а)  $2x^2 - x - 1 = 0$ , бу ерда  $a=2$ ,  $b=-1$ ,  $c=-1$ ;

б)  $\frac{1}{3}x^2 + 5x - 2 = 0$ , бу ерда  $a=\frac{1}{3}$ ,  $b=5$ ,  $c=-2$ . в)  $0,5x^2 - 2,3x + 1$ , бу ерда  $a=0,5$ ,  $b=-2,3$ ,  $c=1$ .

3-§ га кўра  $ax^2 + bx + c = 0$  квадрат тенглама илдишлари қуйидаги формулалар билан ҳисобланади.

1. Агар  $D = b^2 - 4a > 0$  бўлса, у ҳолда квадрат тенглама иккита ҳархил ҳақиқий илдишларига эга бўлади, яъни

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a},$$



2. Агар  $D=0$  бўлса, у ҳолда квадрат тенглама ягона ҳақиқий илдизга эса бўлади, яъни  $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ ;

3. Агар  $D<0$  бўлса, у ҳолда квадрат тенглама ҳақиқий илдизларга эга бўлмайди, яъни  $\emptyset$ .

**Мисоллар:** а)  $12x^2 + 7x + 1 = 0$ , бундан  $D = 7^2 - 4 \cdot 12 \cdot 1 = 1 > 0$ , демак

$$x_{1/2} = \frac{-7 \pm \sqrt{1}}{24}, \quad x_1 = \frac{-7+1}{24} = -\frac{1}{4}, \quad x_2 = \frac{-7-1}{24} = -\frac{1}{3},$$

Жавоб:  $x_1 = -\frac{1}{4}, \quad x_2 = -\frac{1}{3}$ ;

б)  $x^2 - 12x + 36 = 0$ , бундан  $D = (-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36 = 0$ , демак  $x_1 = x_2 = \frac{12}{2} = 6$ .

Жавоб:  $x_1 = x_2 = 6$ ;

в)  $8x^2 - 25x + 23 = 0$ , бундан  $D = (-25)^2 - 4 \cdot 8 \cdot 23 = 625 - 644 = -19 < 0$ , Жавоб:  $\emptyset$ .

**2-Таъриф** . Агар  $ax^2 + bx + c = 0$  квадрат тенгламада  $b$  ёки  $c$  коэффицентлардан камида биттаси нолга тенг бўлса, у ҳолда бундай тенглама чала квадрат тенглама дейилади, яъни

а)  $ax^2 = 0$   $a \neq 0$ ; б)  $ax^2 + c = 0$ ;  $a \neq 0, c \neq 0$ ; в)  $ax^2 + bx = 0$ ,  $a \neq 0, b \neq 0$  тенгламаларга чала квадрат тенгламалар дейилади.

Уларнинг илдизлари қуйидагича топилади:

а)  $ax^2 = 0 \Leftrightarrow x_1 = x_2 = 0$ ;

б)  $ax^2 + c = 0 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{c}{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left\{ -\sqrt{-\frac{c}{a}}, \sqrt{-\frac{c}{a}} \right\}, & \text{агар } ac < 0. \text{ бўлса} \\ x \in \emptyset, & \text{агар } ac > 0. \text{ бўлса} \end{cases}$

в)  $ax^2 + bx = 0 \Leftrightarrow x(ax + b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ ax + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ x = -\frac{b}{a}. \end{cases}$

**Мисоллар:** а)  $5x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x_1 = x_2 = 0$ ;

б)  $2x^2 - \frac{1}{8} = 0 \Leftrightarrow 2x^2 = \frac{1}{8} \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{16} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm \frac{1}{4}$

в)  $3x^2 + 15 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 = -15 \Leftrightarrow x^2 = -5 \Leftrightarrow x \in \emptyset$ ; чунки  $x^2 \geq 0$

г)  $x^2 - 7x = 0 \Leftrightarrow x(x - 7) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0, x_2 = 7$ .

**3-Таъриф** Ушбу  $x^2 + px + q = 0$  кўринишдаги квадрат тенглама келтирилган квадрат тенглама дейилади. Бу тенгламанинг бош коэффиценти бирга тенг.

Масалан,  $x^2 - 3x - 4 = 0$ ;  $x^2 + x - \frac{3}{4} = 0$  тенгламалар келтирилган квадрат тенгламалардир.

Ҳар қандай  $ax^2 + bx + c = 0$  квадрат тенгламани унинг иккала қисмини  $a \neq 0$  га бўлиб,  $x^2 + px + q = 0$  тенгламага келтириш мумкин, бу

ерда  $p = \frac{b}{a}, q = \frac{c}{a}$ .

Келтирилган квадрат тенгламани илдизини қуйидаги формула билан ҳисобланади:

$$x_{1/2} = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2} = \frac{-p \pm \sqrt{D_1}}{2}, \quad D_1 = p^2 - 4q.$$

а) Агар  $D_1 = p^2 - 4q > 0$  бўлса, келтирилган тенглама иккита ҳар хил ҳақиқий илдизга эга;

б) Агар  $D_1 = 0$  бўлса, келтирилган тенглама ягона ҳақиқий ечимга эга;

в) Агар  $D_1 < 0$  бўлса, келтирилган тенглама ҳақиқий илдизларга эга эмас.

Мисоллар: а)  $3x^2 - 7x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{7}{3}x + \frac{4}{3} = 0$ , бу ерда  $p = -\frac{7}{3}$ ,  $q = \frac{4}{3}$ ,

$$D_1 = \left(-\frac{7}{3}\right)^2 - 4 \cdot \frac{4}{3} = \frac{49}{9} - \frac{16}{3} = \frac{1}{9} > 0 \quad x_{1/2} = \frac{\frac{7}{3} \pm \frac{1}{3}}{2}, \quad x_1 = \frac{4}{3}, \quad x_2 = 1.$$

Жавоб:  $x_1 = \frac{4}{3}$ ,  $x_2 = 1$ ;

б)  $x^2 + 4x - 5 = 0$ , бундан  $D_1 = 4^2 - 4(-5) = 36$ ,

$$x_{1/2} = \frac{-4 \pm 6}{2}, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = -5.$$

Жавоб:  $x_1 = 1$ ;  $x_2 = -5$ .

Агар  $x^2 + px + q = 0$  тенгламада  $p = 2k$  (к-ихтиёрий сон) бўлса, у ҳолда  $x^2 + 2kx + q = 0$  тенгламанинг илдизи қуйидаги формула билан ҳисобланади.

$$x_{1/2} = -k \pm \sqrt{k^2 - q}$$

Масалан,  $x^2 - 8x - 9 = 0$  тенгламани ечинг:

$x^2 - 2 \cdot 4x - 9 = 0$ , бундан  $x_{1/2} = 4 \pm \sqrt{16 + 9} = 4 \pm \sqrt{25}$ ,

$$x_1 = 4 + 5 = 9 \quad x_2 = 4 - 5 = -1$$

Жавоб:  $x_1 = 9$ ,  $x_2 = -1$  ёки  $\{-1; 9\}$ .

Шундай қилиб, агар  $x_1$  ва  $x_2$  сонлар  $ax^2 + bx + c$  квадрат учҳаднинг илдизлари бўлса, у ҳолда

$$ax^2 + bx + c = \begin{cases} a(x-x_1)(x-x_2), & D > 0, \\ a(x-x_1)^2, & D = 0. \end{cases}$$

**1-Мисол.**  $8 - 2x - x^2$  квадрат учҳадни кўпайтувчиларга ажратинг.

**Ечиш.**  $8 - 2x - x^2 = 0$ , бундан  $D = (-2)^2 - 4(-1) \cdot 8 = 36 > 0$ ,

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 + 6}{-2} = -4, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 - 6}{-2} = 2.$$

Демак,  $8 - 2x - x^2 = -(x+4)(x-2)$ .

Жавоб:  $-(x+4)(x-2)$ .

**2-Мисол.**  $\frac{2x^2 - 5x + 2}{4 - x^2}$  касрни қисқартиринг.

**Ечиш.**  $2x^2 - 5x + 2 = 0$ , бундан  $D = 25 - 16 = 9 > 0$ ,

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = \frac{1}{2}.$$

Демак  $2x^2 - 5x + 2 = 2(x-2)(x-\frac{1}{2}) = (x-2)(2x-1)$  га тенг.

Шундай қилиб  $\frac{2x^2 - 5x + 2}{4 - x^2} = \frac{(x-2)(2x-1)}{(2-x)(2+x)} = \frac{(x-2)(2x-1)}{(x-2)(x+2)} = \frac{2x-1}{x+2} = \frac{1-2x}{x+2}$ .

Жавоб:  $\frac{1-2x}{x+2}$ .

**Виет теоремаси.** Агар  $x_1$  ва  $x_2$  лар  $x^2 + px + q = 0$  тенгламининг илдиэлари бўлса, у ҳолда

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p, \\ x_1 \cdot x_2 = q \end{cases} \text{ бўлади,}$$

яъни келтирилган квадрат тенглама илдиэларининг йиғиндиси қарама-қарши ишора билан олинган иккинчи коэффициентга, илдиэларининг кўпайтмаси эса оэод ҳадга тенг.

**Мисоллар:** а)  $x^2 - 5x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 5, \\ x_1 \cdot x_2 = -6; \end{cases}$  б)  $x^2 - 15x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 15, \\ x_1 \cdot x_2 = 0; \end{cases}$

в)  $x^2 - 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 0, \\ x_1 \cdot x_2 = -10. \end{cases}$

Ушбу  $ax^2 + bx + c = 0$  квадрат тенглама учун Виет теоремаси куйидагича ёзилади:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

Масалан,  $5x^2 + 12x + 7 = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{12}{5}x + \frac{7}{5} = 0$ .

Виет теоремасига кўра  $x_1 + x_2 = -\frac{12}{5}$ ,  $x_1 x_2 = \frac{7}{5}$  бўлади.

**Виет теоремасига тескари теорема.** Агар  $p, q, x_1$  ва  $x_2$  сонлар учун  $x_1 + x_2 = -p, x_1 \cdot x_2 = q$  муносабатлар бажарилса, у ҳолда  $x_1$  ва  $x_2$   $x^2 + px + q = 0$  тенгламининг илдиэлари бўлади.

**Мисоллар:** а)  $x^2 - 15x - 16 = 0$  тенгламининг илдиэларини топинг ва Виет теоремасига тескари теорема бўйича текширинг.

**Ечиш:**  $x^2 - 15x - 16 = 0$ , бундан  $D = (-15)^2 - 4(-16) = 225 + 64 = 289$

Демак,  $x_{1/2} = \frac{15 \pm \sqrt{289}}{2} = \frac{15 \pm 17}{2}$ ,  $x_1 = 16$ ,  $x_2 = -1$ .

Тенгламада  $p = -15$ ,  $q = -16$  бўлганлиги учун, топилган илдиэларга кўра  $x_1 + x_2 = 16 - 1 = 15$ ,  $x_1 \cdot x_2 = 16 \cdot (-1) = -16$  бўлади.

Демак, Виет теоремасига тескари теорема бўйича бу сонлар  $x^2 - 15x - 16 = 0$  тенгламининг илдиэлари бўлади.

б)  $x^2 - 9x + 20 = 0$  тенгламининг илдиэларини танлаш йўли билан топинг.

**Ечиш.** Фараз қилайлик  $x_1$  ва  $x_2$  тенгламининг илдиэлари бўлсин, у ҳолда  $x_1 + x_2 = 9$ ,  $x_1 x_2 = 20$  бўлади.

Агар  $x_1$  ва  $x_2$  сонлар бутун бўлса, улар 20 сонининг бўлувчилари бўлади. Бу сонларнинг йиғиндиси 9 га тенг бўлганлигини ҳисобга олиб,  $x_1 = 4$  ва  $x_2 = 5$  эканини топамиз.

### Виет теоремасини қўллаш ёрдамида ечиладиган мисоллар:

**1-Мисол.**  $3x^2 - 2x - 6 = 0$  тенгламанинг  $x_1$  ва  $x_2$  илдизларини ҳисоблашдан қуйидагиларни топинг:

а)  $x_1^2 + x_2^2$ ,      б)  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ ,      в)  $x_1^3 + x_2^3$

**Ечиш.**  $3x^2 - 2x - 6 = 0$  тенгламадан  $D = (-2)^2 - 4 \cdot 3(-6) = 4 + 72 = 76 > 0$ , у ҳолда

Виет теоремасига кўра  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-2}{3} = \frac{2}{3}$ ,  $x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-6}{3} = -2$

а)  $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \cdot (-2) = \frac{4}{9} + 4 = \frac{40}{9} = 4\frac{4}{9}$ ;

б)  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{\frac{2}{3}}{-2} = -\frac{1}{3}$ ;

в)  $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) = (x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2] = \frac{2}{3} \left[ \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 3(-2) \right] =$

$= \frac{2}{3} \cdot \frac{58}{9} = \frac{116}{27} = 4\frac{8}{27}$

Жавоб: а)  $4\frac{4}{9}$ ;      б)  $-\frac{1}{3}$ ;      в)  $4\frac{8}{27}$ .

**2-Мисол.**  $x^2 - 13x + q$  тенгламанинг илдизларидан бири 12,5 га тенг. Иккинчи илдиз ва  $q$  овоз ҳадни топинг.

**Ечиш.** Виет теоремасига кўра

$x_1 + x_2 = 13$ ,  $x_1 \cdot x_2 = q$ .

Берилганга кўра эса  $x_1 = 12,5$ . Демак  $12,5 + x_2 = 13$ ,  $x_2 = 0,5$ ,  $12,5 \cdot 0,5 = q$ ,  $q = 6,25$ .

Жавоб:  $x_2 = 0,5$ ;  $q = 6,25$ .

**3-Мисол.**  $3x^2 + bx + 10$  тенглама илдизларининг айирмаси  $4\frac{1}{3}$  га тенг.  $b$  ни топинг.

**Ечиш.** Виет теоремасига ва берилганга кўра

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{3}, \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{10}{3}, \\ x_1 - x_2 = 4\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{3}, \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{10}{3}, \\ x_1 = \frac{13}{3} + x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{13}{3} + x_2 + x_2 = -\frac{b}{3}, \\ \left(\frac{13}{3} + x_2\right)x_2 = \frac{10}{3}, \\ x_1 = \frac{13}{3} + x_2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_2 = -\frac{b+13}{3}, \\ x_2^2 + \frac{13}{3}x_2 - \frac{10}{3} = 0, \\ x_1 = \frac{13}{3} + x_2, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_2 = -\frac{b+13}{3}, \\ (x_2)_1 = \frac{2}{3}; (x_2)_2 = -5, \\ x_1 = \frac{13}{3} + x_2, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{3} = -\frac{b+13}{3}; -10 = -\frac{b+13}{3}, \\ (x_2)_1 = \frac{2}{3}; (x_2)_2 = -5, \\ (x_1)_1 = 5 \quad (x_1)_2 = -\frac{2}{3}. \end{cases}$$

Демак,  $b_1 = -17$ ,  $b_2 = 17$ .

Жавоб:  $b_1 = -17$ ,  $b_2 = 17$ .

**4-Мисол.**  $x_1$  ва  $x_2$  сонлари  $x^2 - 8x + k = 0$  тенгламанинг илдизлари бўлиб, унда  $3x_1 + 4x_2 = 29$  экани маълум,  $k$  ни топинг.

**Ечиш.** Виет теоремасига ва берилганга кўра

$$x_1 + x_2 = 8, \quad x_1 \cdot x_2 = k, \quad 3x_1 + 4x_2 = 29$$

$$\text{бундан } \begin{cases} x_1 = 8 - x_2, \\ 3(8 - x_2) + 4x_2 = 29 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 8 - x_2, \\ 24 - 3x_2 + 4x_2 = 29 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 8 - x_2, \\ x_2 = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 3, \\ x_2 = 5. \end{cases}$$

Демак,  $x_1 \cdot x_2 = 3 \cdot 5 = k$ ,  $k = 15$ .

Жавоб:  $k = 15$ .

**5-Мисол.**  $4x^2 - 14x + q$  квадрат учҳаднинг илдизи 2 га тенг бўлсин.  $q$  ни топинг ва учҳадни қупайтувчиларга ажратинг.

**Ечиш.**  $x_1 = 2$  учҳаднинг илдизи бўлгани учун  $4 \cdot 2^2 - 14 \cdot 2 + q = 0$ ,

бундан  $q = 12$ . Виет теоремасига кўра  $x_1 \cdot x_2 = \frac{q}{4} = 3$ , сўнгра  $x_1 = 2$

бўлганлиги учун  $x_2 = \frac{3}{2}$ . Шунинг учун

$$4x^2 - 14x + 12 = 4(x - 2)\left(x - \frac{3}{2}\right) = (x - 2)(4x - 6).$$

Жавоб;  $q = 12$ ;  $(x - 2)(4x - 6)$ .

**1-Натижа.** Агар  $x_1$  ва  $x_2$  сонлари  $x^2 + px + q = 0$  тенгламанинг илдизи бўлиб,

$S_n = x_1^n + x_2^n$  ( $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ ) бўлса, у ҳолда қуйидаги рекуррент формула ўринлидир.

$$S_{n+1} = -pS_n - qS_{n-1}, \quad S_1 = -p, \quad S_2 = p^2 - 2q.$$

**2-Натижа.** Дискриминанти манфий бўлмаган иккита  $x^2 + b_1x + q_1 = 0$  ва  $x^2 + b_2x + q_2 = 0$  тенгламалар ҳеч бўлмаганда битта умумий ечимга эга бўлиши учун

$$(q_2 - q_1)^2 = (p_2 - p_1)(p_1q_2 - q_1p_2)$$

тенгликни бажарилиши зарур ва етарлидир.

**6-Мисол.**  $(1 - 2a)x^2 - 6ax - 1 = 0$  ва  $ax^2 - x + 1 = 0$  ( $a \neq 0; a \neq \frac{1}{2}$ )

квадрат тенгламалар ҳеч бўлмаганда битта умумий ечимга эга бўладиган  $a$ -нинг қийматларини топинг.

**Ечиш.** 2-Натижага кўра қуйидаги тенглик бажарилиши керак

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{1-2a}\right)^2 = \left(-\frac{1}{a} + \frac{6a}{1-2a}\right)\left(-\frac{6a}{1-2a} - \frac{1}{a} - \frac{1}{1-2a}\right)$$

ёки

$$(1-a)^2 = -(6a^2 + 2a - 1)(6a + 1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a(36a^2 + 19a - 6) = 0 \Leftrightarrow 36a^2 + 19a - 6 = 0,$$

бундан  $a_1 = \frac{2}{9}, a_2 = \frac{3}{4}$

а) Агар  $a = \frac{3}{4}$  бўлса, у ҳолда  $\frac{3}{4}x^2 - x + 1 = 0$  тенгламанинг дискриминанти манфий бўлади, яъни  $D = (-1)^2 - 4 \cdot \frac{3}{4} \cdot 1 = 1 - 3 = -2 < 0$

б) Агар  $a = \frac{2}{9}$  бўлса, у ҳолда берилган тенгламаларнинг дискриминанти мусбат ва битта умумий ечимга эга бўлади. Яъни  $x=3$ .

Жавоб:  $a = \frac{2}{9}$ . Умумий ечим:  $x=3$ .

## 6-§. Квадрат тенгламага келтириладиган тенгламалар.

### **n**- даражали алгебраик тенгламалар.

**1-Таъриф.** Ушбу  $ax^{2n} + bx^n + c = 0$  кўринишдаги тенгламалар учхадли тенгламалар дейилади, бунда  $a \neq 0, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ .

Агар  $n=2$  бўлса, у ҳолда учхадли тенглама биквадрат тенглама дейилади.

$ax^{2n} + bx^n + c = 0$  тенглама  $x^n = y$  алмаштириш ёрдамида

$ay^2 + by + c = 0$  квадрат тенгламага келтирилади: а) Агар  $D = b^2 - 4ac > 0$

бўлса,  $y$  холда  $ax^{2n} + bx^n + c = 0$  тенгламанинг илдизлари  $x^n = y_1$  ва  $x^n = y_2$  тенгликлардан топилади, бу ерда  $y_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ ;

б) Агар  $D = 0$  бўлса,  $y$  холда  $ax^{2n} + bx^n + c = 0$  тенгламанинг илдизлари  $x^n = y_1 = y_2 = -\frac{b}{2a}$  тенгликдан топилади;

в) Агар  $D < 0$  бўлса,  $y$  холда учхадли тенглама ечимга эга эмас, яъни  $x \in \emptyset$ .

**1-Мисол.**  $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$  тенгламани ечинг.

**Ечиш.**  $x^4 = y$  деб белгилаймиз.  $U$  холда  $y^2 - 17y + 16 = 0$ , бундан  $y_1 = 1$  ва  $y_2 = 16$ .

$$\text{Демак, } \begin{cases} x^4 = 1, \\ x^4 = 16, \end{cases} \quad \text{ёки} \quad \begin{cases} x_{1/2} = \pm 1, \\ x_{3/4} = \pm 4, \end{cases}$$

Жавоб;  $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 4, x_4 = -4$  ёки  $\{-4; -1; 1; 4\}$ .

**2-Мисол.**  $9x^4 + 5x^2 - 4 = 0$  тенгламани ечинг.

**Ечиш.**  $x^2 = y$  алмаштириш қилиб  $9y^2 + 5y - 4 = 0$  тенгламани ҳосил қиламиз.

Бундан  $y_1 = \frac{4}{9}, y_2 = -1$ .

$$\text{Демак, } \begin{cases} x^2 = \frac{4}{9}, \\ x^2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{1/2} = \pm \frac{2}{3}, \\ x \in \emptyset. \end{cases}$$

Жавоб:  $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = -\frac{2}{3}$  ёки  $\left\{-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right\}$ .

**2-Таъриф.** Ушбу  $ax^3 + bx^2 + bx + a = 0$  ( $a \neq 0$ ) кўринишдаги тенгламалар учинчи даражали симметрик тенглама дейилади.

**Ечилиши:**  $ax^3 + bx^2 + bx + a = a(x^3 + 1) + bx(x + 1) = a(x + 1)(x^2 - x + 1) + bx(x + 1) = (x + 1)[ax^2 + (b - a)x + a] = 0$ ,

Демак, учинчи даражали симметрик тенглама қуйидаги чиқиқли ва квадрат тенгламаларга тенг кучли:

$$ax^3 + bx^2 + bx + a = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + 1 = 0, \\ ax^2 + (b - a)x + a = 0. \end{cases}$$

**3-Мисол.**  $3x^3 + 2x^2 + 2x + 3 = 0$  тенгламани ечинг.

**Ечиш.** 2-Таърифга кўра.

$$3x^3 + 2x^2 + 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(3x^2 - x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \\ 3x^2 - x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, \\ D = 1 - 36 = -35 < 0, \end{cases} \quad x \in \emptyset,$$

Жавоб:  $x = -1$  ёки  $\{-1\}$ .

**3-Таъриф.** Ушбу  $ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = 0$  кўринишдаги тенгламалар тўртинчи даражали симметрик тенглама дейилади.

**Ечилиши.**  $x=0$  берилган тўртинчи даражали тенгламанинг ечими бўлмагани учун тенгликни иккала томонини  $x^2$  га бўлиб юборамиз:

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 \pm bx + a = 0 \Leftrightarrow a\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + b\left(x \pm \frac{1}{x}\right) + c = 0 \quad (*)$$

Ушбу  $y = x \pm \frac{1}{x}$  алмаштириш ва қуйидаги  $\left(x \pm \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} \pm 2$  хисобга олиб

(\*) тенгламани  $\begin{cases} a(y^2 - 2) + by + c = 0 \\ a(y^2 + 2) + by + c = 0 \end{cases}$  квадрат тенгламаларга келтирилади

ва ечилади.

**4-Мисол.**  $x^4 - 2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$  тенгламани ечинг.

**Ечиш.** 3-Таърифга кўра

$$\begin{aligned} x^4 - 2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0 &\Leftrightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 1 = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{1}{x} = y, \\ y^2 - 2y - 3 = 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{1}{x} = y \\ y_1 = 3, y_2 = -1, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{1}{x} = 3, \\ x + \frac{1}{x} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 1 = 0, \\ x^2 + x + 1 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}, & x_2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}, \\ D = (-1)^2 - 4 = -3 < 0, & x \in \emptyset. \end{cases} \end{aligned}$$

**Жавоб:**  $x_1 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}, x_2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$  ёки  $\left\{\frac{3 - \sqrt{5}}{2}, \frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right\}$ .

Ушбу  $(ax^2 + bx + c)(ax^2 + bx + c_1) = d$  кўринишдаги тенгламаларни  $ax^2 + bx = y$  алмаштириш ёрдамида  $y^2 + (c_1 + c)y + cc_1 - d = 0$  квадрат тенгламага келтирилади ва ечилади.

**5-Мисол.**  $(x - 2)(x + 1)(x + 4)(x + 7) = 19$  тенгламани ечинг.

**Ечиш.** Берилган тенгламани қуйидагича алмаштирамиз:

$$\begin{aligned} (x - 2)(x + 1)(x + 4)(x + 7) = 19 &\Leftrightarrow (x + 1)(x + 4)(x - 2)(x + 7) = 19 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x - 14) = 19 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5x = y, \\ (y + 4)(y - 14) = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5x = y, \\ y^2 - 10y - 75 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5x = y, \\ y_1 = 15, y_2 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5x = 15, \\ x^2 + 5x = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5x - 15 = 0, \\ x^2 + 5x + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{1/2} = \frac{-5 \pm \sqrt{85}}{2}, \\ x_{1/2} = \frac{-5 \pm \sqrt{5}}{2}. \end{cases} \end{aligned}$$

**Жавоб:**  $\left\{\frac{-5 \pm \sqrt{5}}{2}, \frac{-5 \pm \sqrt{85}}{2}\right\}$ .

Ушбу  $(x - a)^4 + (x - b)^4 = c$  тенгламани  $y = x - \frac{a+b}{2}$  алмаштириш ёрдамида биквадрат тенгламага келтирилади ва ечилади.



**6-Мисол.**  $(6-x)^4 + (8-x)^4 = 16$  тенгламани ечинг.

**Ечиш.** Ушбу  $y = \frac{6-x+8-x}{2} = 7-x$  алмаштириш бажариб берилган тенгламани қуйидаги кўринишга келтирамиз.

$$(y+1)^4 + (y-1)^4 = 16 \Leftrightarrow y^4 + 6y^2 - 7 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = z, \\ z^2 + 6z - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = z \\ z_1 = 1, z_2 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 1, \\ y^2 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_1 = 1, y_2 = -1, \\ y \in \emptyset. \end{cases}$$

Демак,  $y=7-x$  дан  $x_1=6, x_2=8$ .

Жавоб:  $\{6;8\}$ .

**4-Таъриф.** Ушбу  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0 = 0, (a_n \neq 0, n \in \mathbb{N})$  кўринишдаги тенглама  $n$ -даражали алгебраик тенглама дейилади, бу ерда  $a_0, a_1, \dots, a_n$ - бутун коэффициентлар.

### **$n$ -даражали алгебраик тенгламаларининг асосий хоссалари:**

1.  $n$ -даражали алгебраик тенглама энг камида  $n$  та хақиқий (карралигини хисобга олганда) илдизга эга.

2. Тоқ даражали алгебраик тенглама ҳеч бўлмаганда битта хақиқий илдизга эга.

3, (Виет теоремаси) Агар  $x_1, x_2, \dots, x_n$   $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0 = 0$  тенгламанинг хақиқий илдизлари бўлса, у ҳолда қуйидаги тенгликлар ўринлидир:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = -\frac{a_{n-1}}{a_n},$$

$$x_1 x_2 + x_1 x_3 + \dots + x_{n-1} x_n = \frac{a_{n-2}}{a_n},$$

$$x_1 x_2 x_3 + \dots + x_{n-2} x_{n-1} x_n = -\frac{a_{n-3}}{a_n},$$

.....

$$x_1 x_2 \dots x_n = (-1)^n \frac{a_0}{a_n}.$$

**Теорема.** Қисқармайдиган  $\frac{p}{q} (q \neq 0)$  каср  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0 = 0$  тенгламанинг ечими бўлиши учун,  $p$  сони  $a_0$  озод хаднинг,  $q$  сони эса  $a_n$  бош коэффициентнинг бўлувчиси бўлиши зарурдир.

**7-Мисол.** Ушбу  $2x^4 - 7x^3 - 12x^2 - 38x + 21 = 0$  тенгламанинг озод хадининг бўлувчилари:  $\pm 1, \pm 3, \pm 7, \pm 21$ , бош коэффициентнинг бўлувчилари эса:

$\pm 1, \pm 2$  тенг. У холда  $\frac{p}{q}$  касрнинг кўриниши қуйидагича бўлади:

$$1, 3, 7, 21, -1, -3, -7, -21, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{7}{2}, \frac{21}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{7}{2}, -\frac{21}{2}$$

**Натижа.** Агар  $a_n = 1$  бўлса, у холда  $n$  даражали алгебраик тенгламанинг рационал ечими фақат бутун сон бўлиб, у озод хаднинг бўлувчиларига тенг бўлади.

**8-Мисол.**  $P_4(x) = x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 6x + 5 = 0$  тенгламанинг ҳеч бўлмаганда битта бутун ечимини топинг.

**Ечиш.** Тенгламанинг озод хадининг бўлувчилари  $1; -1; 5; -5$  сонлардир. Безу теоремасига кўра

$$P_4(1) = 1 + 2 - 2 - 6 + 5 = 0;$$

$$P_4(-1) = 1 - 2 - 2 + 6 + 5 = 8 \neq 0;$$

$$P_4(5) = 625 + 250 - 50 - 30 + 5 = 800 \neq 0;$$

$$P_4(-5) = 625 - 250 - 50 + 30 + 5 = 360 \neq 0.$$

Демак,  $P_4(x) = 0$  тенглама  $x=1$  бутун ечимга эга.  $5, -5, -1$  сонлари  $P_4(x) = 0$  тенгламанинг ечимлари эмас. кўпхадни кўпхадга бўлиш қоидасига кўра, берилган тенглама ушбу

$$P_4(x) = (x-1)(x^3 + 3x^2 + x - 5) = 0 \Leftrightarrow (x-1)P_3(x) = 0$$

кўринишда ёзилади, бу ерда  $P_3(x) = x^3 + 3x^2 + x - 5$ .  $P_3(x)$  кўпхаднинг озод хадининг бўлувчилари  $1, -1, 5, -5$  сонларидир. Безу теоремасига кўра  $P_3(1) = 0, P_3(-1) \neq 0, P_3(5) \neq 0, P_3(-5) \neq 0$ . Демак  $1$  сони  $P_3(x) = 0$  тенгламанинг илдизидир. Шундай қилиб, берилган тенглама қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$P_4(x) = (x-1)P_3(x) = (x-1)^2(x^2 + 4x + 5) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\left[ \begin{array}{l} (x-1)^2 = 0, \\ x^2 + 4x + 5 = 0 \end{array} \right] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[ \begin{array}{l} x_1 = x_2 = 1, \\ D = 16 - 20 = -4 < 0 \quad x \in \emptyset, \end{array} \right]$$

**Жавоб:**  $x_1 = x_2 = 1$

## 7-§. Комплекс сонлар. Комплекс номаълумли квадрат тенгламалар.

**1-Таъриф.** Комплекс сон деб  $a+bi$  кўринишидаги ифодага айтилади, бунда  $a$  ва  $b$  лар ҳақиқий сонлар,  $i$ -шундай сонки,  $i^2=-1$ .

$a$  сони  $a+bi$  комплекс соннинг ҳақиқий қисми,  $b$  сони эса унинг мавҳум қисми дейилади.

Масалан,  $3+2i$  комплекс соннинг ҳақиқий қисми 3 га тенг, мавҳум қисми эса 2 га тенг;  $-7-5i$  комплекс сон учун ҳақиқий қисм  $-7$  га тенг, мавҳум қисм  $-5$  га тенгдир.

Ҳақиқий сонлар комплекс сонларнинг хусусий ҳолларидир.

Масалан,  $2+0\cdot i=2$ ,  $-3+0\cdot i=-3$ ,  $-\frac{1}{2}-0i=-\frac{1}{2}$ .

Агар  $z_1=a+bi$  ва  $z_2=c+di$  бўлса,

У ҳолда:

1) агар  $a=c$  ва  $b=d$  бўлса  $z_1=z_2$  бўлади;

2)  $z_1+z_2=(a+c)+(b+d)i$ ;

3)  $z_1-z_2=(a-c)+(b-d)i$ ;

4)  $z_1 \times z_2=(ac-bd)+(ad+bc)i$ ;

5)  $\frac{z_1}{z_2}=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{bc-ad}{c^2+d^2}i$ .

$z=a+bi$  комплекс сонга қўшма бўлган комплекс сон  $\bar{z}=a-bi$  га тенг бўлиб, қуйидаги хоссаларга эга: а)  $z \cdot \bar{z}=a^2+b^2$ ; б)  $z+\bar{z}=2a$ .

Комплекс соннинг модули  $|z|=\sqrt{a^2+b^2}$  га тенг.

Комплекс сонларга оид мисоллар:

1)  $i^3=i^2 \cdot i=-i$ ;  $i^4=i^2 \cdot i^2=1$ ;  $i^{4k+m}=i^m, m \in \{0,1,2,3\}$   $i^{218}=i^{4 \cdot 54+2}=i^2=-1$

2)  $(4-3i)+(-2+7i)=4-2+(7-3)i=2+4i$ ;

3)  $(8-5i)-(9-4i)=8-5i-9+4i=-1-i$ ;

4)  $(2+3i)(3-2i)=6-4i+9i-6i^2=6-4i+9i+6=12+5i$ ;

5)  $\frac{3-5i}{2-i}=\frac{(3-5i)(2+i)}{(2-i)(2+i)}=\frac{6+3i-10i+5}{4-i^2}=\frac{11-7i}{4+1}=\frac{11-7i}{5}=\frac{11}{5}-\frac{7}{5}i$ ;

6)  $(7-6i)(7+6i)=7^2-(6i)^2=49+36=85$ ;

7)  $\left(\frac{4+i^7}{3-i^4}\right)^2=\left(\frac{4+i^4 \cdot i^3}{3-i^4}\right)^2=\left(\frac{4-i}{3-1}\right)^2=\frac{(4-i)^2}{4}=\frac{16-8i-1}{4}=\frac{15}{4}-2i$ .

8)  $z=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i \Rightarrow |z|=\sqrt{\frac{3}{4}+\frac{1}{4}}=1$ .

**2-Таъриф.** Ушбу  $z^2=a$  ( $a < 0$ ) кўринишидаги тенглама комплекс номаълумли чала квадрат тенглама дейилади.

Комплекс номаълумли чала квадрат тенглама иккита комплекс ечимга эга:  $z_{1/2} = \pm\sqrt{ai}$ ,  $P^2 = -1$  тенгликдан фойдаланиб, манфий соннинг квадрат илдизини қуйидагича ёзамиз:

$$\sqrt{-1} = i, \quad \sqrt{-4} = \sqrt{4 \cdot (-1)} = \sqrt{4}\sqrt{-1} = 2i, \quad \sqrt{-7} = \sqrt{7}i$$

**Мисоллар:** а)  $z^2 = -81 \Leftrightarrow z = \pm\sqrt{-81} = \pm 9i$ ; б)  $z^2 + 12 = 0 \Leftrightarrow z^2 = -12 \Leftrightarrow z = \pm\sqrt{12}i$ .

**3-Таъриф.** Ушбу  $az^2 + bz + c = 0$  кўринишдаги тенглама комплекс номаълумли квадрат тенглама дейилади, бу ерда  $a, b, c$ - ихтиёрый хақиқий сонлар бўлиб,  $a \neq 0$ ,  $D < 0$ .

Бу тенгламанинг илдизлари қуйидаги формуладан топилади:

$$z_{1/2} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad b^2 - 4ac < 0.$$

Масалан:  $z^2 - 4z + 13 = 0$ , бундан  $z_{1/2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 52}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{-36}}{2} = \frac{4 \pm 6i}{2} = 2 \pm 3i$ ,

$z_1 = 2 + 3i$ ,  $z_2 = 2 - 3i$ . Демак тенгламанинг илдизлари қўшмадир.

Агар  $z_1$  ва  $z_2$   $az^2 + bz + c = 0$  тенгламанинг илдизлари бўлса, у холда бу тенглама учун Виет теоремаси ўринлидир:

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} \\ z_1 z_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

**1-Мисол.** Агар  $z_1$  ва  $z_2$   $z^2 - 4z + 5 = 0$  тенгламанинг илдизлари бўлса,  $z_1^2 + z_2^2$  ни ҳисобланг.

**Ечиш.** Виет теоремасига кўра  $z_1 + z_2 = 4$ ,  $z_1 \cdot z_2 = 5$ .

У холда  $z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2 = 4^2 - 2 \cdot 5 = 16 - 10 = 5$

**Жавоб:** 5.

**2-Мисол.**  $z_1 = -1 - 2i$  илдизга эга бўлган хақиқий коэффициентли квадрат тенглама тузинг.

**Ечиш:** Тенгламанинг иккинчи  $z_2$  илдизи берилган  $z_1$  илдиз билан қўшма бўлган сондир, яъни  $z_2 = -1 + 2i$ .

Виет теоремасига кўра  $p = -(z_1 + z_2) = -(-1 - 2i - 1 + 2i) = 2$ ,  $q = z_1 z_2 = (-1 - 2i)(-1 + 2i) = (-1)^2 - (2i)^2 = 1 + 4 = 5$  эканини топамиз.

Демак, изланаётган квадрат тенгламанинг кўриниши қуйидагича:  $z^2 + 2z + 5 = 0$ .

**Жавоб:**  $z^2 + 2z + 5 = 0$ .

Комплекс соннинг тригонометрик формаси хақидаги тушунчаларга ушбу китобнинг кейинги қисмларида тўхталамиз.

## 8-§. Рационал тенгламалар ва уларни ечиш усуллари.

**Таъриф.** Ушбу  $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$  кўринишдаги тенгламаларга рационал

тенглама дейилади, бунда  $P(x)$  ва  $Q(x)$  – кўпхадлар,  $Q(x) \neq 0$ .

Рационал тенгламалар қуйидагича ечилади:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} P(x) = 0, \\ Q(x) \neq 0. \end{cases}$$

**1-Мисол.**  $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-2} = 1$  тенгламани ечинг.

**Ечиш:** 
$$\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-2} - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{(x-2) + 2(x+1) - (x+1)(x-2)}{(x+1)(x-2)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - 4x - 2}{(x+1)(x-2)} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x - 2 = 0 \\ (x+1)(x-2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 + \sqrt{6}, x_2 = 2 - \sqrt{6} \\ x \neq -1, x \neq 2 \end{cases}$$

Жавоб:  $\{2 - \sqrt{6}; 2 + \sqrt{6}\}$ .

Ушбу  $\frac{Ax}{ax^2 + b_1x + c} + \frac{Bx}{ax^2 + b_2x + c} = C$ , бунда  $ABC \neq 0$ ,  $a \neq 0$  кўринишдаги

рационал тенглама  $y = ax + \frac{c}{x}$  алмаштириш ёрдамида  $\frac{A}{y + b_1} + \frac{B}{y + b_2} - C = 0$

тенгламани ечишга келтирилади.

**2-Мисол.**  $\frac{4x}{x^2 + x + 4} + \frac{5x}{x^2 - 5x + 4} = \frac{3}{2}$  тенгламани ечинг.

**Ечиш:** Шунга айтиш керакки  $x \neq 0$  берилган рационал тенгламанинг ечими эмас. Шунинг учун чап томонда турган касрнинг сурат ва махражини  $x$  га бўламиз

$$\frac{4}{x + \frac{4}{x} + 1} + \frac{5}{x + \frac{4}{x} - 5} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{4}{x} = y, \\ \frac{4}{y+1} + \frac{5}{y-5} = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{4}{x} = y, \\ \frac{y^2 + 2y - 15}{(y+1)(y-5)} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{4}{x} = y, \\ y^2 - 2y - 15 = 0, \\ (y+1)(y-5) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{4}{x} = y, \\ y_1 = -5, y_2 = 3, \\ y \neq -1, y \neq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{4}{x} = -5, \\ x + \frac{4}{x} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5x + 4 = 0, \\ x^2 - 3x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -4, x_2 = -1, \\ D = (-3)^2 - 4 \cdot 4 < 0, \quad x \in \emptyset \end{cases}$$

Жавоб:  $\{-4; -1\}$ .

**3-Мисол.**  $\frac{x+4}{x-1} + \frac{x-4}{x+1} = \frac{x+8}{x-2} + \frac{x-8}{x+2} - \frac{8}{3}$  тенгламани ечинг.

**Ечиш.** Бу тенгламани содда касрларга ажратиш усулида ечамиз:

$$\frac{x+4}{x-1} = 1 + \frac{5}{x-1}, \quad \frac{x-4}{x+1} = 1 - \frac{5}{x+1},$$

$$\frac{x+8}{x-2} = 1 + \frac{10}{x-2}, \quad \frac{x-8}{x+2} = 1 - \frac{10}{x+2}.$$

Бу алмаштиришдан сўнг берилган тенглама қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\frac{5}{x-1} - \frac{5}{x+1} - \frac{10}{x-2} - \frac{10}{x+2} - \frac{8}{3} \Leftrightarrow \frac{10}{x^2-1} - \frac{40}{x^2-4} = \frac{8}{3}$$

Бундан

$$\frac{10(x^2-4) - 40(x^2-1)}{(x^2-1)(x^2-4)} = \frac{8}{3} \Leftrightarrow \frac{-30x^2}{(x^2-1)(x^2-4)} = \frac{8}{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 90x^2 = 8(x^2-1)(x^2-4) \\ (x^2-1)(x^2-4) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 45x^2 = 4x^4 - 20x^2 + 16 \\ x^2 - 1 \neq 0, x^2 - 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^4 - 65x^2 + 16 = 0 \\ x^2 - 1 \neq 0, x^2 - 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 16, x^2 = \frac{1}{4} \\ x^2 \neq 1, x^2 \neq 4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 4, & x_2 = -4, & x_3 = \frac{1}{2}, & x_4 = -\frac{1}{2} \\ x \neq \pm 1, & x \neq \pm 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 4, x_2 = -4, \\ x_3 = \frac{1}{2}, x_4 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Жавоб:  $\left\{-4; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 4\right\}$ .

**4-Мисол.**  $x^2 + \left(\frac{x}{x-1}\right)^2 = 8$  тенгламани ечинг.

**Ечиш:** Бу тенгламани тўла квадратга ажратиш усулида ечамиз:

$$\begin{aligned} x^2 + 2x \cdot \frac{x}{x-1} + \left(\frac{x}{x-1}\right)^2 - 2x \cdot \frac{x}{x-1} &= 8 \Leftrightarrow \left(x + \frac{x}{x-1}\right)^2 - \frac{2x^2}{x-1} - 8 = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left(\frac{x^2}{x-1}\right)^2 - 2 \cdot \frac{x^2}{x-1} - 8 = 0 \end{aligned}$$

Ушбу  $\frac{x^2}{x-1} = y$  алмаштиришдан сўнг, берилган тенглама қуйидаги квадрат тенгламага келади  $y^2 - 2y - 8 = 0$ , бундан  $y_1 = 4$  ва  $y_2 = -2$ .

Шундай қилиб

$$\begin{aligned} x^2 + \left(\frac{x}{x-1}\right)^2 = 8 &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{x-1} = 4 \\ \frac{x^2}{x-1} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 4 = 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 = 2, \\ x_3 = -1 + \sqrt{3}, x_4 = -1 - \sqrt{3}. \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x - 2 = 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Жавоб:  $\left\{ -1 - \sqrt{3}; -1 + \sqrt{3}; 2 \right\}$ .

**5-Мисол.**  $\frac{x^2+1}{x} + \frac{x}{x^2+1} = -2,5$  тенгламани ечинг.

**Ечиш:** Ушбу  $\frac{x^2+1}{x} = y$  алмаштириш ёрдамида берилган тенгламани қуйидагича ёзамиз.

$$y + \frac{1}{y} + 2,5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 + 2,5y + 1 = 0 \\ y \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_1 = -\frac{1}{2}, y_2 = -2, \\ y \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_1 = -\frac{1}{2}, \\ y_2 = -2. \end{cases}$$

Демак, а)  $\frac{x^2+1}{x} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + x + 2 = 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = 1 - 16 = -15 < 0, x \in \emptyset \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset$

$$б) \frac{x^2+1}{x} = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+2x+1=0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 = -1, \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1.$$

Жавоб:  $\{-1\}$ .

## 9-§. Биринчи даражали икки номаълумли иккита тенгламалар системаси.

**1-Таъриф..** Ушбу  $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$  кўринишдаги системага биринчи

даражали икки номаълумли иккита тенгламалар системаси дейилади, бу ерда  $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ -берилган сонлар бўлиб,  $a_1^2 + b_1^2 \neq 0$   $a_2^2 + b_2^2 \neq 0$   $x$  ва  $y$ - номаълум сонлар .

Масалан,  $\begin{cases} 3x + 2y = 5, \\ x + y = 3, \end{cases} \begin{cases} \frac{1}{2}x = 5, \\ x - 3y = 7, \end{cases} \begin{cases} x - y = 3, \\ x + y = 5. \end{cases}$  - тенгламалар

системасидир.

**2-Таъриф..** Биринчи даражали икки номаълумли иккита тенгламалар системасининг ечими деб, шундай  $x$  ва  $y$  сонлар жуфтлигига айтиладики, уларни шу системага қўйганда унинг ҳар бир тенгламаси тўғри тенгликка айланади.

Масалан а)  $\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 4 \end{cases}$  тенгламалар системасининг ечими  $x=7, y=3$ ,

чунки  $\begin{cases} 7 + 3 = 10, \\ 7 - 3 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10 = 10, \\ 4 = 4. \end{cases}$

б)  $\begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ 6x + 8y = 20 \end{cases}$  тенгламалар системасининг ечими чексиз куп, чунки  $x=1$ ,

$y=7/4; x=2, y=1$  ва ҳоказолар ҳар бир тенгламани тўғри тенгликка айлантиради.



в)  $\begin{cases} 5x + 4y = 8 \\ 10x + 6y = 4 \end{cases}$  тенгламалар системаси ечимга эга эмас, чунки ҳеч

қандай  $(x, y)$  жуфтлик ҳар бир тенгламани тўғри тенгликка айлантирмайди.

Шундай қилиб,  $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$  система учун қуйидаги хоссалар

ўринлидир:

а) Агар  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$  бўлса, у ҳолда система ягона ечимга эга;

б) Агар  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  бўлса, у ҳолда система чексиз кўп ечимга эга;

в) Агар  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$  бўлса, у ҳолда система ечимга эга эмас.

Биринчи даржали икки номаълумли иккита тенгламалар системасини ўрнига қўйиш. алгебраик қўшиш ва график усулларда ечиш мумкин.

### 9.1. Ўрнига қўйиш усули.

Бу усул қуйидагидан иборат:

- 1) Системанинг бир тенгламасидан бир номаълумни иккинчиси орқали ифодалаш; масалан, у ни  $x$  орқали ифодалаш;
- 2) Ҳосил қилинган ифодани системанинг иккинчи тенгламасига қўйиш.
- 3)  $x$  га нисбатан ҳосил бўлган бир номаълум тенгламани ечиш.
- 4)  $x$  нинг топилган қийматини  $y$  учун ифодага қўйиб,  $y$  нинг қийматини топиш керак.

**1-Мисол** .  $\begin{cases} 2x + 3y = 3, \\ 7x + 5y = 16 \end{cases}$  системани ечинг.

**Ечиш.** Биринчи тенгламадан  $x$  ни  $y$  орқали ифодалаймиз:  $x = -\frac{3y}{2} + \frac{3}{2}$  ва бу ифодани иккинчи тенгламага қўйиб, берилган системага тенг кучли система ҳосил қиламиз.

$$\begin{cases} 7\left(-\frac{3}{2}y + \frac{3}{2}\right) + 5y = 16, \\ x = -\frac{3}{2}y + \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1, \\ x = -\frac{3}{2}y + \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1, \\ x = 3. \end{cases}$$

Жавоб:  $x = 3, y = -1$  ёки  $(3; -1)$ .

**2-Мисол.**  $\begin{cases} 4x + 2y = 3, \\ 2x + y = 4 \end{cases}$  системани ечинг.

**Ечиш:** Иккинчи тенгламадан  $y$  ни  $x$  орқали ифодалаймиз  $y = 4 - 2x$  ва бу ифодани биринчи тенгламага қўйиб, берилган тенгламага тенг кучли система ҳосил қиламиз.

$$\begin{cases} 4x + 2(4 - 2x) = 3 \\ y = 4 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8 = 3 \\ y = 4 - 2x \end{cases}$$

Бунда  $8 \neq 3$  бўлганлиги учун берилган система ечимга эга эмас.

**3-Мисол.**  $\begin{cases} 2x - 7y = 1 \\ 21y - 6x = -3 \end{cases}$  системани ечинг.

**Ечиш:**  $\begin{cases} 2x - 7y = 1 \\ 21y - 6x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1+7y}{2}, \\ 21y - 6\left(\frac{1+7y}{2}\right) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1+7y}{2} \\ -3 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1+7y}{2}$

Демак, берилган системанинг ечими  $x = \frac{1+7y}{2}, y \in \mathbb{R}$  шартни қаноатлантирувчи ихтиёрий  $(x, y)$  жуфтликдир.

## 9.2. Алгебраик қўшиш усули.

Тенгламалар системасини алгебраик қўшиш усули билан ечиш учун:

- 1) номаълумлардан бирининг олдида турган коэффицентлар модулларини тенглаштириш;
- 2) ҳосил қилинган тенгламаларни ҳадлаб қўшиб ёки айириб, битта номаълумни топиш;
- 3) топилган қийматни берилган системанинг тенгламаларидан бирига қўйиб, иккинчи номаълумни топиш керак.

**4-Мисол .** 
$$\begin{cases} 4x - 3y = 14 \\ x + 2y = -2 \end{cases}$$
 системани ечинг.

**Ечиш:** Биринчи тенгламани ўзгаришсиз қолдириб, иккинчи тенгламани 4 га кўнайтирамиз:

$$\begin{cases} 4x - 3y = 14 \\ 4x + 8y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow 11y = -22, y = -2$$

Бундан  $y = -2$  ни системанинг иккинчи тенгласига қўйиб, топамиз  $x + 2(-2) = -2 \Leftrightarrow x = 2$ . Демак  $x = 2, y = -2$  берилган системанинг ечими.

Жавоб:  $(2; -2)$ .

**5-Мисол.** 
$$\begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ -5x + 2y = 3 \end{cases}$$
 системани ечинг.

**Ечиш:** Ечиш қондасига кўра

$$\begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ -5x + 2y = 3 \end{cases} \cdot 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 15y = 10 \\ -10x + 4y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 15y = 10 \\ -11y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ y = -\frac{16}{11} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x \cdot 3 \left(-\frac{16}{11}\right) = 2 \\ y = -\frac{16}{11} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{13}{11} \\ y = -\frac{16}{11} \end{cases}$$

Жавоб:  $\left(-\frac{13}{11}, -\frac{16}{11}\right)$ .

Системани график усулда ечиш усулини «Функция ҳақида ташунча» мавзусидан сўнг берилди.

### 9.3. Параметрга боғлиқ бўлган системаларни ечиш.

**6-Мисол .**  $a$  нинг қандай қийматларида 
$$\begin{cases} 2x + ay = a + 2 \\ (a+1)x + 2ay = 2a + 4 \end{cases}$$
 система

чексиз кўп ечимга эга бўлади.

**Ечиш:** Биринчи тенгламадан  $x$  ни  $y$  орқали ифодалаймиз:  $x = -\frac{a}{2}y + \frac{a}{2} + 1$ .

Бу ифодани иккинчи тенгламага кўямиз:

$$\begin{aligned} (a+1)\left(-\frac{a}{2}y + \frac{a}{2} + 1\right) + 2ay &= 2a + 4 \Leftrightarrow (a+1)(2 + a - ay) + 4ay = 4a + 8 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 4ay - a(a+1)y &= 4(a+2) - (a+1)(a+2) \Leftrightarrow a(4 - a - 1)y = (a+2)(4 - a - 1) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow a(3 - a)y &= (a+2)(3 - a) \quad (*) \end{aligned}$$

бундан,  $a(3 - a) = 0 \Leftrightarrow a = 0, a = 3$ .

Шундай қилиб, а) Агар  $a=0$  бўлса, у ҳолда (\*) тенгламадан  $0 \cdot y = (0+2)(3-0) \Leftrightarrow 0=6$  ҳосил қиламиз. Демак,  $0 \neq 6$  бўлганлиги учун берилган система  $a=0$  да ечимга эга эмас;

б) Агар  $a=3$  бўлса, у ҳолда (\*) тенгламадан  $3 \cdot 0 \cdot y = (3+2)(0-0) \Leftrightarrow 0=0$  ҳосил қиламиз. Демак, (\*) тенглама  $a=3$  да чексиз кўп ечимга эга, яъни  $y \in R$ . У ҳолда берилган системанинг ечими  $x = -\frac{3}{2}y + \frac{5}{2}, y \in R$  шартни қаноатлантирувчи ихтиёрий  $(x, y)$  жуфтликдир.

в) Агар  $a \neq 0, a \neq 3$  бўлса, у ҳолда (\*) тенгламадан  $y = \frac{(a+2)(3-a)}{a(3-a)} = \frac{a+2}{a}$  ҳосил қиламиз.

$x = -\frac{a}{2}y + \frac{a}{2} + 1$  тенгламада у ўрнига  $\frac{a+2}{a}$  ни қўямиз:

$$x = -\frac{a}{2} \cdot \frac{a+2}{a} + \frac{a+2}{2} = -\frac{a+2}{2} + \frac{a+2}{2} = 0$$

Демак, берилган система  $a \neq 0, a \neq 3$  да ягона  $\left(0, \frac{a+2}{a}\right)$  ечимга эга.

Жавоб:  $a=3$

**7-Мисол.**  $a$  нинг қандай қийматида  $\begin{cases} ax + a^2y = 1 \\ x + (a-1)y = a \end{cases}$  система ечимга

эга бўлмайди.

**Ечиш.** Иккинчи тенгламадан  $x$  ни  $y$  орқали ифодалаймиз:  $x = a - (a-1)y$ . Бу ифодани биринчи тенгламага қўямиз.

$$\begin{aligned} a(a - (a-1)y) + a^2y &= 1 \Leftrightarrow a^2 - a(a-1)y + a^2y = 1 \Leftrightarrow a^2y - a(a-1)y = 1 - a^2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (a^2 - a^2 + a)y = 1 - a^2 \Leftrightarrow ay = 1 - a^2. \end{aligned}$$

Бундан, а) агар  $a=0$  бўлса, у ҳолда  $0 \cdot y = 1 - 0 \Leftrightarrow 0=1$  ҳосил қиламиз.

Демак,  $0 \neq 1$  бўлганлиги учун  $ay = 1 - a^2$  тенглама ечимга эга эмас. Бундан берилган система ҳам ечимга эга эмаслиги келиб чиқади.

б) Агар  $a \neq 0$  бўлса, у ҳолда берилган система ягона ечимга эга; яъни

$$\begin{cases} x = a - (a-1)y, \\ y = \frac{1-a^2}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1-a+a^3}{a}, \\ y = \frac{1-a^2}{a} \end{cases}$$

Жавоб:  $a \neq 0$ .

**8-Мисол.** Агар  $\begin{cases} x+2y=2 \\ 2x+y=a \end{cases}$  бўлса, у ҳолда  $a$  нинг қандай қийматида

$x+y=2$  тенглик ўринли бўлади.

**Ечиш.** Система ечишнинг қўшиш усулидан фойдаланамиз:

$$+ \begin{cases} x+2y=2 \\ 2x+y=a \end{cases} \Leftrightarrow 3x+3y=a+2 \Leftrightarrow x+y=\frac{a+2}{3}.$$

Бундан ва берилган шартга кўра

$$\frac{a+2}{3} = 2 \Leftrightarrow a+2=6, \quad a=4.$$

Жавоб:  $a=4$ .

### 10-§. Биринчи даражали уч номаълумли учта тенгламалар системаси.

**Таъриф.** Ушбу

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1, \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2, \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

кўринишдаги системага биринчи даражали уч номаълумли учта тенглама системаси дейилади, бу ерда  $a_i, b_i, c_i, d_i (i=1,2,3)$  берилган сонлар бўлиб,  $a_1^2 + b_1^2 + c_1^2 \neq 0$ ,  $a_2^2 + b_2^2 + c_2^2 \neq 0$ ,  $a_3^2 + b_3^2 + c_3^2 \neq 0$ ;  $x, y$  ва  $z$  номаълумлар.

Масалан, 
$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - 2y - z = 3, \\ 6x + 3y - 2z = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + z = 3, \\ 8x + 2y = 2, \\ 2y - z = 1. \end{cases}$$

Уч номаълумли учта системани ўрнига қўйиш, алгебраик қўшиш ва Гаусс усулида ечиш мумкин.

Биз система ечишнинг ўрнига қўйиш ва алгебраик қўшиш усулларини 8-§ да кўрсатдик. Бу параграфда асосан Гаусс усули, яъни системани учбурчак кўринишга келтириш ёрдамида ечамиз.

**1-Мисол.** 
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 8, \\ 3x + y + z = 6, \\ 2x + y + 2z = 6 \end{cases}$$
 системани ечинг.

**Ечиш:** Биринчи тенгламани иккала томонини 3 га кўпайтириб, иккинчи тенгламадан айирамиз, сўнг биринчи тенгламани иккала томонини 2 га кўпайтириб, учинчи тенгламадан айирамиз ва қўйидагини ҳосил қиламиз:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 8, \\ 5y + 8z = 18, \\ 3y + 4z = 10. \end{cases}$$

Иккинчи тенгламани (-3) га, учинчи тенгламани 5 га кўпайтирамиз ва бу тенгламаларни қўшиб, қўйидаги системани ҳосил қиламиз.

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 8, \\ 5y + 8z = 18, \\ z = 1. \end{cases}$$

Шундай қилиб берилган системани учбурчак кўринишга келтирдик.  $z=1$  ни иккинчи тенгламага қўйиб  $y=2$  ни ҳосил қиламиз.  $z=1$  ва  $y=2$  ни биринчи тенгламага қўйиб  $x=1$  оламиз.

Демак,  $x=1, y=2, z=1$  берилган тенгламани ечими.

Жавоб:  $(1; 2; 1)$ .

**2-Мисол.** 
$$\begin{cases} 10x - 9z = 19, \\ 8x - y = 10, \\ y - 12z = 10 \end{cases} \quad \text{системани ечинг.}$$

**Ечиш:** Гаусс усули ёрдамида ечамиз:

$$\begin{cases} 10x - 9z = 19, \\ 8x - y = 10, \\ y - 12z = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 9z = 19, \\ 8x - y = 10, \\ 8x - 12z = 20 \end{cases} \begin{matrix} |8 \\ (-10) \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 9z = 19, \\ 8x - y = 10, \\ z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x + 9 = 19, \\ 8x - y = 10, \\ z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ 8 \cdot 1 - y = 10, \\ z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ y = -2, \\ z = -1. \end{cases}$$

Жавоб:  $(1; -2; -1)$ .

## 11-§. Иккинчи даражали икки номаълумли тенгламалар системаси.

**1-Таъриф.** Ушбу

$$\begin{cases} a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 + d_1x + e_1y + f_1 = 0, \\ a_2x^2 + b_2xy + c_2y^2 + d_2x + e_2y + f_2 = 0 \end{cases}$$

кўринишдаги системага иккинчи даражали икки номаълумли тенгламалар системаси дейилади. Бу ерда  $a_i, b_i, c_i, d_i, e_i, f_i, - (i=1,2)$  берилган сонлар бўлиб,  $a_i^2 + b_i^2 + c_i^2 + d_i^2 + e_i^2 + f_i^2 \neq 0$ ;  $x$  ва  $y$  номаълум сонлар.

Иккинчи даражали икки номаълумли тенгламалар системасини ўрнига қўйиш, алгебраик қўшиш ва сунъий усулларда ечиш мумкин.

**1-Мисол.** 
$$\begin{cases} 2x^2 - xy + 3y^2 - 7x - 12y + 1 = 0 \\ x - y = -1 \end{cases} \quad \text{системани ечинг.}$$

**Ечиш;** Ушбу системани ўрнига қўйиш усулида ечамиз:

$$\begin{cases} x = y + 1, \\ 2(y+1)^2 - y(y-1) + 3y^2 - 7(y-1) - 12y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 1, \\ 2y^2 - 11y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 1, \\ y_1 = 5, y_2 = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 4, y_1 = 5, \\ x_2 = -\frac{1}{2}, y_2 = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Жавоб:  $(4; 5)$  ва  $(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$ .

**2-Мисол.** 
$$\begin{cases} xy - x + y = 7 \\ xy + x - y = 13 \end{cases}$$
 системани ечинг.

**Ечиш:** Системани алгебраик қўшиш усулида ечамиз. Биринчи тенгламадан иккинчи тенгламани айириб, берилган системага тенг кучли системани ҳосил қиламиз.

$$\begin{cases} xy - x + y = 7, \\ x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy - x + y = 7, \\ x = 3 + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (3+y)y - 3 - y + y = 7, \\ x = 3 + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 + 3y - 10 = 0, \\ x = 3 + y \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} y_1 = 2, \quad y_2 = -5, \\ x = 3 + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 5, \quad y_1 = 2, \\ x_2 = -2 \quad y_2 = -5. \end{cases}$$

Жавоб: (5;2) ва (-2;-5)

**3-Мисол.** 
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ xy = -10 \end{cases}$$
 системани ечинг.

**Ечиш:** Виет теоремасига тескари теоремага кўра  $x$  ва  $y$  сонлари  $z^2 - 3z - 10 = 0$  квадрат тенгламанинг илдизлари бўлади. Бу тенгламани ечиб, қўйидагини ҳосил қиламиз:  $z_1 = 5, z_2 = -2$ . Демак, системанинг ечимлари қўйидаги сонлар жуфтлари бўлади:

$$x_1 = 5, \quad y_1 = -2 \quad \text{ва} \quad x_2 = 2, \quad y_2 = 5.$$

Жавоб: (5;-2) ва (-2;5).

**4-Мисол.** 
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 16, \\ x - y = 2 \end{cases}$$
 системани ечинг.

**Ечиш.** Системанинг биринчи тенгламасини қўйидагича ёзамиз:  
 $(x-y)(x+y) = 16$ .

Бунга  $x-y=2$  ни қўйиб,  $x+y=8$  ни ҳосил қиламиз. Шундай қилиб

$$\begin{cases} x + y = 8, \\ x - y = 2. \end{cases}$$

Бу системани қўшиш усулида ечиб,  $x=5, y=3$  эканини топамиз.

Жавоб: (5;3).

**5-Мисол.** 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ \frac{1}{2}xy = 3 \end{cases}$$
 системани ечинг.

**Ечиш.** Системанинг иккинчи тенгламасини 4 га кўпайтириб, биринчи тенгламага қўшиб, қўйидагини ҳосил қиламиз:

$$x^2 + y^2 + 2xy = 25 \Leftrightarrow (x + y)^2 = 25 \Leftrightarrow x + y = \pm 5.$$

Демак, берилган система қўйидаги системаларга тенг кучлидир:

$$\begin{cases} x + y = 5, \\ xy = 6 \end{cases} \quad \text{ва} \quad \begin{cases} x + y = -5, \\ xy = 6; \end{cases} \quad \text{бундан}$$

$$\begin{cases} x = 5 - x, \\ x(5 - x) = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 - y, \\ x^2 - 5x + 6 = 0 \end{cases} \begin{cases} y = 5 - x, \\ x_1 = 2, x_2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2, & y_1 = 3, \\ x_2 = 3, & y_2 = 2 \end{cases}$$

$$\text{ва} \begin{cases} y = -5 - x, \\ (-5 - x)x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - x, \\ x^2 + 5x + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -5 - x, \\ x_1 = -2, x_2 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -2, & y_1 = -3, \\ x_2 = -3, & y_2 = -2. \end{cases}$$

Жавоб : (2;3), (3;2), (-2,-3), (-3,-2)

**2-Таъриф.**  $x+y$  ва  $xу$  кўпхадлар икки ўзгарувчи симметрик кўпхадлар дейилади.

**3-Таъриф.**  $x+y+z$ ;  $xу+yz+zx$  ва  $xуz$  кўпхадлар уч ўзгарувчи симметрик кўпхадлар дейилади.

Ихтиёрий  $x, y, z$  ўзгарувчиларга нисбатан симметрик бўлган кўпхадларни  $x+y$ ;  $xу$ ;  $x+y+z$ ;  $xу+yz+zx$  ва  $xуz$  симметрик кўпхадлар орқали ифодалаш мумкин.

Масалан,

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy;$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y);$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx).$$

**4-Таъриф.**  $x-y$ ,  $x^3-y^3$  кўпхадлар  $x$  ва  $-y$  га нисбатан симметрик бўлган кўпхадлар дейилади ва қуйидаги формулалар ўринлидир:

$$x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy;$$

$$x^3 + y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y).$$

**5-Таъриф.** Агар иккинчи даражали икки номаълумли тенгламалар системасида қатнашган кўпхадлар  $x$  ва  $y$  ўзгарувчиларга нисбатан симметрик кўпхадлар бўлса,  $у$  ҳолда бундай системалар симметрик системалар дейилади.

Масалан,

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 20, \\ xy = 8; \end{cases} \begin{cases} x + y = 1, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$

**6-Мисол.**  $\begin{cases} x^2 + 3xy + y^2 = 61, \\ xy = 12 \end{cases}$  системани ечинг

**Ечиш.**  $x^2 + 3xy + y^2$  ва  $xу$  кўпхадлар  $x$  ва  $y$  ўзгарувчиларга нисбатан симметрик кўпхадлардир. Шунинг учун қуйидагича алмаштиришлар қиламиз:

$$x^2 + 3xy + y^2 = (x + y)^2 + xy = u^2 + v, \quad xy = v$$



У ҳолда  $u$  ва  $v$  ўзгарувчиларга нисбатан қўйдаги системани оламыз

$$\begin{cases} u^2 + v = 61, \\ v = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^2 + 12 = 61, \\ v = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^2 = 49, \\ v = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 7, u_2 = -7, \\ v = 12. \end{cases}$$

Демак, берилган система қўйдаги иккита системага тенг кучлидир:

$$\begin{cases} x + y = 7, \\ xy = 12 \end{cases} \quad \text{ва} \quad \begin{cases} x + y = -7 \\ xy = 12 \end{cases}$$

Бу системаларни ўрниги қўйиш усулида ечиб, берилган системани ечимларини оламыз: (4;3), (3;4), (-4;-3), (-3;-4).

Жавоб: (4;3), (3;4), (-4;-3), (-3;-4).

**7-Мисол.**  $\begin{cases} x + y = 1, \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$  системани ечинг.

**Ечиш:**  $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$  ни ҳисобга олиб, берилган системани қўйдагича ёзамиз.

$$\begin{cases} x + y = 1, \\ 1 - 2xy = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1, \\ xy = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, y = 1, \\ y = 0, x = 1. \end{cases}$$

Жавоб: (0;1), (1,0).

## 12-§. Турли хил тенгламалар системасини ечиш.

**1-Мисол.**  $\begin{cases} y^2 - xy = 12, \\ x^2 - xy = -3 \end{cases}$  системани ечинг.

**Ечиш.**

$$\begin{cases} y^2 - xy = 12 \\ x^2 - xy = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -y(x - y) = 12, \\ x(x - y) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = -\frac{12}{y}, (y \neq 0), \\ \frac{x}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y(x - y) = -12, \\ y = 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x(x - 4x) = -12, \\ y = 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -12x^2 = -12, \\ y = 4x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1, x_2 = -1, \\ y_1 = 4, y_2 = -4. \end{cases}$$

Жавоб: (1;4), (-1;-4).

**2-Мисол.**  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ xy = 3. \end{cases}$  системани ечинг.

**Ечиш.** Иккинчи тенгламани иккала томонини квадратга кўтариб қуйдаги системани ҳосил қиламиз:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ x^2 y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1, \\ y^2 = 9 \end{cases} \quad \text{ёки} \quad \begin{cases} x^2 = 9, \\ y^2 = 1. \end{cases}$$

Бундан  $x_{1/2} = \pm 1, y_{1/2} = \pm 3, x_{3/4} = \pm 3, y_{3/4} = \pm 1.$

Жавоб:  $(-1;-3), (-3;-1), (1;3), (3,1).$

**3-Мисол.** 
$$\begin{cases} x^2 - 2xy - 3y^2 = 0, \\ x^2 - xy - 2x - 3y = 6 \end{cases} \quad \text{системани ечинг.}$$

**Ечиш:**  $y=0$  биринчи тенгламани ечими бўлмагани сабабли, тенгликни икки томонини  $y$  га бўламиз:

$$\left(\frac{x}{y}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{y}\right) - 3 = 0,$$

$t = \frac{x}{y}$  алмаштириш ёрдамида тенгламани қуйдаги кўринишга келтирамиз:

$$t^2 - 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow t_1 = 3, t_2 = -1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} = 3, \\ \frac{x}{y} = -1. \end{cases}$$

Демак, берилган система қуйдаги системаларга тенг кучлидир :

$$\begin{cases} x = 3y, \\ x^2 - xy - 2x - 2y = 6 \end{cases} \quad \text{ва} \quad \begin{cases} x = -y, \\ x^2 - xy - 2x - 3y = 6. \end{cases}$$

Бу системаларни ўрнига қўйиш усулида ечиб, берилган системани ечимларини оламиз:  $(-2;2), \left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right), (6,2), \left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right).$

Жавоб:  $(-2;2), \left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right); (6,2), \left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right).$

**4-Мисол.** 
$$\begin{cases} x^2 + y = 6, \\ y^2 + x = 6 \end{cases} \quad \text{системани ечинг ва } x+y \text{ нинг энг}$$

катта қийматини топинг.

**Ечиш.** Биринчи тенгламадан иккинчи тенгламани айириб, биринчи системага тенг кучли бўлган системаларни оламиз:

$$\begin{cases} x^2 + y = 6, \\ y = x \end{cases} \quad \text{ва} \quad \begin{cases} x = 1 - y, \\ y^2 + x = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y = 6, \\ y = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 6 = 0, \\ y = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -3, x_2 = 2, \\ y_1 = -3, y_2 = 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 - y, \\ y^2 + x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - y, \\ y^2 - y - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1 - \sqrt{21}}{2}, & x_2 = \frac{1 + \sqrt{21}}{2}, \\ y_1 = \frac{1 + \sqrt{21}}{2}, & y_2 = \frac{1 - \sqrt{21}}{2}. \end{cases}$$

Бундан  $x+y=-6$ ;  $x+y=4$ ;  $x+y=1$ .

Демак  $x+y$  ни энг катта қиймати 4.

Жавоб:

$$(-3;3); (2;2); \left(\frac{1-\sqrt{21}}{2}; \frac{1+\sqrt{21}}{2}\right); \left(\frac{1+\sqrt{21}}{2}; \frac{1-\sqrt{21}}{2}\right), \text{ ва 4.}$$

**5-Мисол.**  $\frac{3xy}{x+y} = 5, \quad \frac{2xz}{x+z} = 3, \quad \frac{yz}{y+z} = 4$  системани

ечинг.

**Ечиш.** Сунъий усулда ечамиз. Берилган система қуйидаги системага тенг кучлидир:

$$\frac{x+y}{xy} = \frac{5}{3}, \quad \frac{x+z}{xz} = \frac{3}{2}, \quad \frac{y+z}{yz} = \frac{1}{4}.$$

ёки

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{x} = \frac{5}{3}, \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{2}{3}, \quad \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{4}.$$

Бундан  $\frac{1}{x} = \nu, \quad \frac{1}{y} = \mu, \quad \frac{1}{z} = \omega$  алмаштириш қилиб, қуйдагини ҳосил қиламиз:

$$\begin{cases} \mu + \nu = \frac{5}{3}, \\ \nu + \omega = \frac{2}{3}, \\ \mu + \omega = \frac{1}{4}, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \nu = \frac{61}{120}, \\ \mu = \frac{11}{120}, \\ \omega = \frac{19}{120}. \end{cases}$$

Демак, берилган системани ечимни

$$x = \frac{120}{61}, \quad y = \frac{120}{11}, \quad z = \frac{120}{19}.$$

Жавоб:  $\left(\frac{120}{61}; \frac{120}{11}; \frac{120}{19}\right).$

### 13-§. Масала ечиш усуллари.

Масалалар ечишнинг иккита усули мавжуд:

1. Арифметик усул.
2. Алгебраик усул.

Масалалар ечишнинг арифметик усулида ҳар бир масалага ўзига хос ёндашилиб, масалада берилган катталиклар орасидаги боғланиш мулоҳазалар ёрдамида, йўналтирувчи саволлар бериш йўли билан ечилади.

**1-Масала.** Фермада қўй ва товуқлар бор. Уларнинг бошларининг сони 172 та, оёқларининг сони эса 434 та. Фермада нечта қўй ва нечта товуқ бор?

**Ечиш:** Агар оёқлар сони 2 тадан бўлса жами бошлар сонини 2 га кўпайтирсак, яъни  $172 \cdot 2 = 344$  та оёқ ҳосил бўлади. Жами оёқлар сонидан ҳосил бўлган оёқлар сонини айирсак, яъни  $434 - 344 = 90$  та оёқ қолади. қўйларнинг оёқлар сони тўртта бўлганлиги учун қолган оёқлар сонини 2 га бўламиз  $90:2 = 45$ . Демак фермада 45 та қўй бор экан. Шундай қилиб жами бошлар сонидан қўйлар сонини айирсак, яъни  $172 - 45 = 127$  та товуқ борлиги маълум бўлади.

Жавоб: 45 та қўй; 127 та товуқ.

**2-Масала.** Агар сотувчи битта қўйлакни 800 сўмдан сотса 2000 сўм зарар кўради. Агар битта қўйлакни 1200 сўмдан сотса 6000 сўм фойда кўради. Сотувчида нечта қўйлак бор?

**1-Савол.** Қимматга сотилган 1 та қўйлак билан арзонга сотилган 1 та қўйлакнинг нархида қанча фарқ бор?

**Ечиш:**  $1200\text{сўм} - 800\text{сўм} = 400\text{сўм}$ .

**2-Савол.** Олинадиган фойда ва кўриладиган зарар орасидаги фарқ неча сўм?  $6000 - (-2000) = 6000 + 2000 = 8000\text{ (сўм)}$

**3-Савол.** Фойда-зарар орасидаги бу фарқлар сотувчида нечта қўйлак бўлганда ҳосил бўлади?  $8000:400 = 20$  та.

Жавоб: Сотувчида 20 та қўйлак бўлган.

Берилган масалаларни арифметик усулда ечишда бир масалада қўлланиладиган мулоҳаза ёки ёндошув иккинчи масала учун тўғри келмаслиги мумкин. Бу эса берилган масалаларни ечишда ўқувчи учун ноқулайдир. Шунинг учун масалаларни ечишда алгебраик усулдан фойдаланиш қулайдир.

Масалалар ечишнинг алгебраик усули деб, масалада топиллиши талаб этилган номаълум миқдор (катталик) бирор ҳарф билан белгиланади (масалан,  $x, y, z, t, \dots$  ёки  $a, b, c, \dots$ ). Ҳамда, масала мазмунига қараб, бу номаълум ва масалада берилган миқдорлар орасида боғланиш ўрганилади. Сўнг бу масала мазмунига мос келадиган тенглама тузилади ва ечилади.

Алгебраик усулнинг афзалиги шундаки, бунда мазмун жиҳатдан турлича бўлган масалалар битта тенгламага келтирилиб ечилади.

**3-Масала.** Саватдаги ноклар яшиқдагига қараганда 4 марта кам.

Саватдан яшиқка 10 та нок солганда сўнг, яшиқдаги ноклар саватдаги

ноқлардан 6 марта ортиқ бўлиб қолди. Саватда қанча ноқ ва яшиқда қанча ноқ бўлган?

**Ечиш:** Саватда  $x$  та ноқ бўлсин, у ҳолда яшиқда  $4x$  та ноқ бўлган. Саватдан яшиққа 10 та ноқ солгандан сўнг саватда  $(x - 10)$  та, яшиқда эса  $(4x + 10)$  та ноқ бўлади. Масала шартига кўра, яшиқдаги ноқлар саватдаги ноқлардан 6 марта кўп бўлиб қолган. Демак,

$$6(x - 10) = 4x + 10$$

чиқиқли тенглама ҳосил бўлади. Тенгламани ечамиз:

$$6x - 60 = 4x + 10$$

$$6x - 4x = 10 + 60$$

$$2x = 70$$

$$x = 35.$$

Демак, саватда 35 та ноқ бўлган.  $4x = 4 \cdot 35 = 140$  бўлгани учун, яшиқда 140 та ноқ бўлган.

**Жавоб:** 35 та ноқ ва 140 та ноқ.

**4-Масала.** Доскада бир сон ёзилган. Бир ўқувчи бу сонни 23 та орттирди, иккинчи ўқувчи 1 тага камайтирди. Биринчи ўқувчи олган натижа иккинчисиникидан 7 марта катта бўлади. Доскага қандай сон ёзилган?

**Ечиш:** Доскада ёзилган сонни  $x$  деб белгилайлик, у ҳолда биринчи ўқувчи  $x + 23$  ни, иккинчи ўқувчи эса  $x - 1$  сонларни ҳосил қилишди. Масала шартига кўра биринчи ўқувчи ҳосил қилган сон иккинчисидан 7 марта катта бўлади. Демак

$$x + 23 = 7(x - 1)$$

тенглама ҳосил қиламиз ва ечамиз:

$$x + 23 = 7x - 7$$

$$x - 7x = -7 - 23$$

$$-6x = -30$$

$$x = 5.$$

Демак доскада 5 сони ёзилган.

**Жавоб:** 5.

Шундай қилиб, масалалар ечишнинг алгебраик усули масаланинг математик моделини тузиш учун асосий рол ўйнайди.

Масаланинг математик модели\* масалада баён этилган муаммоли ҳолатни (вазиятни) «математика тили» га кўчириш, бу ҳолатни формулалар, тенглама ва тенгсизликлар орқали ифодалаш.

Масаланинг математик моделини тузиш қоидаси:

1. Масалада топилыш керак бўлган номаълумларни белгилаш.
2. Номаълум катталиқ билан берилган катталиқлар орасидаги боғланишини топиш, ҳамда уни тенглама ёки тенгсизликлар ёрдамида ифодалаш.

---

\* Модел сўзи лотинча «modulus» сўзидан олинган бўлиб, «ўлчов, меъёр» деган маънони англатади.

3. Масаладаги катталиклар изланаётган номаълум қандай шартларни қаноатлантириши зарурлигини аниқлаш.
4. 2-қоидадаги тузилган тенглама ёки тенгсизликни ечиб, ечим берилган масала мазмунини тўла акс эттириш ёки эттирмаслигини аниқлаш.

Шуни таъкидлаш лозимки, ўқувчи учун 2-қоида масаланинг математик моделини тузишдаги мураккаб босқичлардан биридир. Берилган масала мазмунига кўра чизиқли, квадрат ва рационал тенгламаларга, ҳамда тенгламалар системасига келтирилади ва ечилади.

**5-Масала.** Фабриканинг учта цехида 2600 киши ишлайди. Иккинчи цехда биринчисидан 100 киши ортиқ, учинчи цехда эса иккинчидан 120 киши ортиқ ишлайди. Ҳар қайси цехда қанча киши ишлайди?

**Ечиш:** Биринчи цехда  $x$  та киши ишлайди. Иккинчи цехда  $x+100$  киши, учинчида эса  $(x + 100) + 120$  киши ишлайди. Масала шартига кўра қуйидаги

$$x + x + 100 + (x+100)+120 = 2600.$$

чизиқли тенгламани тузамиз ва ечамиз:

$$x + x + 100 + x + 100 + 120 = 2600$$

$$3x = 2600 - 100 - 100 - 120$$

$$3x = 2280$$

$$x = 760.$$

Демак, биринчи цехда 760 киши ишлайди;  $x + 100 = 860$  киши иккинчи цехда ишлайди;  $x + 100 + 120 = 860 + 120 = 980$  киши учинчи цехда ишлайди.

Жавоб: 760; 860 ва 980 киши.

**6-Масала** Қудуққа тош тошланди ва унинг қудуқ тубига теккан овози 9 секунддан кейин эшитилди. Товуш тезлигини 320 м/сек, оғирлик кучининг тезланишини эса  $g = 10 \text{ м/с}^2$  деб ҳисоблаб, қудуқнинг чуқурлигини аниқланг.

**Ечиш:** Қудуқнинг чуқурлигини топиш учун тошнинг қудуқ тубига тушиш вақти  $t$  ни аниқлаш етарли, чунки қудуқнинг чуқурлиги эркин тушиш қонунига кўра  $\frac{gt^2}{2}$  метрга тенг.

Масала шартига кўра  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Шунинг учун қудуқнинг чуқурлиги  $5t^2$  метрга тенг.

Иккинчи томондан, қудуқнинг чуқурлигини товуш тезлиги 320 м/с ни тошнинг қудуқ тубига бориб теккан ондан то зарба овози эшитилгунча ўтган вақтга, яъни  $(9-t)$  секундга кўпайтириб топиш мумкин. Демак, қудуқнинг чуқурлиги  $320(9-t)$  метрга тенг.

Қудуқнинг чуқурлиги учун топилган икки ифодани тенглаштириб,  $5t^2 = 320(9-t)$  квадрат тенгламани ҳосил қиламиз ва ечамиз:

$$t^2 = 64(9-t),$$

$$t^2 + 64t - 9 \cdot 64 = 0.$$

$t^2 = -32 \pm \sqrt{32^2 + 64 \cdot 9} = -32 \pm \sqrt{32(32+18)} = -32 \pm \sqrt{32 \cdot 50} = -32 \pm 40$ ,  $t_1 = 8$ ,  $t_2 = -7$ . Тошнинг тушиш вақти мусбат бўлгани учун  $t = 8$  с бўлади.

Демак, қудуқнинг чуқурлиги қуйидагига тенг:  $5t^2 = 5 \cdot 8^2 = 320$  м.

Жавоб: 320 м.

**7-Масала.** Моторли қайиқ дарё оқими бўйича 30 км, оқимга қарши 4 км ўтди ва бутун йўлга 2 соат сарфлади. Агар дарё оқимининг тезлиги 3 км/соат бўлса, қайиқнинг турғун сувдаги тезлиги қанча?

**Ечиш:**  $x$  км/соат - қайиқнинг турғун сувдаги тезлиги бўлсин. У ҳолда қайиқнинг оқим бўйича тезлиги  $(x+3)$  км/соат, оқимга қарши тезлиги эса  $(x-3)$  км/соат бўлади.

Қайиқ дарё оқими бўйича 30 км ни  $\frac{30}{x+3}$  соатда ўтган, дарё оқимига қарши эса 4 км ни  $\frac{4}{x-3}$  соатда ўтган. Демак, бутун йўлга сарфланган вақт  $\left(\frac{30}{x+3} + \frac{4}{x-3}\right)$  соатга тенг. Масаланинг шартига кўра қайиқ бутун йўлга 2 соат сарфлаган. Демак қуйидаги

$$\frac{30}{x+3} + \frac{4}{x-3} = 2$$

рационал тенгламани тузамиз ва ечамиз:

$$\frac{30(x-3) + 4(x+3) - 2(x+3)(x-3)}{(x+3)(x-3)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 30x - 90 + 4x + 12 - 2x^2 + 18 = 0 \\ x + 3 \neq 0, \quad x - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x^2 + 34x - 60 = 0 \\ x \neq -3, \quad x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 17x + 30 = 0 \\ x \neq -3, \quad x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2, \quad x_2 = 15; \\ x \neq -3, \quad x \neq 3. \end{cases} \Leftrightarrow x = 2 \text{ ва } x = 15.$$

Масаланинг мазмунига кўра қайиқнинг турғун сувдаги тезлиги оқим тезлигидан катта бўлиши керак. Бу шартни иккинчи илдиз, яъни 15 сони қаноатлантиради, биринчи илдиз қаноатлантирмайди.

Жавоб: 15 км/соат.

**8-Масала.** Академик лицей учун 30 та теннис ракеткаси ва 10 та футбол тўпи сотиб олинди, улар учун 6400 сўм тўланди. Агар 8 та ракетка 4 та тўпдан 300 сўм қиймат турса, ракетка қанча ва тўп қанча туради?

**Ечиш:** Ракетка  $x$  сўм, тўп эса  $y$  сўм турсин. 30 та ракетка ва 10 та тўп  $30x + 10y$  сўм туради. Ҳаммаларига 6400 сўм тўлангани учун

$$30x + 10y = 6400$$

бўлади.

Масала шартига кўра 8 та ракетка 4 та тўпдан 300 сўм қиммат. Бундан иккинчи тенгламани ҳосил қиламиз:

$$8x - 4y = 300.$$

Масала саволига жавоб бериш учун  $x$  ва  $y$  нинг шундай қийматларини топиш керакки, улар биринчи ва иккинчи тенгламаларни қаноатлантирсин, яъни

$$\begin{cases} 30x + 10y = 6400 \\ 8x - 4y = 300 \end{cases}$$

Тенгламалар системасини қаноатлантирсин:

$$\begin{cases} 30x + 10y = 6400 \\ 8x - 4y = 300 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = 640 \\ 2x - y = 75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = 640 \\ 5x = 715 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = 640 \\ x = 143 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \cdot 143 + y = 640 \\ x = 143 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 143 \\ y = 211 \end{cases}$$

Демак, ракетка 143 сўм, тўп эса 211 сўм.

Жавоб: ракетка 143 сўм; тўп 211 сўм.

Баъзи масалаларни ечишда (хусусан, аралашмалар, қотишмаларга оид) ўрта вазнли қиймат формуласидан фойдаланиш мақсадга мувофиқ бўлади (ўқувчи бу формула билан 1 боб 9-§ да танишган).

**9-Масала.** Таркибида 15% олтин бўлган 20 грамм модда, таркибида 30% олтин бўлган 40 грамм модда билан аралаштирилди. Аралашма таркибида неча процент (фоиз) олтин бор?

**Ечиш:** Ўрта вазнли қиймат формуласи ушбу масала учун қуйидагича  $\frac{a \cdot p + b \cdot q}{a + b}$  бўлади, бу ерда  $a = 20$  грамм,  $b = 40$  грамм,  $p =$

15%,  $q = 30\%$ . Демак,  $\frac{20 \cdot 15 + 40 \cdot 30}{20 + 40} \% = \frac{300 + 1200}{60} \% = \frac{1500}{60} \% = 25\%$ .

Жавоб: Аралашма таркибида 25% олтин бор.

## ТЕСТ СИСТЕМАСИДА УЧРАЙДИГАН МАСАЛАЛАР

**10-Масала.** Поезд симёғоч ёнидан  $t_1 = 8$  секундда ўтиб кетди. Худди ўша тезлик билан узунлиги  $\ell = 420$  метр бўлган кўприкдан  $t_2 = 32$  секундда ўтди. Поезднинг узунлиги ва тезлигини топинг.

**Ечиш:** Агар поезд  $v$  ўзгармас тезлик билан юрса  $t$  вақт ичида босиб ўтиган йўл  $S = vt$  формула билан ҳисобланади. Поезд симёғоч ёнидан  $t_1$  секундда ўтди, деганда, равшанки поезд ўз узунлигига тенг масофани  $t_1$  секундда ўтгани тушунилади.

Поезднинг узунлиги  $x$  деб белгилаймиз, у ҳолда поезднинг тезлиги  $\frac{x}{t_1}$  бўлади. Поезднинг боши (тепловоз) кўприкка «кириб», охири вағони кўприкдан чиқиб кетгунча поезд кўприкнинг узунлигини ва ўз узунлигига тенг йўлни, яъни  $(\ell + x)$  м йўлни ўтади. Бу масофани у  $t_2$  секундда босиб ўтади. Масала шартига кўра поезд бу масофани «ўша тезлик билан» ўтади. Демак,

$$\frac{x}{t_1} = \frac{\ell + x}{t_2} \Leftrightarrow v = \frac{\ell t_1}{t_2 - t_1} \text{ (м)}$$



ёки

$$\frac{x}{8} = \frac{420+x}{32} \Leftrightarrow 32x = 420 \cdot 8 + 8x \Leftrightarrow 24x = 420 \cdot 8 \Leftrightarrow x = 140 \text{ м.}$$

Шунга кўра, поезднинг тезлиги

$$v = \frac{x}{t_1} = \frac{\ell}{t_2 - t_1} \text{ (м/с)}$$

ёки

$$v = \frac{420}{24} \text{ м/с} = 17,5 \text{ м/с.}$$

17,5 м/с ни км/соат да ифодалаймиз

$$17,5 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 17,5 \frac{1000}{3600} = 17,5 \cdot 3,6 \text{ км/соат} = 63 \text{ км/соат.}$$

Жавоб: 140 м ва 63 км/соат.

**11-Масала.** Ораларидаги масофа  $S=280$  км бўлган икки шаҳардан бир-бирига қараб бир вақтда икки автомобил йўлга чиқди. Улардан бирининг тезлиги  $v_1=60$  км/соат, иккинчисининг тезлиги эса  $v_2=80$  км/соат. Автомобиллар неча соатдан сўнг учрашади?

**Ечиш:** Масала ечишнинг формуласини тузамиз. Босиб ўтилган йўл  $S=vt$  формуласига кўра, биринчи автомобилнинг босиб ўтган йўли  $S=v_1 t$ , иккинчисиники эса,  $S=v_2 t$ . Демак,  $t = \frac{S}{v_1 + v_2}$  учрашиш вақти.

Масала шартига кўра,  $v_1=60$  км/соат,  $v_2=80$  км/соат,  $S = 280$  км,

$$t = \frac{280}{60+80} = \frac{280}{140} = 2 \text{ соат.} \quad \text{Жавоб: 2 соатдан сўнг учрашади.}$$

**12-Масала.** Мотоциклчи велосипедчини қувуб боряпти. Агар ҳозир улар орасидаги масофа  $S = 20$  км, велосипедчининг тезлиги  $v_1=15$  км/соат, мотоциклчининг тезлиги  $v_2=20$  км/соат бўлса, мотоциклчи велосипедчига қанча вақтдан сўнг етиб олади?

**Ечиш:** Математик моделини тузамиз.  $x$  – велосипедчи босиб ўтган йўл,  $y$  бу йўлни  $\frac{x}{v_1}$  соатда босиб ўтади. Мотоциклчи велосипедчини

қувиб етиш учун  $(S+x)$  км масофани босиб ўтиш керак,  $y$  бу йўлни

$\frac{S+x}{v_2}$  соатда босиб ўтади. Масала шартига кўра,

$$t = \frac{S+x}{v_2} = \frac{x}{v_1} \text{ ҳосил қиламиз. Бундан,}$$

$$t = \frac{20+x}{20} = \frac{x}{15} \Rightarrow \frac{20+x}{20} = \frac{x}{15} \Leftrightarrow 300+15x = 20x \Leftrightarrow 5x = 300 \Leftrightarrow x = 60 \text{ км/соат.}$$

$$\text{Демак } t = \frac{x}{15} = \frac{60}{15} = 4 \text{ соат.}$$

Шундай қилиб, мотоциклчи велосипедчига 4 соатдан сўнг етиб олади.

Жавоб: 4 соат.

## ЎТИЛГАН МАВЗУЛАР БЎЙИЧА ТЕСТ –3

1. Айнан тенг ифодаларни топинг.

- 1)  $2a+2b$  ва  $2(a+b)$ ; 2)  $|a|$  ва  $a$ ; 3)  $|-a^2|$  ва  $a^2$ .  
 A) 1 B) 1,2 C) 2;3 D) 1;3 E) 1;2;3

2. Қайси тенгликлар айният:

- 1)  $(x-y)^2 = (y-x)^2$   
 2)  $b - |b| = 0$ ; 3)  $2b = 2+b$ .  
 A) 1;2 B) 2;3 C) 2 D) 3 E) 1;2;3.

3.  $\frac{x}{3} + \frac{2x-1}{6} = 1 - \frac{x}{3}$  тенгламани ечинг

- A) 0 B)  $\frac{1}{6}$  C)  $\frac{5}{6}$  D)  $-\frac{5}{6}$  E)  $\frac{7}{6}$

4.  $a$  нинг қандай қийматларида  $(a-1)x+2=a+1$  тенгламанинг ечими ягона бўлади.

- A)  $a \neq 0$  B)  $a \neq 1$  C)  $a \neq -1$  D)  $\emptyset$  E)  $a \neq \pm 1$ .

5.  $4\frac{1}{11} : 10 = 4,5 : (3x-1)$  тенгламанинг аниқланиш соҳасини

топинг.

- A)  $x \in \mathbb{R}$  B)  $x \in \left\{ \frac{1}{3} \right\}$  C)  $x \in \left( -\infty; \frac{1}{3} \right) \cup \left( \frac{1}{3}; +\infty \right)$   
 D)  $x \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$  E) аниқлаб бўлмайди.

6.  $2(x+3)(x-4) = (2x-1)(x+2) - 27$  тенглама илдизининг 10% ни топинг.

- A) 0,02 B) 0,2 C) 0,3 D) 0,01 E) 0,1

7. Тенг кучли тенгламаларни топинг.

1)  $2x-3=5-2x$  ва  $\frac{2x-3}{x-1} = \frac{5-2x}{x-1}$ ;

2)  $\frac{1}{2}x+6=3x-4$  ва  $(x-4)^2=0$ ;

3)  $(5x-1)^2=(3x+5)^2$  ва  $5x-1=3x+5$

- A) 1; 2; 3 B) 1; C) 2; D) 1;2 E) 3.

8.  $9x^2+6x+1=0$  квадрат тенгламанинг илдизини топинг.

- A) 0 B)  $-\frac{1}{3}$  C)  $\frac{1}{3}$  D) 6 E) -6

9.  $a$  нинг қандай қийматларда  $(a+1)x^2+2(a+1)x+a-2=0$  тенглама ечимга эга эмас.

- A)  $a > -1$  B)  $a < -1$  C)  $a \neq 0$  D)  $a < 1$ ,  $a \neq 0$  E)  $a = \pm 1$ .

10. Агар  $x_1$  ва  $x_2$   $2x^2-5x+1=0$  тенгламанинг илдизлари бўлса, у ҳолда  $x_1^3+x_2^3$  ни топинг.

- A)  $5\frac{1}{4}$  B)  $5\frac{3}{8}$  C)  $11\frac{14}{16}$  D) топиб бўлмайди E)  $11\frac{3}{8}$ .

11. Агар  $x_1 = 1 - \sqrt{2}$ ,  $x_2 = 1 + \sqrt{2}$  бўлса, квадрат тенгламани тузинг.

A)  $x^2 - 2x + \sqrt{2} = 0$  B)  $x^2 - (1 - \sqrt{2})x + 1 = 0$  C)  $x^2 + 2x - 1 = 0$

Д)  $2x^2 - 4x - 2 = 0$  E)  $2x^2 - 4x + 2 = 0$

12.  $x^2 + ax + 8 = 0$  ва  $x^2 + x + a = 0$  квадрат тенгламалар ҳеч бўлмаганда, битта умумий ечимга эга бўладиган а ни қийматларини топинг.

A)  $a = 0$  B)  $a = 6$  C)  $a = 5$  D)  $a = -5$  E)  $a = -6$

13.  $(x^2 - 5x)^2 + 10(x^2 - 5x) + 24 = 0$  тенгламанинг илдизлари кўпайтмасини топинг.

A) 12 B) 6 C) 24 D) -24 E) -12

14.  $2x^4 + 7x^3 - 12x^2 - 38x + 21 = 0$  тенгламанинг илдизларини топинг.

A)  $-3; \frac{1}{2}$  B)  $-3; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}$  C)  $-3; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{7}{2}$  D)  $\emptyset$  E)  $\frac{3}{2}; \frac{7}{2}$

15.  $z^2 - (2+3i)z + 4i - 2 = 0$  тенгламанинг илдизлари кўпайтмасини топинг.

A)  $2+i$  B)  $2i(2+i)$  C)  $2-4i$  D)  $-2$  E)  $4i$

16.  $\frac{x-1}{x} - \frac{3x}{2(x-1)} = -\frac{5}{2}$  рационал тенгламани ечинг.

A)  $-1; \frac{1}{4}$  B)  $-1; -\frac{1}{4}$  C)  $2; \frac{1}{4}$  D)  $-2; -\frac{1}{4}$  E)  $\frac{1}{4}$

17.  $a$  нинг қандай қийматларида  $\begin{cases} ax - 8y = 12, \\ 2x - 6y = 15 \end{cases}$  система ечимга эга

эмас.

A)  $a = 0$  B)  $a = \frac{8}{5}$  C)  $a = \frac{1}{3}$  D)  $a = \frac{16}{6}$  E)  $a = \frac{16}{10}$

18.  $2x + y + z = 7, x + 2y + z = 8, x + y + 2z = 9$  тенгламани ечинг ва  $x + y + z$  ни топинг.

A) 3 B) 5 C) 0 D) 6 E) 8.

19.  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(xy + 2) \\ x + y = 6 \end{cases}$  системани ечинг ва  $x - y$  ни топинг

A)  $\pm 2$  B)  $\pm 3$  C) 2 D) 3 E) 0.

20.  $xu=3, xz=5, yz=15$  системани ечинг ва  $xuz$  ни топинг.

A)  $\pm 10$  B)  $\pm 12$  C)  $\pm 15$  D)  $\pm 18$  E)  $\pm 8$ .

## III-БОБИИ МУСТАҲКАМЛАШ УЧУН МАШҚЛАР.

1. Қуйидаги тенгламалар тенг кучлими?

- 1)  $x = 4$  ва  $(x - 4)(x^2 + 4) = 0$       2)  $2x - 3$  ва  $(2x - 3)^2 = 0$ ;  
 3)  $(7 - x) \cdot 2 = 8$  ва  $(x - 3)(2x - 1) = 0$ ;    4)  $x = x + 1$  ва  $\frac{2x - 5}{4 - x} + \frac{3}{x - 4} = 1$ ;  
 5)  $\frac{(x + 3)}{x + 1} = \frac{2x - 1}{x + i}$  ва  $x + 3 = 2x - 1$ ;      6)  $(x - 2)^2 = 3(x - 2)$  ва  $x - 2 = 3$ ;  
 7)  $7 - 2x + \frac{5}{x - 2} - \frac{5}{x - 2} = 11 - 4x$  ва  $7 - 2x = 11 - 4x$ ;  
 8)  $5 + 2x + \frac{5}{x - 2} - \frac{5}{x - 2} = 26 - x$  ва  $5 + 2x = 26 - x$ .

2. Қуйидаги тенгламалардан аниқланиш соҳасини топинг.

- 1)  $\frac{x - 4}{5} = 9 - \frac{8x - 41}{9}$ ;      2)  $3,5 : x = 0,824$ ;  
 3)  $\frac{x}{x + 3} = \frac{5}{x + 3}$ ;      4)  $4,2 : (2x - 7) = 10 : 7 \frac{1}{7}$ ;  
 5)  $\frac{x}{x + 3} + \frac{4}{x + 1} = 2$ ;      6)  $7(x + \frac{1}{x}) - 2(x^2 + \frac{1}{x^2}) = 9$

3. Тенгламани ечинг

- 1)  $2x + 9 = 13 - x$ ;      2)  $0,8x + 14 = 2 - 1,6x$   
 3)  $1,7 - 0,3x = 2 + 1,7x$       4)  $\frac{1}{6}x - \frac{1}{2} = 3 - \frac{1}{2}x$ ;  
 5)  $1\frac{1}{3}x + 4 = \frac{1}{3}x + 1$       6)  $x - \frac{3}{4}x = 0$   
 7)  $5x = 8x$       8)  $x - \frac{1}{4} = \frac{3}{8} + \frac{1}{2}x$ .

4. Тенгламани ечинг.

- 1)  $0,2(x - 1) + 0,5(3x - 9) = \frac{1}{3}x - 2$ ;  
 2)  $2x + (2x + 3) = 4x - 1 + 2x - 3 + (7 - 2x)$ ;  
 3)  $(0,7x - 2,1) - (0,5 - 2x) = 0,9(3x - 1) + 0,1$ ;  
 4)  $-3(2 - 0,4x) + 5,6 = 0,4(3x + 1)$   
 5)  $10(3x - 2) - 3(5x + 2) + 5(11 - 4x) = 25$ ;  
 6)  $2x + 5 = 2(x + 1) + 11(x + 1) - 0,5(22x - 2)$ ;  
 7)  $5(2x - 4) - 8,5 + x = 2(5x - 10) - (8,5 - x)$ ;  
 8)  $0,8(x - 3) + 6(1 + 5x) = 5(1 + 6x) + 0,8x$ .

5. Тенгламани ечинг.

- 1)  $\frac{4x + 7}{5} + \frac{3x - 2}{2} - \frac{5x - 2}{2} = 32$ ;  
 2)  $\frac{3x - 7}{4} - \frac{9x + 11}{8} = -\frac{x - 3}{2}$ ;

$$3) x - \frac{x-1}{3} - \frac{2x-5}{5} + \frac{x+8}{6} = 7;$$

$$4) 7 - 2x - \frac{1-3x}{7} = 2 - \frac{2x-1}{3};$$

$$5) \frac{8}{9}x + \frac{34}{72} - \frac{9}{8}x = 0;$$

$$6) \frac{x-3}{6} + x = \frac{2x-1}{3} - \frac{4-x}{2};$$

$$7) \frac{5x}{6} - \frac{1-3x}{5} = x - \frac{x-7}{15} - 1;$$

$$8) \frac{37-3x}{2} - 15 = \frac{2x+7}{4} - 2x + \frac{7}{4}.$$

9) 6.  $a$  нинг қандай қийматларида қуйидаги тенгламалар чексиз кўп ечимга эга.

$$1) 6(ax-1) - a = 2(a+x) - 7;$$

$$2) 0,5(5x-1) = 4,5 - 2a(x-2);$$

$$3) (a-1)x + 3 = a + 2;$$

$$4) (a+1)(a+2-ax) + 4ax = 4a + 8;$$

$$5) 5 + ax - x = 3x + 1 + a;$$

$$6) 9x = 3 - a + 3ax;$$

$$7) 3x + 9 = a(a-x);$$

$$8) a(1-ax) - 3ax = 2a + 3.$$

7.  $a$  нинг қандай қийматларида қуйидаги тенгламалар ечимга эга бўлмайди.

$$1) 2a + 3(x+1) = 0,6(ax+15);$$

$$2) a^2x - 15 = 5a - 3ax;$$

$$3) a^2x = a(x+2) - 2;$$

$$4) 8 + 5x = 2a(2-x);$$

$$5) 3(x+1) = 2 + ax;$$

$$6) a(x+1) + 3 = 8(x+1);$$

$$7) 3x + 9 = a(a-x) + 2;$$

$$8) 2(a-2x) = ax + 3.$$

8.  $a$  нинг қандай қийматида қуйидаги тенгламаларнинг илдизи  $x$  га тенг бўлади.

$$1) 8 + 5x = 2a(2-x), \quad x = 4;$$

$$2) (2a-ax)a + x = 1, \quad x = 1;$$

$$3) (a^2-4)x - 3x = 5, \quad x = -1;$$

$$4) ax + (a+3)x = 3a - 1, \quad x = 0,5.$$

9. Чизиқли кўпайтувчиларга ажратинг.

$$1) 3x^2 - 2x - 7; \quad 2) -4x^2 + 5x - 1;$$

$$3) 2x^2 + 6x + 1; \quad 4) 3x^2 - x + 2;$$

$$5) 4x^2 - 4x + 1; \quad 6) -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 2;$$

7)  $16x^2 - 24x + 9$ ;

8)  $3x^2 - 13x - 10$ .

10. Тенгламаларни ечинг.

1)  $x^2 + 6x - 19 = 0$ ;

2)  $5x^2 = 9x + 2$ ;

3)  $3x^2 + 32x + 80 = 0$ ;

4)  $15x^2 - 30 = 22x + 7$ ;

5)  $(x + 4)^2 = 3x + 40$ ;

6)  $\frac{x^2 - 1}{2} - 11x = 11$ ;

7)  $(2x - 3)(5x + 1) = 2x + \frac{2}{5}$ ;

8)  $-x(x + 7) = (x - 2)(x + 2)$ ;

9)  $0,7x^2 = 1,3x + 2$ ;

10)  $x^2 - 1,6x - 0,36 = 0$ .

11. Тенгламанинг илдизларини танлаш йўли билан топинг:

1)  $x^2 - 11x - 12 = 0$ ;

2)  $x^2 + x - 56 = 0$ ;

3)  $x^2 - 19x + 88 = 0$ ;

4)  $x^2 - 10x - 24 = 0$ ;

5)  $3x^2 - 7x + 4 = 0$ ;

6)  $5x^2 - 6x + 1 = 0$ .

12.  $x_1$  ва  $x_2$  сонлари квадрат тенгламанинг илдизи бўлса, шу квадрат тенгламани тузинг.

1)  $x_1 = 2, x_2 = 4$ ;

2)  $x_1 = -3, x_2 = 2$ ;

3)  $x_1 = 3 - \sqrt{7}, x_2 = 3 + \sqrt{7}$ ;

4)  $x_1 = x_2 = \frac{5}{6}$ ;

5)  $x_1 = \frac{-2 - \sqrt{5}}{2}, x_2 = \frac{-2 + \sqrt{5}}{2}$ ;

6)  $x_1 = -\sqrt{2}, x_2 = \sqrt{2}$ .

13.  $x_1$  ва  $x_2$  сонлари  $2x^2 - 11x + 13 = 0$  квадрат тенгламанинг илдизлари бўлса, қуйидагиларни ҳисобланг.

1)  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ ;

2)  $x_1^2 + x_2^2$ ;

3)  $x_1^3 + x_2^3$ ;

4)  $x_1^4 + x_2^4$ ;

5)  $\frac{x_1}{x_2}(1 - x_2^2) + \frac{x_2}{x_1}(1 - x_1^2)$ ;

6)  $x_1^4 - x_2^4$ .

14.  $5x^2 - 12x + c = 0$  тенгламанинг илдизларидан бири иккинчисидан 3 марта катта,  $c$  ни топинг.15.  $4x^2 + bx - 27 = 0$  тенглама илдизларининг бўлинмаси  $-3$  га тенг.  $b$  ни топинг.16.  $2x^2 - 5x + c = 0$  тенгламанинг илдизлари квадратларининг айирмаси  $0,25$  га тенг.  $c$  ни топинг.17.  $4x^2 + vx + c = 0$  тенгламанинг илдизларидан бири  $0,5$  га тенг. Иккинчиси овоз ҳадга тенг,  $v$  ва  $c$  ни топинг.18.  $x_1$  ва  $x_2$  сонлари  $3x^2 - 2x + k = 0$  тенгламанинг илдизлари бўлиб, бунда  $2x_1 = -3x_2$  экани маълум.  $k$  ни топинг.19.  $x_1$  ва  $x_2$  сонлари  $x^2 - 8x + k = 0$  тенгламанинг илдизлари бўлиб, унда  $3x_1 + 4x_2 = 29$  экани маълум.  $k$  ни топинг.20.  $x^2 - 6x + q = 0$  тенглама илдизларидан бири  $2$  га тенг. Бу тенгламанинг барча коэффициентлари йиғиндисини топинг.

21.  $x^2 + px - 12 = 0$  тенгламанинг илдизларидан бири  $2$  га тенг.

P:  $(-12)$  нимага тенг.

22.  $x^2 - 9x + (m^2 - 4)(m^2 - 9) = 0$  тенгламанинг илдизи нолга тенг бўладиган  $m$  нинг барча қийматлари кўпайтмасини топинг.

23.  $x_1$  ва  $x_2$  сонлари  $x^2 + ax + 6 = 0$  тенгламанинг илдиzlари бўлиб, бунда  $x_1^2 + x_2^2 = 13$  бўлса,  $x_1 + x_2$  ни топинг.

24.  $x_1$  ва  $x_2$  сонлари  $x^2 + x + a = 0$  тенгламанинг илдиzlари бўлиб, бунда  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}$  экани маълум,  $a$  ни топинг.

25.  $a$  нинг қандай қийматларида  $x^2 - (a - 2)x - a - 3 = 0$  тенгламанинг илдиzlари квадратларининг йиғиндиси 9 га тенг бўлади.

26.  $a$  нинг қандай қийматларида қуйидаги квадрат тенгламалар ечимга эга бўлади.

1)  $x^2 - 2(a - 1)x + 2a + 1 = 0$ ;

2)  $(a - 2)x^2 - 2ax + 2a - 3 = 0$ ;

3)  $x^2 - ax + 24 + 4 = 0$ ;

4)  $(a + 1)x^2 - x + (1 - a) = 0$ ;

5)  $ax^2 + 2(a + 1)x + a + 3 = 0$ ;

6)  $(a - 2)x^2 + ax + 1 = 0$ ;

7)  $ax^2 = 1$ ;

8)  $x^2 - 2(a - 1)x + 2a + 1 = 0$ .

27.  $a$  нинг қандай қийматларида қуйидаги квадрат тенгламалар ягона ечимга эга бўлади.

1)  $10x^2 - 10x + a = 0$ ;

2)  $3x^2 + ax - 5 = 0$ ;

3)  $ax^2 - 6x + 9 = 0$ ;

4)  $ax^2 + 4x - 2 = 0$ ;

5)  $4x^2 - ax + a - 3 = 0$ ;

6)  $4x^2 - 15x + 4a^2 = 0$ .

28.  $a$  нинг барча қийматларида қуйидаги квадрат тенгламаларни текширинг.

1)  $ax^2 + 8x - 15 = 0$ ;

2)  $6x^2 - 3x + a = 0$ ;

3)  $5x^2 + ax + 1 = 0$ ;

4)  $7x^2 - ax - 1 = 0$ ;

5)  $x^2 - 2(a - 1)x + 2a + 1 = 0$ ;

6)  $x^2 + 2x - 8 - a(a - 4) = 0$ ;

7)  $(a + 1)x^2 - (a - 1)x - 2a = 0$ ;

8)  $x^2 - (a - 2)x - (a + 3) = 0$ .

29. Тенгламаларни ечинг.

1)  $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$ ;

2)  $x^6 + 7x^3 - 8 = 0$ ;

3)  $(x^2 + 5x)^2 - 2(x^2 + 5x) - 24 = 0$ ;

4)  $(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) = 12$ ;

5)  $2x^3 + 3x^2 + 3x + 2 = 0$ ;

6)  $x^3 - 5x^2 - 5x + 1 = 0$ ;

7)  $2x^4 + x^3 - 11x^2 + x + 2 = 0$ ;

8)  $x^4 + x^3 - 10x^2 + x + 1 = 0$ ;

9)  $x(x + 1)(x - 1)(x + 2) = 24$ ;

10)  $x(x - 1)(x + 2)(x + 1) = 3$ ;

11)  $(x + 3)^4 + (x + 5)^4 = 16$ ;

12)  $(x - 2)^6 + (x - 4)^6 = 64$ ;

13)  $7(x + \frac{1}{x}) - 2(x^2 + \frac{1}{x^2}) = 9$ ;

14)  $x^4 + x^2 + x + 1 = 4x^2$ .

30. Тенгламаларнинг рационал ечимларини топинг.

- 1)  $x^3 - 2x^2 - x - 2 = 0$ ;                      2)  $x^3 - 6x^2 + 15x - 14 = 0$ ;  
 3)  $6x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 1 = 0$ ;            4)  $x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 16x + 12 = 0$ ;  
 5)  $x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 2x + 1 = 0$ ;   6)  $x^5 - 3x^4 - 2x^3 - 4x^2 - 24x + 32 = 0$

31. Амалларни бажаринг.

- 1)  $(2 + 3i)(3 - 2i) + (2 - 3i)(3 + 2i)$ ;  
 2)  $(3 + 4i)(4 - 3i) + (3 - 4i)(4 + 3i)$ ;  
 3)  $(1 + i)^3 - (1 - i)^3$ ;  
 4)  $(1 - i)^4 + (1 + i)^4$ ;  
 5)  $\frac{3+i}{3-i} + \frac{3-i}{3+i}$ ;  
 6)  $\frac{2-i}{2+i} + \frac{2+i}{2-i}$ ;  
 7)  $\frac{(1+i)(2+i)}{2-i} - \frac{(1-i)(2-i)}{2+i}$ ;  
 8)  $\frac{(2+i)^3 - (2-i)^3}{(2+i)^2 - (2-i)^2}$ .

32. Берилган комплекс сонларга қўшма комплекс сонларни топинг.

- 1)  $3 + 2i$  ;                      2)  $(1 + i)(2 + 3i)$ ;            3)  $(1 + i)^2$ ;  
 4)  $i(1 + i)$ ;                    5)  $\frac{1}{i^3}$ ;                          6)  $-2i$ .

33. Комплекс номаълумли квадрат тенгламаларни ечинг.

- 1)  $z^2 - 4z + 5 = 0$ ;                      2)  $z^2 + 4z + 13 = 0$ ;  
 3)  $4z^2 + 4z + 5 = 0$ ;                    4)  $16z^2 - 32z + 17 = 0$ ;  
 5)  $z^4 - 8z^2 - 9 = 0$ ;                    6)  $z^4 + 2z^2 - 15 = 0$ ;  
 7)  $z^2 - 3z + 3 + i = 0$ ;                8)  $iz^2 - 2iz - i^3 = 0$ .

34. Илдишлари

- 1)  $z_1 + 2 + 2i$ ,  $z_2 = 2 - 2i$ ;            2)  $z_1 = 2 + 3i$ ,  $z_2 = 2 - 3i$ ;  
 3)  $z_1 = -4 + i$ ,  $z_2 = -4 - i$ ;            4)  $z_1 = -7 - 4i$ ,  $z_2 = -7 + 4i$  бўлган

квадрат тенглама тузинг.

35. Рационал тенгламаларни ечинг.

- 1)  $\frac{2x-3}{x-1} + 1 = \frac{6x-x^2-6}{x-1}$ ;                      2)  $\frac{x^2}{x^2-6x} = \frac{4(3-2x)}{x(6-x)}$ ;  
 3)  $\frac{2x-1}{x+1} + \frac{3x-1}{x+2} = \frac{x-7}{x-1} + 4$ ;            4)  $\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x} = \frac{25}{6}$ ;  
 5)  $\frac{x-4}{x-5} + \frac{x-6}{x+5} = 2$ ;                            6)  $\frac{2x-2}{x+3} + \frac{x+3}{x-3} = 5$ ;  
 7)  $\frac{2}{x^2+3} + \frac{4}{x^2+7} = 1$ ;                      8)  $\frac{1}{x^2+4} + \frac{1}{x^2+5} = \frac{11}{30}$ ;  
 9)  $\frac{x^2+1}{x} + \frac{x}{x^2+1} = -2,5$ ;                    10)  $\frac{x^2-3x}{x-2} + \frac{x-2}{x^2-3x} = 2,5$ ;  
 11)  $\frac{2x}{3x^2-x+2} - \frac{7x}{3x^2+5x+2} = 1$ ;            12)  $\frac{4x}{4x^2-8x+7} + \frac{3x}{4x^2-10x+7} = 1$ ;



$$13) \frac{x-3}{x-1} + \frac{x+3}{x+1} = \frac{x+6}{x+2} + \frac{x-6}{x-2}; \quad 14) \frac{x-2}{x-1} + \frac{x+2}{x+1} = \frac{x-4}{x-3} + \frac{x+4}{x+3} - \frac{28}{15};$$

$$15) x^2 + \frac{25x^2}{(x+5)^2} = 11; \quad 16) x^2 + \frac{81x^2}{(9+x)^2} = 40;$$

$$17) \frac{1}{x^2+2x+4} - \frac{1}{x^2+2x+5} = \frac{1}{12}; \quad 18) \frac{x^2+x+2}{x^2+x+1} + \frac{x^2+x+6}{x^2+x+3} = 4;$$

36. Системаларни ечинг.

$$1) \begin{cases} 2x+3y=1, \\ 3x-2y=9; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x+y=3, \\ 2x+2y=8; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x+2y=4, \\ y-3x=7; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 3x-y=1, \\ 12x-4y=4; \end{cases} \quad 5) \begin{cases} \frac{1}{4}x-y=5, \\ \frac{1}{2}x-\frac{1}{7}y=3; \end{cases} \quad 6) \begin{cases} 2x-3y=-1 \\ \frac{y}{x}=0,75; \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} \frac{x+y+4}{5} + \frac{x-y-4}{7} = 9, \\ \frac{x+y+4}{5} - \frac{x-y-4}{7} = 1; \end{cases} \quad 8) \begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{5}y = \frac{34}{15}, \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{5}y = \frac{16}{15}; \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} 5y+8(x-3y)=7x-12; \\ 9x+3(x-9y)=11y+46; \end{cases} \quad 10) \begin{cases} -2(x-y)+16=3(y+7), \\ 6x-(x-5)=-8-(y+1). \end{cases}$$

37.  $a$  нинг қандай қийматларида система ягона ечимга эга?

$$1) \begin{cases} 3x-2y=6, \\ ax+y=-3; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} ax+ay=a^2, \\ x+ay=2; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x-(a+1)y=a+2, \\ ax+y=a-3; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} 2x-3=0 \\ ax+y(a-1)=\frac{3}{2}; \end{cases}$$

38.  $a$  нинг қандай қийматларида система чексиз кўп ечимларга эга.

$$1) \begin{cases} (a+1)x+8y=4a, \\ ax+(a+3)y=3a-1; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x+ay=1, \\ ax-3ay=2a+3; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 3x+ay=3, \\ ax+3y=3; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} (a+1)x-y=a+2, \\ x+(a-1)y=2; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} ax-(a+1)y=6, \\ 7ax-28y=6(a+4); \end{cases} \quad 6) \begin{cases} 2x+ay=a+2, \\ (a+1)x+2ay=2a+4. \end{cases}$$

39.  $a$  нинг қандай қийматларида система ечими эга эмас.

$$1) \begin{cases} x+ay=1, \\ x-3ay=2a+3; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} -4x+ay=1+a, \\ (a+6)x+2y=a+3; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 16x+ay=4, \\ ax+9y-3=0; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x+ay=1, \\ ax+y=2a; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} (a+1)x-3y=4, \\ 2x-ay=3; \end{cases} \quad 6) \begin{cases} a^2x+(2-a)y=a^2+4 \\ ax+(2a-1)y=a^5-2. \end{cases}$$

40. Системани ечинг.

$$1) \begin{cases} 6x + 2y - z = 2, \\ 4x - y + 3z = -3, \\ 3x + 2y - 2z = 3; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x + y + z = 7, \\ x + 2y + z = 8, \\ x + y + 2z = 9; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 3x - 4y + 5z = 18, \\ 2x + 4y - 3z = 26, \\ x - 6y + 8z = 0; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x + 2y + z + 7 = 0, \\ 2x + y - z - 1 = 0, \\ 3x - y + 2z - 2 = 0; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 2x + y + 3z = 13, \\ x + y + z = 6, \\ 3x + y + z = 8; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x + 2y + 3z = 3, \\ 3x + y + 2z = 7, \\ 2x + 3y + z = 2 \end{cases}$$

41. Системани ечинг.

$$1) \begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 7, \\ x + y = 5; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 13, \\ x + y = 4; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x + y = 7, \\ xy = 12; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x^3 + y^3 = 7, \\ x^3 y^3 = -8; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x^2 - y^2 = 15, \\ x + y = 3; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x^2 - y^2 = 8, \\ x - y = 2; \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} x^2 + y^2 = 29, \\ xy = 10 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} x^2 + y^2 = 26 \\ xy = 5 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} x - xy - y = -7, \\ x + xy - y = 1; \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} x^2 - 3xy + y^2 = 11, \\ xy = 5; \end{cases}$$

42. Системани ечинг.

$$1) \begin{cases} x + y = xy, \\ x + y = x^2 - y^2; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^3 + y^3 = 1, \\ x^2 y + xy^2 = 1; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x + y + xy = 7, \\ x^2 + y^2 + xy = 13; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 6x^2 - xy - 12y^2 = 0, \\ x^2 + 2y^2 = \frac{17}{16}; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} y^2 - xy = -12, \\ x^2 - xy = 28; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} (x - y)(x^2 - y^2) = 45 \\ x + y = 5. \end{cases}$$

43. Системани ечинг ва  $x + y$  ning энг катта қийматини аниқланг.

$$1) \begin{cases} 2(x + y) - xy = 4, \\ 3xy + x + y = 23; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^2 + 3xy = 18, \\ 3y^2 + xy = 6; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ (x - 3)(y - 5) = 0; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x^3 + y^3 = 65, \\ x^2 y + xy^2 = 20; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} y^2 - xy = 3, \\ x^2 - xy = -2; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x^3 y^3 = -8, \\ x^3 + y^3 = -7. \end{cases}$$

44. Қуйидаги тенглик ўринли бўладиган  $a$ ,  $b$  ва  $c$  сонларни топинг.

$$1) x^3 + 3x^2 - x - 3 = (x-2)(x^2 + bx + c) + a;$$

$$2) 4x^3 + 7x^2 + 7x - 6 = (ax + b)(x^2 + x + 1) + c;$$

$$3) \frac{1}{x^2 - 4} = \frac{a}{x - 2} + \frac{b}{x + 2};$$

$$4) \frac{x + 5}{(x-1)(x+2)(x+3)} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+2} + \frac{c}{x+3};$$

$$5) \frac{1}{x^3 + 1} = \frac{a}{x+1} + \frac{bx + c}{x^2 - x + 1};$$

$$6) \frac{x^2 + 1}{x^3 - 1} = \frac{a}{x-1} + \frac{bx + c}{x^2 + x + 1};$$

$$7) \frac{2x^2 - x + 1}{(x+1)(x-2)^2} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{(x-2)^2};$$

$$8) \frac{x^2 + 3x}{(x-1)(4x^2 + 8x + 1)} = \frac{a}{x-1} + \frac{bx + c}{4x^2 + 8x + 1}.$$

45. Корхона кассасида 10 сўмлик ва 25 сўмликларнинг умумий сони 600 та ва улар 6600 сўмни ташкил қилади. Кассада нечта 10 сўмлик ва нечта 25 сўмлик бор?

46. 5 тонна ва 10 тонна юк кўтарадиган 58 та машина билан 445 тонна юкни ташишди. Юк ташишда қанча 5 тонналик ва қанча 10 тонналик машиналар банд бўлган?

47. Бир идишда ҳарорати 85° ва иккинчи идишда ҳарорати 45° бўлган сув бор. Уларни аралаштириб, ҳарорати 60° бўлган 2 л сув ҳосил қилиш учун ҳар бир идишда қанчадан сув олиш керак?

48. Агар савдогар молнинг 1 кг ини 15,5 сўмдан сотса, 26,5 сўм зарар кўради. Агар 1 кг ини 18,5 сўмдан сотса, 27,5 сўм фойда кўради. Савдогарда неча кг мол бор?

49. Поезд симёғоч ёнидан 10 секундда ўтиб кетди. Худди ўша тезлик билан узунлиги 540 метр бўлган кўприкни 40 секундда ўтди. Поезднинг тезлиги ва узунлигини топинг.

50. Пичан гарами битта от учун 8 кунга, сигир учун 12 кунга, қўй учун эса 24 кунга етади. Пичан гарамини, от, сигир, қўй биргаликда қанча вақтда еб тугатади?

51. Свитер, шапка ва шарф тўқиш учун 830 г жун ишлатилди. Бунда шапка учун свитерга қараганда 4 марта кам, шарфга қараганда эса 10 г ортиқ жун кетган. Ҳар бир буюмга қанчадан жун кетган?

52. Теплоход дарё оқими буйлаб 10 соат оқимга қарши 12 соат ўтганча йўл юради. Агар дарё оқимининг тезлиги 3км/соат бўлса, теплоходнинг тезлигини топинг.

53. Ораларидаги масофа 360 км бўлган икки шаҳардан бир-бирига қараб бир вақтда иккита поезд йўлга чиқди. Улардан бирининг тезлиги 50 км/соат, иккинчисининг тезлиги эса 70 км/соат. Поездлар неча соатдан сўнг учрашади?

54. Теплоход оқим буйинча 3 соат ва оқимга қарши 2 соат сузиб, 240 км масофани ўтди. Шу теплоход оқимга қарши 3 соатда оқим буйинча 2 соатда сузганига қараганда 35 км ортиқ масофани ўтади.

Теплоходнинг оқимга қарши тезлигини ва оқим бўйинча тезлигини топинг.

55. Ораларидаги масофа 280 км бўлган А ва В шаҳарлардан бир вақтда икки автомобил йўлга чиқди. Агар автомобиллар бир-бирига қараб юрса, улар 2 соатдан кейин учрашади. Агар улар бир йўналишда юрса, А пунктдан чиққан автомобил В пунктдан чиққан автомобилни 14 соатда қувиб етади. Ҳар қайси автомобилнинг тезлиги қанча?

56. Бир соннинг ярми билан иккинчи соннинг  $\frac{2}{3}$  қисмининг айирмаси 2 га тенг. Агар биринчи сон ўзининг  $\frac{1}{6}$  қисмича камайтирилса, иккинчи сон ўзининг  $\frac{1}{6}$  қисмича орттирилса, уларнинг йиғидиси 59 га тенг бўлади. Бу сонларни топинг.

57. Жамоа хўжаликда кузги экинлар баҳорги экинларга қараганда 480 га ортиқ ерни эғилайди. 80% кузги ва 25% баҳорги экинлар йиғиб олингандан кейин кузги экинлар экилган майдон баҳорги экинлар экилган майдондан 300 га кам колди. Жамоа хўжалик қанча ерга кузги ва қанча ерга баҳорги экин эккан?

58. Икки сон ёзилди. Агар биринчи сон 30% орттирилса, иккинчи сон эса 10% камайтирилса, уларнинг йиғиндиси 6 та ортади. Агар биринчи сон 10%, иккинчи сон эса 20% камайтирилса, уларнинг йиғиндиси 16 та камаяди. Қандай сонлар ёзилган?

59. Оддий касрнинг махражи суратидан 3 та ортиқ. Агар бу касрнинг суратига 7, махражига эса 5 қўшилса, каср  $\frac{1}{2}$  га ортади. Шу касрни топинг.

60. Чанғичилардан бири 20 км масофани иккинчисидан 20 минут тезроқ ўтди. Чанғичилардан бири иккинчисидан 2 км/соат ортиқ тезлик билан юрганини билган ҳолда ҳар бир чанғичининг тезлигини топинг.

61. Бир сувоқчи топшириқни иккинчисига қараганда 5 соат олдин тугатиши мумкин. Улар иккиласи биргаликда бу топшириқни 6 соатда бажаришади. Топшириқни ҳар бир сувоқчи неча соатда бажаради?

62. Ораларидаги масофа 225 км бўлган А пристандан В пристанга теплоход жўнади. Жўнаганидан 1,5 соат ўтгач, у  $\frac{1}{2}$  соат тўхтаб қолди ва В га вақтида етиб бориш учун тезлигини 10 км/соат орттирди. Теплоходнинг дастлабки тезлигини топинг.

63. Ота билан ўғил 240 метр йўл ўтишди, бунда отаси 100 та кам қадам ташлади. Агар отасининг қадами ўғлиникидан 20 см узун бўлса, ота ва ўғил қадамнинг узунлигини топинг.

## IV БОБ. ТЕИГСИЗЛИКЛАР

### 1-§ Сонли тенгсизликлар.

#### 1.1. Сонли тенгсизликларнинг таърифи

**1-Таъриф** . Иккита сон ёки ифода  $>$ ,  $<$ ,  $\geq$ ,  $\leq$  ишоралар билан боғланган ифодалар тенгсизликлар дейлади

Масалан:  $5 < 8$ ;  $7 \leq 7$ ;  $a + 5 > 0$ ;  $9 - x \leq 0$ ;  $x + 5 \geq 9$ ,  $5 < 9 \leq a$ .

**2-Таъриф** . Агар тенгсизликларда  $>$  (катта) ёки  $<$  (кичик) ишоралар қатнашса, бундай тенгсизликлар қатъий тенгсизликлар дейилади.

Масалан,  $\frac{5}{6} > \frac{1}{2}$ ;  $0,85 < 0,87$ ,  $a > b$ ,  $c < d$  – қатъий тенгсизликлардир.

**3-Таъриф** . Агар тенгсизликларда  $\geq$  (катта ёки тенг) ёки  $\leq$  (кичик ёки тенг) ишоралар қатнашса, бундай тенгсизликлар ноқатъий тенгсизликлар дейилади.

Масалан,  $11 \leq 12$ ;  $7 \geq 7$ ;  $4 \leq 4$ ;  $a \geq b$ ;  $c \leq d$  – ноқатъий тенгсизликлардир.

Шундай қилиб:

- 1) Ушбу  $a > b$  тенгсизлик  $a$  сони  $b$  дан катта эканлигини билдиради ва  $a$  катта  $b$  деб ўқилади;
- 2) Ушбу  $a < b$  тенгсизлик  $a$  сони  $b$  дан кичик эканлигини билдиради ва  $a$  кичик  $b$  деб ўқилади;
- 3) Ушбу  $a \leq b$  тенгсизлик  $a$  сони  $b$  дан катта эмаслигини билдиради, яъни  $a < b$  ёки  $a = b$  ва  $a$  кичик ёки тенг  $b$  деб ўқилади;
- 4) Ушбу  $a \geq b$  тенгсизлик  $a$  сони  $b$  дан кичик эмаслигини билдиради, яъни  $a > b$  ёки  $a = b$  ва  $a$  катта ёки тенг  $b$  деб ўқилади.

Масалан, агар автобусдаги жойлар сони 40 та бўлса у ҳолда а йўловчилар сони 40 тадан кам ёки тенг бўлиши мумкин. Бу ҳолда бундай ёзиш мумкин :  $a \leq 40$ .

**4-Таъриф** . Икки  $a > b$  ва  $c > d$  ( $a \geq b$  ва  $c \geq d$ ) ёки  $x < y$  ва  $z < t$  ( $x \leq y$  ва  $z \leq t$ ) тенгсизликлар бир хил ишорали тенгсизликлар дейилади.

**5-Таъриф** . Икки  $a > b$  ва  $c < d$  ( $a \leq y$  ва  $z \geq t$ ) тенгсизликлар ҳар – хил (ёки қарама – қарши) ишорали тенгсизликлар дейилади.

**6 – Таъриф.** Тенгсизликнинг ҳар икки қисми фақат сонлардангина иборат бўлса, бундай тенгсизликлар сонли тенгсизликлар дейилади.

Масалан,  $6 > 5$ ,  $82 < 100$ ,  $15 \leq 15$ ,  $-20 > -31$  сонли тенгсизликлардир.

Агар сонли тенгсизликлар чап қисми ўнг қисмидан ҳар доим  $>$  ёки  $<$  ( $\geq$  ёки  $\leq$ ) бўлса, у ҳолда бундай тенгсизликка тўғри тенгсизлик дейлади.

**Масалаи:** 1)  $5 > 3$ ;  $4 \cdot 5 > 15$ ;  $-25 < -5$ ;  $-\frac{1}{3} < 0$  – тўғри тенгсизликлардир. Аммо  $3 > 5$ ;  $12 < 7$ ;  $5 < -25$  тенгсизликлар нотўғри тенгсизликлардир.

2)  $x^2 > -1$  тенгсизлик  $x \in R$  да тўғри тенгсизликдир, лекин  $\sqrt{x^2+1} < -1$  тенгсизлик  $x \in R$  да нотўғри тенгсизликдир.

## 1.2. Сонли тенгсизликларнинг хоссалари.

$a$ ,  $b$ ,  $c$  берилган сонлар бўлсин. У ҳолда:

- 1) агар  $a > b$  бўлса,  $b < a$  бўлади ва аксинча, агар  $b < a$  бўлса,  $a > b$  бўлади.
- 2) агар  $a > b$  бўлса,  $a - b > 0$  бўлади ва аксинча, агар  $a - b > 0$  бўлса,  $a > b$  бўлади.
- 3) агар  $a < b$  бўлса,  $a - b < 0$  бўлади ва аксинча, агар  $a - b < 0$  бўлса,  $a < b$  бўлади.
- 4) агар  $a > b$  ва  $b > c$  бўлса, у ҳолда  $a > c$  бўлади;
- 5) агар  $a > b$  ва  $c > 0$  бўлса, у ҳолда  $a \cdot c > b \cdot c$  ёки  $a : c > b : c$  бўлади;
- 6) агар  $a > b$  ва  $c < 0$  бўлса, у ҳолда  $a \cdot c < b \cdot c$  ёки  $a : c < b : c$  бўлади;
- 7) агар  $a > b$  бўлса, у ҳолда  $a \pm c > b \pm c$  бўлади;

Хоссаларга оид мисоллар:

**1–Мисол.**  $0,35$  ва  $\frac{1}{3}$  сонларини таққосланг.

Ечиш. Уларни айирмасини топамиз:

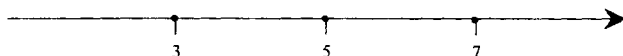
$$0,35 - \frac{1}{3} = \frac{35}{100} - \frac{1}{3} = \frac{105 - 100}{300} = \frac{5}{300} = \frac{1}{60}.$$

Бундан  $0,35 - \frac{1}{3} > 0$  бўлгани учун  $0,35 > \frac{1}{3}$  бўлади.

**Жавоб:**  $0,35 > \frac{1}{3}$ .

**2–Мисол .**  $7 > 5$  ва  $5 > 3$  бўлса,  $7 > 3$  бўлишини исботланг.

Исбот. Геометрик нуқтаи назарда 7 сони 5 сонидан ўнгда ётади ва 5 сони 3 сонидан ўнгда ётади, у ҳолда 7 сони 3 сонидан ўнгда ётади:



исботланди.

**3-Мисол .** Тенгсизликни иккала қисмини кўрсатилган сонга кўпайтиринг.

а)  $3,8 > 2,4$  ни 5 га б)  $\frac{5}{6} > \frac{2}{3}$  ни  $-12$  га.

Ечиш. а)  $3,8 > 2,4$  тенгсизликнинг иккала қисмини 5 га кўпайтириб,  $19 > 12$  ни ҳосил қиламиз;

б)  $\frac{5}{6} > \frac{2}{3}$  тенгсизликнинг иккала қисмини  $-12$  га кўпайтириб,  $-10 < -8$  ни ҳосил қиламиз.

**Жавоб:** а)  $19 > 12$ ; б)  $-10 < -8$ .

**4-Мисол .**  $-2 < 4$  тенгсизликнинг иккала қисмига а) 5; б)  $-8$  сонини қўшиш натижасида ҳосил бўладиган тенгсизликни ёзинг.

Ечиш а)  $-2 < 4 \Leftrightarrow -2 + 5 < 4 + 5 \Leftrightarrow 3 < 9$ ;

б)  $-2 < 4 \Leftrightarrow -2 - 8 < 4 - 8 \Leftrightarrow -10 < -4$ ;

**Жавоб:** а)  $3 < 9$ ; б)  $-10 < -4$ .

**5-Мисол .** Агар  $5a - 2b > 2a + b$  бўлса, у ҳолда  $a > b$  бўлишини исботланг.

**Исбот.**

$$5a - 2b > 2a + b \Leftrightarrow 5a - 2a - \underline{2b} + \underline{2b} > \underline{2a} - \underline{2a} + b + 2b \Leftrightarrow \Leftrightarrow 3a > 3b \Leftrightarrow a > b.$$

### 1.3. Сонли тенгсизликлар устида амаллар.

1) Агар  $a > b$  ва  $c > d$  бўлса, у ҳолда  $a + c > b + d$  бўлади, яъни бир хил ишорали тенгсизликларнинг чап қисмини чап қисмига, ўнг қисмини ўнг қисмига қўшиш керак.

**Мисоллар:**

$$\begin{array}{r} \text{a) } +8 > 2,5 \\ \underline{3 > 1} \\ 11 > 3,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{б) } +0,35 < 1,4 \\ \underline{0,25 < 1,8} \\ 0,6 < 3,2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{в) } +1,7 < 1,8 \\ \underline{-3 < -2} \\ -1,3 < -0,2 \end{array}$$

г)  $2,3 > 1,3$  ни  $-1,2 < 2,1$  тенгсизликка қўшиш учун биринчисини  $1,3 < 2,3$  кўринишида ёзиб олиб, сўнгра кўшиш ёки иккинчисини  $2,1 > -1,2$  кўринишда ёзиб олиб, сўнгра қўшиш керак, яъни

$$\begin{array}{r} +1,3 < 2,3 \\ \underline{-1,2 < 2,1} \\ 0,1 < 4,4 \end{array} \quad \text{ёки} \quad \begin{array}{r} +2,3 > 1,3 \\ \underline{2,1 > -1,2} \\ 4,4 > 0,1 \end{array}$$

2) Агар  $a > b$  ва  $c < d$  бўлса, у ҳолда  $a - c > b - d$  бўлади, яъни қарама-қарши ишорали тенгсизликларнинг чап қисмидан чап қисмини, ўнг қисмидан ўнг қисмини айириб, биринчи тенгсизликнинг ишорасини қўйиш керак.

**Мисоллар:**

$$\begin{array}{r} \text{a) } \underline{3 > 2} \\ \underline{2 < 5} \\ 1 > -3 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{б) } \underline{0,85 < 1,5} \\ \underline{0,15 > 0,05} \\ 0,7 < 1,45 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{в) } \underline{2,5 < \frac{10}{3}} \\ \underline{-0,5 > -\frac{10}{3}} \\ 3 < \frac{20}{3} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{а) } \underline{81,9 > -2,7} \\ \underline{3,4 < 10,8} \\ 78,5 > -13,5 \end{array}$$

3) Агар  $a > b > 0$  ва  $c > d > 0$  бўлса, у ҳолда  $ac > bd$  бўлади, яъни қисмлари мусбат бўлган бир ҳил ишорали тенгсизликларнинг мос қисмларини кўпайтириш мумкин.

**Мисоллар:**

$$\begin{array}{r} \text{a) } \times \underline{3,2 < 3,1} \\ \underline{3 < 2} \\ 9,6 < 6,2 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{б) } \times \underline{2\frac{2}{3} > 1\frac{1}{3}} \\ \underline{12 > 6} \\ 32 > 8 \end{array}$$



в)  $4 < 2x + 1$  ни  $3 < 2x - 1$  га кўпайтиринг. Шартга кўра  $2x + 1 > 0$ ,  $2x - 1 > 0$  бўлиш керак, бундан  $x > \frac{1}{2}$  келиб чиқади. Шундай қилиб, берилган тенгсизликларнинг қисмлари мусбат бўлиши учун  $x > \frac{1}{2}$  бўлиши керак ва қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\begin{array}{l} \times \quad 4 < 2x + 1 \\ \quad 3 < 2x - 1 \\ \hline 12 < 4x^2 - 1 \end{array}$$

4) Агар  $a$  ва  $b$  мусбат сонлар бўлиб,  $a > b$  бўлса, у ҳолда исталган натурал  $n$  сони учун  $a^n > b^n$  бўлади.

**Мисоллар:**

а)  $3 > 2 \Rightarrow 3^2 > 2^2 \Rightarrow 9 > 4$

б)  $1,2 < 2,2 \Rightarrow 1,2^3 < 2,2^3 \Rightarrow 1,728 < 10,644$ ;

в)  $3 > 2 \Rightarrow 3^2 > 2^2$ ,  $3^3 > 2^3$ ,  $3^{10} > 2^{10}$

ва ҳоказо.

5) Агар  $a$  ва  $b$  мусбат сонлар бўлиб,  $a < b$  бўлса, у ҳолда

$$\frac{1}{a} > \frac{1}{b} \text{ бўлади.}$$

**Мисоллар:**

а)  $\frac{1}{2} < \frac{2}{3} \Rightarrow 2 > \frac{3}{2}$ ; б)  $0,8 > 0,3 \Rightarrow \frac{1}{0,3} > \frac{1}{0,8} \Rightarrow \frac{10}{3} > \frac{10}{8}$ ; в)  $7 < 8 \Rightarrow \frac{1}{7} > \frac{1}{8}$ .

6) Агар  $a > b > 0$  ва  $c > d > 0$  бўлса, у ҳолда  $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$  бўлади.

**Мисоллар:**

а)  $4 > 3$ , ва  $6 > 4 \Rightarrow \frac{4}{4} > \frac{3}{6} \Rightarrow 1 > \frac{1}{2}$ ;

б)  $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$  ва  $2 > 1 \Rightarrow \frac{1}{3} : 1 > \frac{1}{4} : 2 \Rightarrow \frac{1}{3} > \frac{1}{8}$ ;

в)  $0,5 < 0,8$  ва  $0,1 < 0,2 \Rightarrow 0,8 : 0,1 > 0,5 : 0,2 \Rightarrow 8 > 2,5$ .

#### 1.4. Қўш тенгсизликларнинг ҳоссалари ва улар устида амаллар.

**7-Таъриф.** Қўш тенгсизлик деб  $a < b < c$  ёки  $a > b > c$  кўринишдаги тенгсизликларга айтилади.

Таърифдаги  $>$  ва  $<$  ишоралар ўрнида  $\geq$  ва  $\leq$  ишоралар ҳам туриши мумкин.

Масалан,  $-1 < 10 < 11$ ;  $0,8 > 0,6 > \frac{1}{3}$ ;  $-\frac{1}{7} \leq x \leq 4$ ;  $-5 \leq b < 2$ .

**Қўш тенгсизликларнинг асосий хоссалари:**

1) Агар  $b > a$  ва  $b < c$  бўлса, у ҳолда  $a < b < c$  бўлади, яъни  $a < b < c \Leftrightarrow (a < b) \cap (b < c)$ .

2) Агар  $b \geq a$  ва  $b < c$  бўлса, у ҳолда  $a \leq b < c$  бўлади, яъни  $a \leq b < c \Leftrightarrow (a < b) \cap (a = b) \cap (b < c)$ .

3) Агар  $a < b < c$  бўлса, у ҳолда  $c > b > a$  бўлади, яъни  $a < b < c \Leftrightarrow c > b > a$ .

4) Агар  $a < b < c$  бўлиб,  $d$  — ихтиёрий сон бўлса, у ҳолда  $a + d < b + d < c + d$  бўлади.

5) Агар  $a < b < c$  бўлиб,  $n > 0$  бўлса, у ҳолда  $an < bn < cn$  ёки  $a : n < b : n < c : n$  бўлади.

6) Агар  $a < b < c$  бўлиб,  $n < 0$  бўлса, у ҳолда  $an > bn > cn$  ёки  $a : n > b : n > c : n$  бўлади.

7) Агар  $a < b < c$  ва  $m < n < k$  бўлса, у ҳолда  $a + m < b + n < c + k$  бўлади.

8) Агар  $a < b < c$  ва  $m > n > k$  бўлса, у ҳолда  $a - m < b - n < c - k$  бўлади.

9) Агар  $a > b > c$  ва  $m < n < k$  бўлса, у ҳолда  $a - m > b - n > c - k$  бўлади.

10) Агар  $0 < a < b < c$  ва  $0 < m < n < k$  бўлса, у ҳолда  $am < nb < ck$  бўлади.

11) Агар  $0 < a < b < c$  бўлса, у ҳолда  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} > \frac{1}{c}$  бўлади.

12) Агар  $0 < a < b < c$  ва  $n \in \mathbb{N}$  бўлса, у ҳолда  $a^n < b^n < c^n$  бўлади.

**Мисоллар:**

1)  $12 > 5$  ва  $12 < 15 \Leftrightarrow 5 < 12 < 15$ ;

2)  $x \geq 0,8$  ва  $x < 2,5 \Leftrightarrow 0,8 \leq x < 2,5$ ;

3)  $-\frac{1}{2} < 0 < \frac{4}{7} \Leftrightarrow \frac{4}{7} > 0 > -\frac{1}{2}$ ;

4)  $-0,8 < 1 < 1,7 \Leftrightarrow -0,8 + 0,2 < 1 + 0,2 < 1,7 + 0,2 \Leftrightarrow -0,6 < 1,2 < 1,9$ ;

5)  $\frac{5}{7} < \frac{3}{2} < 3,5 \Leftrightarrow \frac{5}{7} \cdot 2 < \frac{3}{2} \cdot 2 < 3,5 \cdot 2 \Leftrightarrow \frac{10}{7} < 3 < 7$ ;

5<sup>1)</sup>  $0,8 < 1,2 < 1,6 \Leftrightarrow 0,8 : 4 < 1,2 : 4 < 1,6 : 4 \Leftrightarrow 0,2 < 0,3 < 0,4$ ;

6)  $1 < 2 < 3 \Leftrightarrow 1 \cdot (-2) > 2 \cdot (-2) > 3 \cdot (-2)$  ёки

$1 \cdot (-2) > 2 \cdot (-2) > 3 \cdot (-2) \Leftrightarrow -2 > -4 > -6$  ёки  $-\frac{1}{2} > -1 > -\frac{3}{2}$ ;

7)

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \begin{array}{l} 3 < 5 < 7 \\ + \\ -2 < 0 < 3 \\ \hline 1 < 5 < 10 \\ 3 < 6 < 13 \end{array} \qquad \text{b) } \begin{array}{l} -0,8 < -0,2 < 0 \\ + \\ 7 < 8 < 10 \\ \hline 6,2 < 7,8 < 10 \\ 3 < 6 < 13 \end{array} \qquad -3 > -6 > -13 \\
 \text{c) } \begin{array}{l} 7 > -1 > -12 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} -7 < 1 < 12 \\ -4 < 7 < 25 \end{array} \text{ ёки } \begin{array}{l} 7 > -1 > -12 \\ 4 > -7 > -25 \end{array};
 \end{array}$$

8)

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \begin{array}{l} -2 < 12 < 13 \\ - \\ -8 > -9 > -14 \\ \hline 6 < 21 < 27 \end{array} \qquad \text{b) } \begin{array}{l} 5 < 8 < 17 \\ - \\ 0,8 < 0,9 < 1,3 \\ \hline 5,8 < 8,9 < 18,3 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 5 < 8 < 17 \\ - \\ -0,8 > -0,9 > -1,3 \\ \hline 5,8 < 8,9 < 18,3 \end{array};
 \end{array}$$

9)

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \begin{array}{l} 35 > 25 > 15 \\ - \\ -10 < -5 < 2 \\ \hline 45 > 30 > 17 \end{array} \qquad \text{ё) } \begin{array}{l} 0,5 > 0,3 > 0 \\ - \\ 2,5 > 1,5 > 0,5 \\ \hline 3 > 1,8 > 0,5 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} 0,5 > 0,3 > 0 \\ - \\ -2,5 < -1,5 < -0,5 \\ \hline 3 > 1,8 > 0,5 \end{array};
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 10,1 < 12,9 < 13,2 \text{ ва } 10 < 20 < 30 \Leftrightarrow \\
 10) \Leftrightarrow 10,1 \cdot 10 < 12,9 \cdot 20 < 13,2 \cdot 30 \Leftrightarrow 101 < 258 < 396;
 \end{array}$$

$$11) 5 < 6 < \frac{13}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{5} > \frac{1}{6} > \frac{2}{13};$$

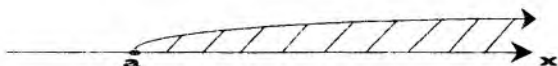
$$0,3 < 0,7 < 0,9 \Leftrightarrow \frac{1}{0,3} > \frac{1}{0,7} > \frac{1}{0,9} \Leftrightarrow \frac{10}{3} > \frac{10}{7} > \frac{10}{9};$$

$$12) \frac{1}{3} < \frac{1}{4} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^2 < \left(\frac{1}{4}\right)^2 < \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{1}{9} < \frac{1}{16} < \frac{1}{4}.$$

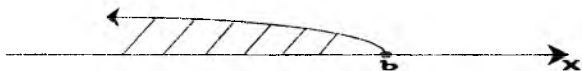
### 1.5. Сонли оралиқлар

**8-Таъриф.**  $x > a$  ёки  $x < b$  ( $x \geq a$  ёки  $x \leq b$ ) тенгсизликларни қаноатлантирувчи  $x$  сонлар тўплами нур (ярим тўғри чизиқ) дейилади ва мос равишда  $(a; +\infty)$  ёки  $(-\infty; b)$   $[a; +\infty)$  ёки  $(-\infty; b]$  каби белгиланади.

$(a; +\infty)$  нурнинг геометрик тасвири қуйидагича: Сон ўқида  $x$  нинг  $x > a$  бўладигани сон қийматлари тўплами нур билан тасвирланади.  $x = a$  нуқта бу нурга тегишли эмас ва чизмада у оқ доирача билан, нур эса қия чизиқчалар билан белгиланади, яъни

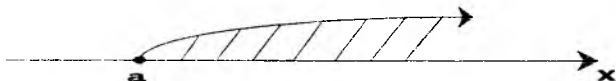


Худди шундай  $(-\infty; b]$  нурнинг геометрик тасвири қуйидагича:



$[a, +\infty)$  нурнинг геометрик тасвири қуйидагича:

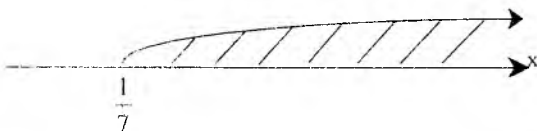
Сон ўқида  $x$  нинг  $x \geq a$  бўладиган сон қийматлари тўплами нур билан тасвирланади.  $x = a$  нуқта бу нурга тегишли ва чизмада у қора доирача билан тасвирланади, яъни



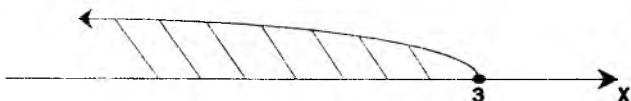
Худди шундай  $(-\infty; b]$  нурнинг геометрик тасвири қуйидагича:



Масалан,  $x > \frac{1}{7}$  тенгсизликни қаноатлантирувчи  $X$  сонлари тўплами нур билан тасвирланади ва  $x = \frac{1}{7}$  нуқта нурга тегишли эмас:

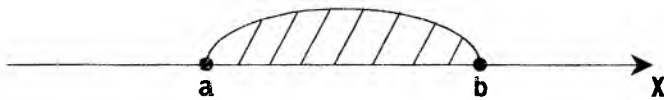


$x \leq -3$  тенгсизликни қаноатлантирувчи  $X$  сонлари тўплами ҳам нур билан тасвирланади ва  $x = -3$  нуқта нурга тегишли:

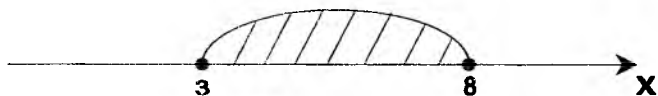


**9-Таъриф** . Агар  $a < b$  бўлса, у ҳолда  $a \leq x \leq b$  тенгсизликни қаноатлантирувчи  $X$  сонлари тўплами кесма дейилади ва  $[a, b]$  каби белгиланади.

$[a, b]$  кесманинг геометрик тасвири қуйидагича: Сон ўқида  $x$  нинг  $a \leq x \leq b$  бўладиган сон қийматлари тўплами охирилари  $a$  ва  $b$  нуқталарда бўлган кесма билан тасвирланади, яъни

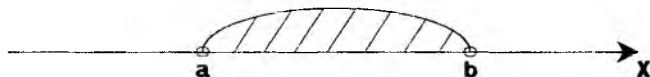


Масалан,  $[3;8]$  кесма ушбу  $3 \leq x \leq 8$  тенгсизликни қаноатлантирувчи  $x$  сонлари тўплами ва қуйидагича тасвирланади:

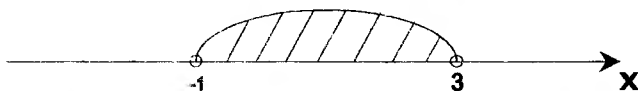


**10-Таъриф.** Агар  $a < b$  бўлса, у ҳолда  $a < x < b$  тенгсизликни қаноатлантирувчи  $x$  сонлари тўплами интервал дейилади ва  $(a; b)$  каби белгиланади.

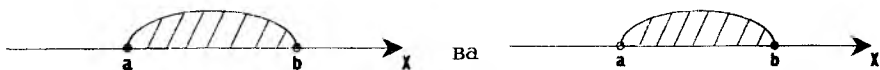
$(a; b)$  интервалнинг геометрик тасвири қуйидагича:



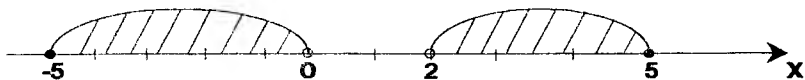
Масалан,  $(-1;3)$  интервал ушбу  $-1 < x < 3$  тенгсизликни қаноатлантирувчи  $x$  сонлари тўплами ва қуйидагича тасвирланади:



**11-Таъриф.** Агар  $a < b$  бўлса, у ҳолда  $a \leq x < b$  ёки  $a < x \leq b$  тенгсизликларни қаноатлантирувчи  $x$  сонлар тўплами ярим интерваллар дейилади ва мос равишда  $[a, b)$  ва  $(a, b]$  каби белгиланади  $[a, b)$  ва  $(a, b]$  ярим интервалларнинг геометрик тасвирлари мос равишда қуйидагича:

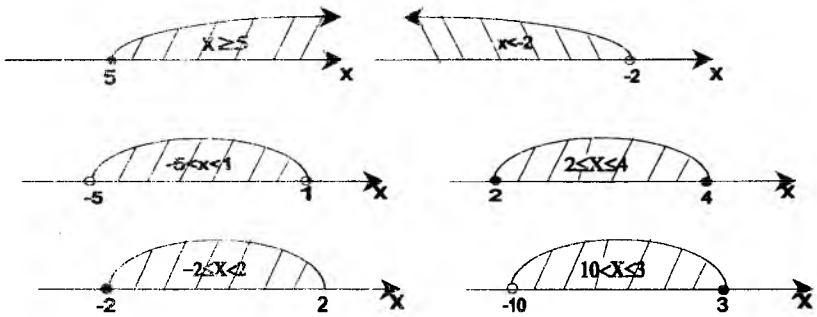


Масалан,  $[-5;0)$  ярим интервал — ушбу  $-5 \leq x < 0$  тенгсизликни қаноатлантирувчи  $x$  сонлари тўплами;  $(2;5]$  ярим интервал ушбу  $2 < x \leq 5$  тенгсизликни қаноатлантирувчи  $x$  сонлари тўплами ва қуйидагича тасвирланади:



**12-Таъриф.** Кесмалар, интерваллар, ярим интерваллар ва нурлар сонли оралиқлар дейилади.

Шундай қилиб, сонли оралиқларни тенгсизликлар кўринишда бериш мумкин.



## 2-§. Бир номаълумли тенгсизликлар. Тенг кучли тенгсизликлар.

### 2.1. Бир номаълумли тенгсизликлар ва уларни ечиш хоссалари.

**1-Таъриф.** Ушбу  $f(x) < g(x)$ ,  $f(x) > g(x)$ ,  $f(x) \leq g(x)$  ва  $f(x) \geq g(x)$  кўринишдаги тенгсизликларга бир номаълумли (ўзгарувчи) тенгсизликлар дейилади.

Масалан; а)  $5x < 7$ ; б)  $3x - 7 \geq 2x + 1$ ; в)  $x^2 + x \geq 0$ ;

г)  $\sqrt{x^2 + 1} > 3$ ; д)  $\frac{3}{x-2} \leq \frac{2}{x+2}$ ;

**2-Таъриф.** Тенгсизликнинг аниқланиш соҳаси деб ўзгарувчининг (номаълумнинг) шу тенгсизликни ташкил этувчи ифодалар маънога эга бўладиган қийматлар тўпламига айтилади.

**Мисоллар:** 1)  $x^2 > 0$  тенгсизликнинг аниқланиш соҳаси нолдан бошқа барча ҳақиқий сонлар тўплами, яъни  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ;

2)  $(x - y)^2 \geq 0$  тенгсизликнинг аниқланиш соҳаси  $x$  ва  $y$  нинг ихтиёрий қийматларида ўринлидир; чунки ихтиёрий соннинг квадрати манфий бўлмаган сон; яъни  $\{(x, y) : x \in R, y \in R\}$ ;

3)  $\frac{x+1}{x} < \frac{3}{x-1}$  тенгсизликнинг аниқланиш соҳаси  $\frac{x+1}{x}$  ва  $\frac{3}{x-1}$  ифодаларнинг аниқланиш соҳаларнинг бирлашмасидан иборат, яъни  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 1) \cup (1; +\infty)$ .

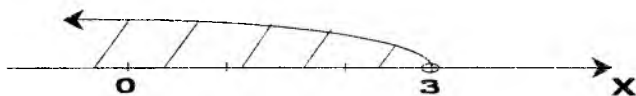
**3-Таъриф.** Айний тенгсизлик деб ўзгарувчининг (номаълумнинг) шу тенгсизлик аниқланиш соҳасидаги ҳар бир қийматида ўривли бўлган (тўғри тенгсизликка айланадиган) тенгсизликка айтилади.

Масалан,  $x - 1 < x$  ва  $x^2 > -2$  айний тенгсизликлардир, чунки бу тенгсизликларнинг аниқланиш соҳаси барча ҳақиқий сонлар

тўпламидан иборат бўлиб  $x$  нинг ихтиёрый қийматида бу тенгсизликлар тўғри тенгсизликка айланади.

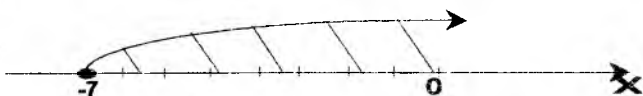
**4-Таъриф.** Бир номаълумли тенгсизликнинг ечими деб номаълумнинг шу тенгсизликни тўғри сонли тенгсизликка айлантирувчи қийматга айилади.

**Мисоллар:** 1)  $x < 3$  тенгсизликнинг ечими 3 дан кичик барча ҳақиқий сонлар тўпламидан иборат бўлиб,  $x \in (-\infty; 3)$  кўринишида ёзилади ва сон ўқида қуйидагича тасвирланади:



Чунки ихтиёрый 3 дан кичик қиймат берилган  $x < 3$  тенгсизликни тўғри сонли тенгсизликка айлантиради. Масалан,  $0 < 3$ ;  $-1 < 3$ ;  $-20 < 3$ ;  $-100,85 < 3$  ва ҳоказо;

2)  $3x + 5 \geq 2x - 2$  тенгсизликнинг ечими  $-7$  дан кичик эмасдир, яъни  $x \geq -7$  ёки  $x \in [-7, +\infty)$  ва сон ўқида қуйидагича тасвирланади:



Чунки ихтиёрый  $-7$  дан катта ёки тенг қийматларда  $3x + 5 \geq 2x - 2$  тенгсизлик тўғри сонли тенгсизликка айланади.

**Масалан,**  $x = 0$  да  $5 \geq -2$ ;  $x = 2$  да  $3 \cdot 2 + 5 \geq 2 \cdot 2 - 2 \Leftrightarrow 11 \geq 2$ ;  $x = -7$  да  $3 \cdot (-7) + 5 \geq 2 \cdot (-7) - 2 \Leftrightarrow -16 = -16$ ;

3)  $3x - 3 < 3\left(x - \frac{1}{3}\right)$  тенгсизликнинг ечими чексиз кўндир, яъни  $x \in \mathbb{R}$ , чунки  $x$  нинг ихтиёрый қийматларида тенгсизлик тўғри сонли тенгсизликка айланади.

4)  $y + 2 < 2y - 1 - y$  тенгсизликнинг ечими мавжуд эмас, яъни  $y \in \emptyset$ , чунки  $y$  нинг ихтиёрый қийматларида тенгсизлик тўғри сонли тенгсизликка айланмайди.

Шундай қилиб, тенгсизликни ечими — унинг ҳамма ечимларини топиш ёки уларнинг йўқлигини аниқлашдир.

**Бир номаълумли тенгсизликларини ечишнинг асосий хоссалари:**

**1-хосса** Тенгсизликнинг исталган ҳадини унинг бир қисмидан иккинчи қисмига, шу ҳадининг ишорасини қарама-қаршисига ўзгартирган ҳолда ўтказиш мумкин; бунда тенгсизлик ишораси ўзгармайди.

Масалан,  $5x - 7 < 3x + 2$  тенгсизлигини 1-хоссага кўра  $5x - 3x < 2 + 7$  кўринишида ёзиш мумкин.

**2-хосса** .Тенгсизликнинг иккала қисмини нолга тенг бўлмаган айти бир сонга кўпайтириш ёки бўлиш мумкин; агар бу сон мусбат бўлса, у ҳолда тенгсизлик ишораси ўзгармайди, агар бу сон манфий бўлса, у ҳолда тенгсизлик ишораси қарама-қаршисига ўзгаради.

Масалан,  $-15x < 3$  тенгсизликни иккала қисмини  $-15$  га бўлсак,  $2-$  хоссага кўра  $x > -\frac{1}{5}$  ни ҳосил қиламиз.

Шундай қилиб, бир номаълумли тенгсизликларни ечиш учун:

1) Номаълум қатнашган ҳадларни чап томонга, номаълум қатнашмаган ҳадларни эса ўнг томонга ўтказиш (1-хосса);

2) ўхшаш ҳадларни ихчамлаб, тенгсизликни иккала қисмини номаълум олдидаги коэффициентга (агар у нолга тенг бўлмаса) бўлиш (2-хосса) керак.

**1-Мисол.**  $3(x-2) - 4(x+1) < 2(x-3) - 6$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш:** Тенгсизликни чап ва ўнг қисмларини соддалаштирамиз:

$$3x - 6 - 4x - 4 < 2x - 6 - 6$$

Номаълум қатнашган ҳадларни тенгликнинг чап томонига, номаълум қатнашмаган ҳадларни тенгликнинг ўнг томонига ўтказамиз (1-хосса):

$$3x - 4x - 2x < -6 - 6 + 4 + 6.$$

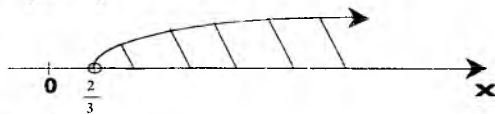
Ўхшаш ҳадларни ихчамлаймиз:

$$-3x < 2$$

ва тенгсизликни иккала қисмини  $-3$  га бўламиз (2-хосса):

$x > \frac{2}{3}$ . Демак,  $x \in \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$  ва сон ўқида қуйидагича

тасвирланади.



**Жавоб:**  $x \in \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$

**2-Мисол.**  $\frac{x-5}{6} + 1 \geq \frac{5x}{2} - \frac{x-3}{3}$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш:** Тенгсизликнинг иккала қисмини 6 га кўпайтирамиз;

$$6 \cdot \frac{x-5}{6} + 6 \cdot 1 \geq 6 \cdot \frac{5x}{2} - 6 \cdot \frac{x-3}{3},$$

$$(x-5) + 6 \geq 15x - 2(x-3).$$

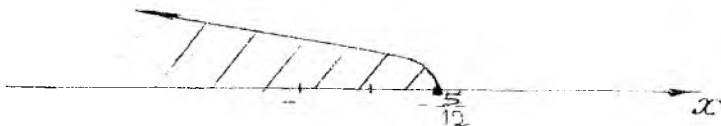
Қавсларни очамиз ва ўхшаш ҳадларни ихчамлаймиз:

$$x + 1 \geq 13x + 6$$

бундан  $-12x \geq 5$ ,  $x \leq -\frac{5}{12}$ .



Демак,  $x \in \left(-\infty; -\frac{5}{12}\right]$  ва сон ўқида қуйидагича тасвирланади:



**Жавоб:**  $x \in \left(-\infty; -\frac{5}{12}\right]$ .

## 2.2. Тенг кучли тенгсизликлар ва унинг хоссалари

**5-Таъриф.** Агар  $f_1(x) < g_1(x)$  ва  $f_2(x) < g_2(x)$  тенгсизликларнинг ечимлар тўплами айнан бир хил бўлса, у ҳолда улар тенг кучли (эквивалент) тенгсизликлар дейилади.

Бундай тенг кучли тенгсизликлар

$$f_1(x) < g_1(x) \Leftrightarrow f_2(x) < g_2(x)$$

кўринишида ёзилади.

**6-Таъриф.** Агар  $f_1(x) < g_1(x)$  ва  $f_2(x) < g_2(x)$  тенгсизликлар ечимга эга бўлмаса ҳам, бундай тенгсизликлар тенг кучли тенгсизликлар деб аталади.

**Мисоллар:** 1)  $x+1 > 5$  ва  $2x > 8$  тенгсизликлар тенг кучли тенгсизликлардир, чунки уларни  $x$  нинг 4 дан катта барча қийматлари қаноатлантиради. Демак,  $x \in (4; +\infty)$  да

$$x+1 > 5 \Leftrightarrow 2x > 8;$$

2)  $x^2+4 < 0$  ва  $x^2 < 0$  тенг кучли тенгсизликлардир, чунки бу тенгсизликлар ечимга эга эмас.

Шуни айтиб ўтамизки, тенг кучли тенгсизликлар турли хил аниқланиш соҳаларга эга бўлиши мумкин.

**Масалан:**  $x > 1$  ва  $\sqrt{x} > 1$  тенгсизликлар тенг кучли тенгсизликлар бўлиб, турли хил аниқланиш соҳаларга эга, чунки биринчи тенгсизликни аниқланиш соҳаси барча ҳақиқий сонлардан иборат, яъни  $x \in \mathbb{R}$ , иккинчи тенгсизликни аниқланиш соҳаси эса манфий бўлмаган **сонлардир**, яъни  $x \in [0; +\infty)$ .

Иккита тенгсизлик бирор тўпламда тенг кучли бўлиши ҳам мумкин, тенг кучли бўлмаслиги ҳам мумкин.

**Масалан:**  $x^2 > 1$  ва  $x > 1$  тенгсизликлар мусбат сонлар тўпламида тенг кучлидир, лекин барча ҳақиқий сонлар тўпламида тенг кучли эмас.

### Тенг кучли тенгсизликларнинг асосий хоссалари:

1)  $f(x) < g(x) \Leftrightarrow g(x) > f(x)$

2)  $f(x) < g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) < 0$ ;

3) Агар  $\varphi(x)$  функция  $f(x) < g(x)$  тенгсизликнинг аниқланиш соҳасидаги  $x$  нинг барча қийматларида аниқланган бўлса, у ҳолда  $f(x) < g(x) \Leftrightarrow f(x) + \varphi(x) < g(x) + \varphi(x)$ ;

4) Агар  $\alpha$  ихтиёрий сон бўлса, у ҳолда

$$f(x) < g(x) \Leftrightarrow f(x) + \alpha < g(x) + \alpha;$$

5) Агар  $\mathcal{D}(x)$  функция  $f(x) < g(x)$  тенгсизликнинг аниқланиш соҳасидаги  $x$  нинг барча қийматларида аниқланган ва мусбат бўлса, у ҳолда

а)  $f(x) < g(x) \Leftrightarrow \mathcal{D}(x) \cdot f(x) < \mathcal{D}(x) \cdot g(x)$ ;

б)  $f(x) < g(x) \Leftrightarrow f(x) : \mathcal{D}(x) < g(x) : \mathcal{D}(x)$ ;

6) Агар  $\mathcal{D}(x)$  функция  $f(x) < g(x)$  тенгсизликнинг аниқланиш соҳасидаги  $x$  нинг барча қийматларида аниқланган ва манфий бўлса, у ҳолда

а)  $f(x) < g(x) \Leftrightarrow \mathcal{D}(x) \cdot f(x) > \mathcal{D}(x) \cdot g(x)$ ;

б)  $f(x) < g(x) \Leftrightarrow f(x) : \mathcal{D}(x) > g(x) : \mathcal{D}(x)$ .

Хусусий ҳолларда: Агар  $\alpha > 0$  бўлса, у ҳолда

а)  $f(x) < g(x) \Leftrightarrow \alpha f(x) < \alpha g(x)$ ;

б)  $f(x) < g(x) \Leftrightarrow f(x) : \alpha < g(x) : \alpha$ ;

Агар  $\alpha < 0$  бўлса, у ҳолда

а)  $f(x) < g(x) \Leftrightarrow \alpha f(x) > \alpha g(x)$ ;

б)  $f(x) < g(x) \Leftrightarrow f(x) : \alpha > g(x) : \alpha$ .

### Тенг кучли тенгсизликларнинг хоссаларига оид мисоллар:

**1-Мисол**  $2 - x < -4 + x \Leftrightarrow 2 + 4 < x + x \Leftrightarrow 6 < 2x$ . Биринчи хоссага кўра  $2x > 6 \Leftrightarrow x > 3$ . Демак,  $x \in (3; +\infty)$  ва



**Жавоб:**  $x \in (3; +\infty)$ .

**2-Мисол.**  $x < 3$  тенгсизликнинг иккала томонига  $\mathcal{D}(x) = \frac{1}{x}$  ни кўшамиз ва қуйидагини ҳосил қиламиз.  $x + \frac{1}{x} < 3 + \frac{1}{x}$ . Бу тенгсизлик  $x < 3$  тенгсизликка тенг кучли бўла олмайди, чунки  $\frac{1}{x}$  ифода  $x = 0$  бўлганда маънога эга эмас. Ҳақиқатдан ҳам  $x = 0$  берилган

тенгсизликни қаноатлантиради, аммо ҳосил бўлган тенгсизлик  $x = 0$  бўлганда маънога эга эмас.

**3-Мисол.**  $3x + 5 < 4x - 7 \Leftrightarrow 3x + 5 + x < 4x - 7 + x$ , чунки  $3x + 5 < 4x - 7$  тенгсизликнинг аниқланиш соҳасида  $\varphi(x) = x$ ,  $x$  нинг барча қийматларида аниқланган.

**4-Мисол.** а)  $3x > 6 - x \Leftrightarrow 30x > 10(6 - x)$ ,

б)  $(x - 1) < 5 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + 4) < 5(x^2 + 4)$  бунда  $\alpha = 10$  ва  $\varphi(x) = x^2 + 4$  берилган тенгсизликларнинг аниқланиш соҳасидаги  $x$  нинг барча қийматларида аниқланган ва мусбатдир.

**5-Мисол.**  $x > 2$  тенгсизликни  $\varphi(x) = \frac{1}{(x-3)^2}$  га кўпайтириб,

ҳосил бўлган  $\frac{x}{(x-3)^2} > \frac{2}{(x-3)^2}$  тенгсизлик  $x > 2$  тенгсизликка тенг

кучли бўла олмайди, чунки  $\frac{1}{(x-3)^2}$  ифода  $x = 3$  бўлганда маънога эга

эмас. Демак  $x = 3$  берилган тенгсизликни қаноатлантиради, лекин ҳосил бўлган тенгсизлик  $x = 3$  бўлганда маънога эга бўлмайди.

**6-Мисол.**  $x + 3 - \frac{1}{x-1} > -x + 2 - \frac{1}{x-1}$  ва  $x + 3 > -x + 2$  тенгсизликлар тенг кучлими?

**Ечиш:** Иккинчи тенгсизлик, биринчи тенгсизликка  $\frac{1}{x-1}$  ни қўшиш натижасида олинган, лекин  $\frac{1}{x-1}$  ифода  $x = 1$  да маънога эга эмас.

Демак,  $x = 1$  биринчи тенгсизликнинг ечими бўла олмайди, лекин  $x = 1$  иккинчи тенгсизликнинг ечимидир. Шундай қилиб иккинчи тенгсизликнинг  $x = 1$  ечими биринчи тенгсизликнинг ечими бўла олмайди.

Демак, берилган тенгсизликлар тенг кучли эмас.

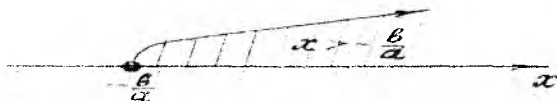
### 3-§. Бир номаълумли чизиқли тенгсизликлар.

**Таъриф.** Ушбу  $ax + b > 0$ ,  $ax + b \geq 0$ ,  $ax + b < 0$  ва  $ax + b \leq 0$  кўринишдаги тенгсизликларга бир номаълумли чизиқли тенгсизликлар дейилади, бу ерда  $a \neq 0$ ;  $b$  — берилган сонлар,  $x$  — номаълум.

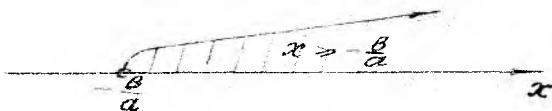
Масалан  $3x - 0,5 < 0$ ;  $6x \geq \frac{1}{7}$ ;  $\frac{x}{2} - 0,85 \leq 0$ ;  $3x \geq 0$ ;  $8\frac{1}{3} - 3,2x < 0$  бир номаълумли чизиқли тенгсизликлардир.

Бир номаълумли чизиқли тенгсизликларнинг ечимлар тўплами  $a$  ва  $b$  сонларига боғлиқдир:

1. Агар  $a > 0, b \in R$  бўлса, у ҳолда  $ax + b > 0 \Leftrightarrow ax > -b$  тенгсизликнинг ечими  $\left(-\frac{b}{a}; +\infty\right)$  тўпладан иборат бўлиб, у сон ўқида қуйидагича тасвирланади:



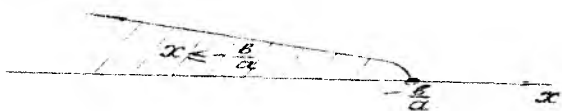
2. Агар  $a > 0, b \in R$  бўлса, у ҳолда  $ax + b \geq 0 \Leftrightarrow ax \geq -b$  тенгсизликнинг ечими  $\left[-\frac{b}{a}; +\infty\right)$  тўпладан иборат бўлиб, у сон ўқида қуйидагича тасвирланади:



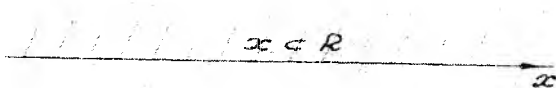
3. Агар  $a < 0, b \in R$  бўлса, у ҳолда  $ax + b > 0 \Leftrightarrow ax > -b$  тенгсизликнинг ечими  $\left(-\infty; -\frac{b}{a}\right)$  тўпладан иборат бўлиб, у сон ўқида қуйидагича тасвирланади:



4. Агар  $a < 0, b \in R$  бўлса у ҳолда  $ax + b \geq 0 \Leftrightarrow ax \geq -b$  тенгсизликнинг ечими  $\left(-\infty; -\frac{b}{a}\right]$  тўпладан иборат бўлиб, у сон ўқида қуйидагича тасвирланади:



5. Агар  $a=0, b>0$  бўлса, у ҳолда  $ax+b>0 \Leftrightarrow 0 \cdot x > -b$  тенгсизликнинг ечими  $(-\infty; \infty)$  тўпладан иборат бўлиб, у сон ўқида қуйидагича тасвирланади:



6. Агар  $a=0, b \leq 0$  бўлса, у ҳолда  $ax+b>0 \Leftrightarrow 0 \cdot x < -b$  тенгсизлик ечимга эга эмас, яъни  $x \in \emptyset$

$ax+b < 0$  ва  $ax+b \leq 0$  чизиқли тенгсизликларни ечимлар тўпламини тенг кучли тенгсизликларнинг асосий хоссаларига кўра худди 1–6 кўринишдагидек аниқланади, яъни.

1.  $a > 0, b \in k, ax+b < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; -\frac{b}{a}\right);$

2.  $a < 0, b \in k, ax+b < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\frac{b}{a}; +\infty\right);$

3.  $a = 0, b < 0, ax+b < 0 \Leftrightarrow x \in R;$

4.  $a = 0, b \geq 0, ax+b < 0 \Leftrightarrow x \in \emptyset.$

1 – Мисол.  $-8x+3(x-2) > -x+2$  тенгсизликнинг ечинг.

**Ечиш:**  $-8x+3(x-2) > -x+2 \Leftrightarrow -8x+3x-6 > -x+2 \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow -8x+3x+x > 2+6 \Leftrightarrow -4x > 8 \Leftrightarrow x < -2.$

Шундай қилиб, берилган тенгсизликнинг ечими  $(-\infty; -2)$  тўпладан иборат бўлиб, у сон ўқида қуйидагича тасвирланади:



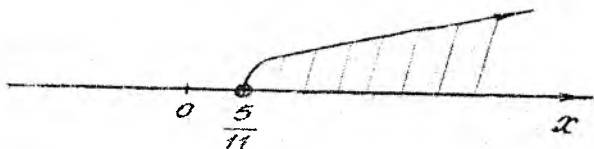
**Жавоб:**  $x \in (-\infty; -2).$

2 – Мисол.  $\frac{3x+1}{4} - \frac{x}{2} < \frac{5x-2}{3} + \frac{3x}{5}$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш:** Тенгсизликнинг барча ҳадларини 60 га кўпайтириб ечамиз:

$$15(3x+1) - 30x < 20(5x-2) + 36x \Leftrightarrow 45x+15 - 30x < 100x - 40 + 36x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 45x - 30x - 100x - 36x < -40 - 15 \Leftrightarrow -121x < -55 \Leftrightarrow x > \frac{5}{11};$$



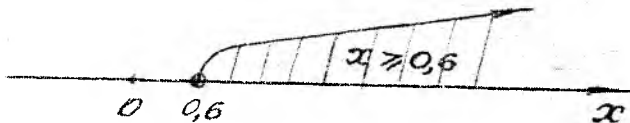
**Жавоб:**  $x \in \left(\frac{5}{11}; +\infty\right)$ .

3 – **Мисол.**  $(x-3)(2x-3) + 6x^2 \geq 2(2x-3)^2$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш:** Қавсларни очамиз.

$$2x^2 - 3x - 6x + 9 + 6x^2 \geq 2(4x^2 - 12x + 9) \Leftrightarrow 8x^2 - 9x + 9 \geq 8x^2 - 24x + 18 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 8x^2 - 9x - 8x^2 + 24x \geq 18 - 9 \Leftrightarrow 15x \geq 9 \Leftrightarrow x \geq \frac{3}{5} \Leftrightarrow x \geq 0,6.$$

Демак, берилган тенгсизликнинг ечими  $[0,6; +\infty)$  тўпладан иборат бўлиб, у сон ўқида қуйидагича тасвирланади:



**Жавоб:**  $x \in [0,6; +\infty)$ .

4 – **Мисол.**  $2(x+8) - 5x < 4 - 3x$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш:** Қавсларни очиб қуйидагига эга бўламиз:

$$2x + 16 - 5x < 4 - 3x \Leftrightarrow 2x - 5x + 3x < 4 - 16 \Leftrightarrow 0 \cdot x < -12$$

Ҳосил қилинган тенгсизлик ечимга эга эмас, чунки  $x$  нинг исталган қийматида у тўғри бўлмаган  $0 < -12$  сонли тенгсизликка айланади.

Демак,  $0 < -12$ га тенг кучли бўлган берилган тенгсизлик ҳам ечимга эга бўлмайди, яъни  $x \in \emptyset$ .

**Жавоб:**  $x \in \emptyset$ .

#### 4-§. Бир нисмалумли чизиқли тенгсизликлар системаси.

1-Таъриф. Ушбу

$$\begin{cases} ax + b \neq 0, \\ cx + d \neq 0, \end{cases} \begin{cases} ax + b \neq 0, \\ cx + d \neq 0, \\ px + q \neq 0, \end{cases} \begin{cases} a_1x + b_1 \neq 0, \\ a_2x + b_2 \neq 0, \\ \dots\dots\dots \\ a_nx + b_n \neq 0 \end{cases}$$

кўринишдаги тенгсизликларга бир номаълумли чизиқли тенгсизликлар системаси дейилади.

Бунда  $a; b; c; d; p; q; a_1, a_2, \dots, a_n; b_1, b_2, \dots, b_n$  — берилган сонлар бўлиб,  $a \neq 0$ ,  $c \neq 0$ ,  $p \neq 0$ ,  $a_i \neq 0, (i = \overline{1, n})$  \* белги  $>, <, \geq, \leq$  белгилардан бирини билдиради,  $x$  — номаълум.

**Масалан,** 
$$\begin{cases} 3x - 5 > 0, \\ 6x - \frac{1}{3} < 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 6 - 3x \leq 0, \\ x + 1 \geq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 5x - 1 \geq 0, \\ 6x - 8 > 0, \\ 2x - 17 \leq 0. \end{cases} \text{ бир номаълумли}$$

чизиқли тенгсизликлар системасидир.

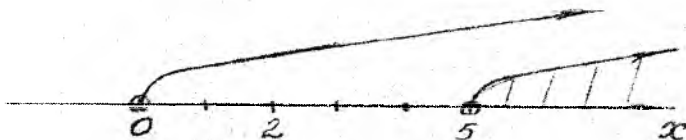
**2-Таъриф.** Бир номаълумли чизиқли тенгсизликлар системасининг ечими деб номаълумнинг системадаги ҳар бир тенгсизликни тўғри сонли тенгсизликка айлантирадиган қийматларга айтилади.

Системани ечиш — унинг ҳамма ечимларини топиш ёки унинг йўқлигини исботлаш демақдир.

Энг содда бир номаълумли чизиқли тенгсизликларни ечимларини сон ўқида тасвирланиши.

1 — **Мисол** .  $\begin{cases} x > 2 \\ x > 5 \end{cases}$  тенгсизликлар системасини ечинг.

**Ечиш:** Сон ўқида берилган системанинг биринчи ва иккинчи тенгсизликларининг ечимлар тўпламларини тасвирлаймиз. Биринчи тенгсизликнинг ечимлари  $x > 2$  нурнинг барча нуқталари, иккинчи тенгсизликнинг ечимлари  $x > 5$  нурнинг барча нуқталари бўлади, яъни

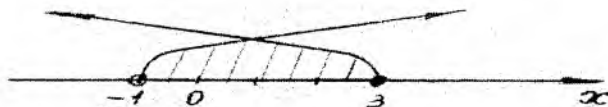


Берилган системанинг ечимлари  $x$  нинг иккала нурга бир вақтда тегишли бўлган қийматлари бўлади. Расмдан кўришиб турибдики, бу нурларнинг барча умумий нуқталари тўплами  $x > 5$  ёки  $x \in (5; +\infty)$  нур бўлади.

**Жавоб:**  $x \in (5; +\infty)$  ёки  $x > 5$ .

2 — **Мисол** .  $\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 3 \end{cases}$  тенгсизликлар системасини ечинг.

**Ечиш:** Сон ўқида берилган системанинг биринчи ва иккинчи тенгсизликларининг ечимлари тўпламларини тасвирлаймиз. Биринчи тенгсизликнинг ечимлари  $x \geq -1$  нур, иккинчи тенгсизликнинг ечимлари  $x \leq 3$  нур бўлиб, бунда  $x = -1$  ва  $x = 3$  нуқталар нурларга тегишлидир, яъни

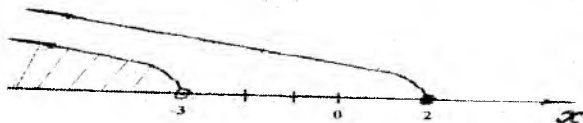


Расмдан кўриниб турибдики, бу нурларнинг умумий нуқталари тўплами  $-1 \leq x \leq 3$  ёки  $x \in [-1; 3]$  кесма бўлади.

**Жавоб:**  $x \in [-1; 3]$  ва  $-1 \leq x \leq 3$ .

**3-Мисол.**  $\begin{cases} x \leq 2 \\ x < -3 \end{cases}$  тенгсизликлар системасини ечинг.

**Ечиш:** Сон ўқида  $x \leq 2$  ва  $x < -3$  нурларни тасвирлаймиз:



Расмдан кўриниб турибдики, бу нурларнинг умумий нуқталар тўплами  $x < -3$  ёки  $(-\infty; -3)$  нурдан иборат бўлади.

**Жавоб:**  $x \in (-\infty; -3)$ .

**4-Мисол.**  $\begin{cases} x \geq 6 \\ x \leq -3,5 \end{cases}$  тенгсизликлар системасини ечинг.

**Ечиш:** Сон ўқида  $x \geq 6$  ва  $x \leq -3,5$  нурларни тасвирлаймиз:



Расмдан кўриниб турибдики, бу нурлар умумий нуқталарга эга эмас. Демак берилган система ечимга эга эмас, яъни  $\emptyset$ .

**Жавоб:**  $\emptyset$  ёки ечими йўқ.



5—**Мисол** .  $\begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 1 \end{cases}$  тенгсизликлар системасини ечинг.

**Ечиш:** Сон ўқида  $x \leq 1$  ва  $x \geq 1$  тенгсизликларнинг ечимлар тўшламларини тасвирлаймиз.



Расмдан кўришиб турибдики, бу нурларнинг умумий нуқтаси  $x = 1$  дан иборат. Демак берилган системанинг ечими  $x = 1$ .

**Жавоб:**  $x = 1$ .

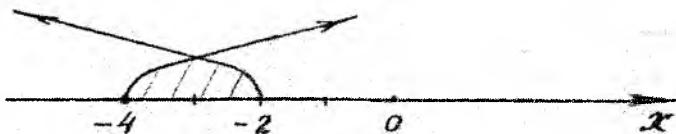
### 5-§. Турли хил тенгсизликлар системасини ечиш.

1—**Мисол** .  $\begin{cases} 3x + 3 \leq 2x + 1 \\ 3x - 2 \leq 4x + 2 \end{cases}$  тенгсизликлар системасини ечинг:

**Ечиш:** Тенгсизликлар системасининг тенг кучлилигига асосан қуйидагига эга бўламиз.

$$\begin{cases} 3x - 2x \leq 1 - 3 \\ 3x - 4x \leq 2 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ -x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq -4 \end{cases}$$

Системанинг ечими ҳар икки тенгсизлик ечимлари тўшламларининг кесишмасидан иборат бўлгани учун сон ўқида қуйидагини ҳосил қиламиз.



Демак, берилган системанинг ечими  $x \in [-4; -2]$

**Жавоб:**  $x \in [-4; -2]$

2—**Мисол** . Тенгсизликлар системасини ечинг.

$$\begin{cases} \frac{2x+1}{2} < \frac{4x-1}{3} - 2 \\ \frac{x-5}{6} \leq \frac{3x-1}{4} \end{cases}$$

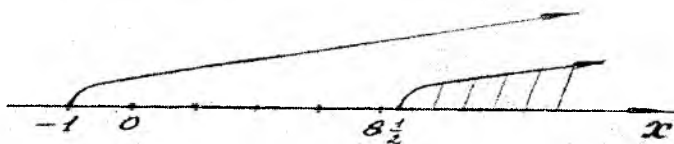
**Ечиш:** Ушбуга эга бўламиз.

$$\begin{cases} 3(2x+1) < 2(4x-1)-12 \\ 2(x-5) \leq 3(3x-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x+3 < 8x-2-12 \\ 2x-10 \leq 9x-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x-8x < -2-12-3 \\ 2x-9x \leq -3+10 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x < -17 \\ -7x \leq 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{17}{2} \\ x \geq -1 \end{cases}$$

Системанинг ечими ҳар икки тенгсизлик ечимлари тўпламларининг кесишмасидан иборат, яъни

$[-1; +\infty) \cap \left(\frac{17}{2}; +\infty\right) = \left(\frac{17}{2}; +\infty\right)$ . Ечимлар тўпламининг сон ўқидаги тасвирланиши:



**Жавоб:**  $x \in \left(\frac{17}{2}; +\infty\right)$ .

3—Мисол.  $\begin{cases} \frac{6x-1}{2} < \frac{9x+1}{3} + 2 \\ 5x-7 \geq 2x+5 \end{cases}$  тенгсизликлар системасини ечинг.

**Ечиш:** Қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$\begin{cases} 3(6x-1) < 2(9x+1)+12 \\ 5x-7 \geq 2x+5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 18x-3 < 18x+2+12 \\ 5x-2x \geq 7+5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 18x-18x < 3+2+12 \\ 2x \geq 12 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \cdot 0 < 17 \\ x \geq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < 17 \\ x \geq 6 \end{cases}$$

Биринчи тенгсизликнинг ечимлар тўплами барча ҳақиқий сонлар, тўплами яъни  $x \in R$ . Иккинчи тенгсизликнинг ечимлар тўплами  $[6; +\infty)$  нур бўлади. Системанинг ечими эса ҳар иккала ечимлар тўпламининг кесишмасидан иборат бўлади, яъни  $x \in [6; +\infty)$ .

**Жавоб:**  $x \in [6; +\infty)$ .

4—Мисол.  $\begin{cases} \frac{x+2}{2} > \frac{4x+7}{5} - 0,3x \\ \frac{2x-3}{7} > \frac{x-2}{3} + \frac{5}{21} \end{cases}$  тенгсизликлар системасини ечинг.

**Ечиш:** Берилган тенгсизликлар системасини қуйидагича ёзиб оламиз:

$$\begin{cases} 5(x+2) > 2(4x+7) - 3x \\ 3(2x-3) > 7(x-2) + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+10 > 8x+14-3x \\ 6x-9 > 7x-14+5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+3x-8x > 14-10 \\ 6x-7x > 5-14+9 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x \cdot 0 > 4 \\ -x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 > 4 \\ x < 0 \end{cases}$$

Биринчи тенгсизлик ечимларга эга эмас, яъни  $x \in \emptyset$ , чунки тенгсизликнинг чап қисми  $x$  нинг исталган қийматида нолга тенг, ҳамда  $0 > 4$  тенгсизлик нотўғри. Иккинчи тенгсизликнинг ечимлар тўплами  $(-\infty; 0)$  нур бўлади.

Бундан системанинг ечимлар тўпламларининг кесилиши бўш тўпладан иборатдир. Демак система ечимга эга эмас.

**Жавоб:**  $\emptyset$ .

5 – Мисол. 
$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{x-3}{3} < 2 \\ 0,3x - 1 < x + 0,4 \\ 2 - 3x < 5x + 1 \end{cases}$$
 тенгсизликлар системасини ечинг.

**Ечиш:** Берилган тенгсизликлар системасига тенг кучли системани ёзиб оламиз:

$$\begin{cases} 3(x-1) - 2(x-3) \leq 12, \\ 0,3x - x < 0,4 + 1, \\ -3x - 5x < 1 - 2. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2x \leq 12 - 6 + 3, \\ -0,7x < 1,4, \\ -8x < -1. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 9, \\ x > -2, \\ x > \frac{1}{8}. \end{cases}$$

Бундан



Демак, берилган системанинг ечимлар тўплами  $x \in \left(\frac{1}{8}; 9\right]$ .

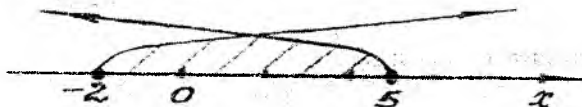
**Жавоб:**  $x \in \left(\frac{1}{8}; 9\right]$ .

6 – Мисол.  $x - 1 \leq \frac{x+3}{2} \leq x + 2,5$  қўш тенгсизликни ечинг.

**Ечиш:** 1 – усул. Берилган қўш тенгсизлик қуйидаги тенгсизликлар системасига тенг кучлидир:

$$\begin{cases} \frac{x+3}{2} \leq x+2,5 \\ \frac{x+3}{2} \geq x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3 \leq 2x+5 \\ x+3 \geq 2x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2x \leq 5-3 \\ x-2x \geq -2-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x \leq 2 \\ -x \geq -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 5.$$

Бундан



**Жавоб:**  $x \in [-2; 5]$ .

2- усул. Қўш тенгсизликларнинг хоссаларига кўра

$$2x-2 \leq x+3 \leq 2x+5 \Leftrightarrow 2x-2-2x-3 \leq x+3-2x-3 \leq 2x+5-2x-3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -5 \leq -x \leq 2 \Leftrightarrow 5 \geq x \geq -2 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 5.$$

**Жавоб:**  $x \in [-2; 5]$ .

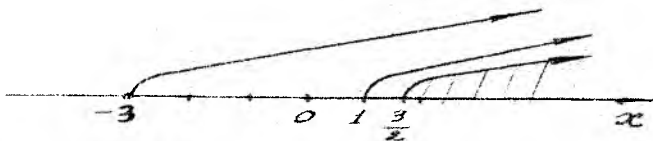
7- Мисол.  $\begin{cases} \frac{2x}{3} - 3 \leq 2x+1 \leq 3x - \frac{1}{2} \\ 0,8x+0,2 \leq x \end{cases}$  тенгсизликлар системасини

ечинг.

**Ечиш:** Берилган тенгсизликлар системаси қуйидаги системага тенг кучлидир:

$$\begin{cases} 2x+1 \leq 3x - \frac{1}{2} \\ 2x+1 \geq \frac{2x}{3} - 3 \\ 0,8x - x \leq -0,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3x \leq -\frac{1}{2} - 1 \\ 6x-2x \geq -9-3 \\ -0,2x \leq -0,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x \leq -\frac{3}{2} \\ 4x \geq -12 \\ -0,2x \leq -0,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x \geq -3 \\ x \geq 1. \end{cases}$$

Бундан



**Жавоб:**  $x \in \left[ \frac{3}{2}, +\infty \right)$ .

## 6 – §. Квадрат тенгсизлик ва унинг ечими.

**1– Таъриф.** Ушбу

$$ax^2 + bx + c > 0, \quad ax^2 + bx + c < 0,$$

$$ax^2 + bx + c \geq 0, \quad ax^2 + bx + c \leq 0$$

кўринишдаги тенгсизликлар квадрат тенгсизликлар дейилади, бунда  $x$ -ўзгарувчи (номаълум),  $a \neq 0$ ,  $b$ ,  $c$ -ҳақиқий сонлар.

Масалан,

$$3x^2 + 5x - 2 > 0, \quad -\frac{1}{2}x^2 - 3x + 4,5 < 0,$$

$$25x^2 - 0,09 \geq 0, \quad 0,85x^2 - \frac{1}{2}x \leq 0$$

тенгсизликлар квадрат тенгсизликлардир.

Бизга маълумки  $ax^2 + bx + c$  квадрат учхаднинг дискриминанти  $D = b^2 - 4ac$  га тенг бўлиб,  $ax^2 + bx + c = 0$  тенгламанинг илдизлари қуйидаги формула  $x_{1/2} = \frac{-b \mp \sqrt{D}}{2a}$  орқали топилади.

**2–Таъриф.** Квадрат тенгсизликнинг ечими деб номаълумнинг шу тенгсизликни тўғри сонли тенгсизликка айлантирувчи қийматлар тўпламига айтилади.

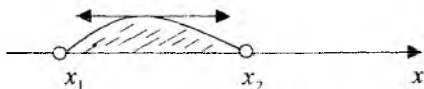
Квадрат тенгсизликнинг ечими мавжуд ёки мавжуд эмаслиги квадрат учхаднинг  $a$ -коэффициенти ва  $D$ -дискриминанти ишорасига боғлиқдир.

I. Ушбу  $ax^2 + bx + c > 0$ , ( $a \neq 0$ ) квадрат тенгсизликнинг ечими қуйидагича топилади.

1) Агар  $a > 0$ ,  $D > 0$ ,  $x_1 < x_2$  бўлса, у ҳолда тенгсизликнинг ечимлари  $(-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$  оралиқда бўлади ва сон ўқида қуйидагича тасвирланади:



2) Агар  $a < 0$ ,  $D > 0$ ,  $x_1 < x_2$  бўлса, у ҳолда тенгсизликнинг ечимлари  $(x_1; x_2)$  оралиқда бўлади ва сон ўқида қуйидагича тасвирланади:



3) Агар  $a > 0$ ;  $D < 0$  бўлса, у ҳолда тенгсизликнинг ечимлари  $(-\infty; +\infty)$  оралиқда бўлади, яъни  $x \in R$  ( $R$ -ҳақиқий сонлар тўплами).

4) Агар  $a < 0$ ,  $D < 0$  бўлса, у ҳолда тенгсизлик ечимга эга эмас, яъни  $x \in \emptyset$ .

II. Худди шундай  $ax^2 + bx + c < 0$  квадрат тенгсизликнинг ечими қуйидагича топилади:

1) Агар  $a > 0$ ,  $D > 0$ ,  $x_1 < x_2$  бўлса, у ҳолда  $x \in (x_1; x_2)$  бўлади.

2) Агар  $a < 0$ ,  $D > 0$ ,  $x_1 < x_2$  бўлса, у ҳолда  $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$  бўлади.

3) Агар  $a > 0$ ;  $D < 0$  бўлса, у ҳолда  $x \in \emptyset$ .

4) Агар  $a < 0$ ,  $D < 0$  бўлса, у ҳолда  $x \in R$ .

**1-Мисол.**  $x^2 - 2x - 15 > 0$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш:** Аввало квадрат учхадни дискриминантини ҳисоблаймиз:  
 $D = (-2)^2 - 4 \cdot (-15) = 4 + 60 = 64 > 0$ . Энди  $x^2 - 2x - 15 = 0$  тенгламни ечамиз. Бундан  $x_1 = -3$ ,  $x_2 = 5$ .

Демак,  $a = 1 > 0$ ,  $D > 0$  ва  $x^2 - 2x - 15$  квадрат учхаднинг мусбатлигини ҳисобга олиб, берилган квадрат тенгсизликнинг ечимларини  $(-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$  оралиқда аниқлаймиз.

**Жавоб:**  $x \in (-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$ .

**2-Мисол.**  $x^2 - 3x - 4 \leq 0$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш:**  $D = (-3)^2 - 4(-4) = 9 + 16 = 25 > 0$ . Демак,  $x^2 - 3x - 4 = 0$  тенгламанинг илдизлари  $x_1 = -1$ ;  $x_2 = 4$  га тенг. Шундай қилиб,  $a = 1 > 0$ ,  $D > 0$  ва  $x^2 - 3x - 4 \leq 0$  ни эътиборга олсак, берилган тенгсизликнинг ечимлари  $[-1; 4]$  кесмада бўлади.

**Жавоб:**  $x \in [-1; 4]$ .

**3-Мисол.**  $3x^2 - 4x + 5 > 0$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш:**  $D = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5 = 16 - 60 = -44 < 0$ . Бундан  $3x^2 - 4x + 5 = 0$  тенгламанинг ечимга эга эмаслиги келиб чиқади. Демак,  $a = 3 > 0$ ,  $D < 0$  ни эътиборга олсак, у ҳолда  $3x^2 - 4x + 5 > 0$  тенгсизлик  $x$  нинг исталган қийматида ўринли бўлади, яъни  $x \in R$ .

**Жавоб:**  $x \in R$ .

**4-Мисол.**  $0,5x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{4} < 0$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш:** Аввал учхадни дискриминантини топамиз:

$D = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{3}{4} \cdot 0,5 = \frac{1}{4} - \frac{3}{2} = -\frac{5}{4} < 0$ . Берилган тенгсизликнинг чап томонидан тўла квадрат ажратамиз:

$$0,5x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \left[ x^2 + x + \frac{3}{2} \right] = \frac{1}{2} \left[ x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}x + \left( \frac{1}{2} \right)^2 - \left( \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{3}{2} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \left( x + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{5}{4} \right] = \frac{1}{2} \left( x + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{5}{8}.$$

Демак, квадрат тенгсизликни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{1}{2} \left( x + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{5}{8} < 0$$

Бу тенгсизликнинг чап томони  $x$  нинг барча қийматларида манфий бўла олмайди. Демак,  $\frac{1}{2} \left( x + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{5}{8} < 0$  тенгсизлик ечимга эга эмас. бундан берилган тенгсизлик ҳам ечимга эга эмаслиги келиб чиқади, яъни  $x \in \emptyset$ .

**Жавоб:**  $x \in \emptyset$ .

III. Квадрат тенгсизликни ечимини махсус ҳоллари.

1) Агар  $a > 0$ ,  $D = 0$  бўлса, у ҳолда  $ax^2 + bx + c > 0$ ,  $a(x - x_1)^2 > 0$  бўлиб,  $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$  ечимга эга бўлади.

2) Агар  $a > 0$ ,  $D = 0$  бўлса, у ҳолда  $ax^2 + bx + c \geq 0$ ,  $a(x - x_1)^2 \geq 0$  бўлиб,  $x \in R$  ечимга эга бўлади.

3) Агар  $a < 0$ ,  $D = 0$  бўлса, у ҳолда  $ax^2 + bx + c > 0$ ,  $a(x - x_1)^2 > 0$  бўлиб, ечимга эга бўлмайди, яъни  $x \in \emptyset$ .

4) Агар  $a < 0$ ,  $D = 0$  бўлса, у ҳолда  $ax^2 + bx + c \geq 0$ ,  $a(x - x_1)^2 \geq 0$  бўлиб,  $x = x_1$  ечимга эга бўлади.

**5-Мисол.**  $9x^2 + 6x + 1 > 0$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш:** Учхаднинг дискриминанти топамиз:

$D = 6^2 - 4 \cdot 9 = 36 - 36 = 0$ . Демак,  $9x^2 + 6x + 1 = 0$  тенглама  $x_1 = x_2 = -\frac{1}{3}$  ягона ечимга эга бўлади. Бундан, берилган тенгсизликни қуйидагича  $9x^2 + 6x + 1 = 9 \left( x + \frac{1}{3} \right)^2 > 0$  ёзиб олиш мумкин. Ушбу тенгсизлик  $x = \frac{1}{3}$  дан бошқа ҳар қандай  $x$  да мусбат қийматлар қабул қилади. Демак, берилган тенгсизликнинг ечимлари  $\left( -\infty; -\frac{1}{3} \right) \cup \left( -\frac{1}{3}; +\infty \right)$  ораликда бўлади.

**Жавоб:**  $x \in \left( -\infty; -\frac{1}{3} \right) \cup \left( -\frac{1}{3}; +\infty \right)$ .

**6-Мисол.**  $-2x^2 + 6x - 4,5 \leq 0$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш:**

$$-2x^2 + 6x - 4,5 \leq 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 6x + 4,5 \geq 0 \Leftrightarrow 2\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 \geq 0 \Leftrightarrow x \in R.$$

**Жавоб:**  $x \in R$ .

**7-Мисол.**  $0,04x^2 + 2x + 25 < 0$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш:**

$$0,04x^2 + 2x + 25 < 0 \Leftrightarrow (0,2x)^2 + 2x + 25 < 0 \Leftrightarrow (0,2x + 5)^2 < 0.$$

Ушбу тенгсизликнинг чап томони  $x$  нинг барча қийматларида мусбат бўлади. Бу тасдиқ берилган тенгсизликка зиддир. Демак, берилган тенгсизлик ечимга эга эмас, яъни  $x \in \emptyset$ .

**Жавоб:**  $x \in \emptyset$ .

**8-Мисол.**  $4x^2 - 4x + 1 \leq 0$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш:** Қисқа кўпайтириш формуласидан фойдаланиб берилган тенгсизликка тенг кучли тенгсизликни ёзамиз:

$$4x^2 - 4x + 1 = 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 < 0, & x \in \emptyset \\ 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 0, & x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

**Жавоб:**  $x = \frac{1}{2}$ .

## 7 - § . Интерваллар усули.

Тенгсизликларни ечишда кўпинча интерваллар усули қўлланилади. Бу усулнинг моҳияти қуйидагича.

Бизга ушбу

$$P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n$$

кўринишдаги  $n$ - даражали кўпхад берилган бўлсин, бу ерда  $a_i$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, n$ ) - ҳақиқий сонлар,  $a_0 \neq 0$ .

Агар  $x_1, x_2, \dots, x_r$   $P(x)$  кўпхаднинг ҳамма  $k_1, k_2, \dots, k_r$  каррали илдишлари (ёки ноллари) бўлиб,  $x_1 > x_2 > \dots > x_r$  бўлса, у ҳолда  $P(x)$  кўпхадни

$$P(x) = (x - x_1)^{k_1} (x - x_2)^{k_2} \dots (x - x_r)^{k_r} Q(x) \quad (1)$$

кўринишда ёзиш мумкин, бу ерда  $Q(x)$  ҳақиқий илдишларга эга бўлмаган кўпхад бўлиб,  $x$  нинг барча қийматларида фақат мусбат ёки манфий қийматларни қабул қилсин.



Айтайлик,  $Q(x) > 0$  бўлсин. У ҳолда  $x > x_1$  да (1) ифода ҳамма кўпайтувчилар мусбат бўлиб,  $P(x) > 0$  бўлади.

Агар  $x_1$  тоқ каррали илдиз бўлса ( $k_1$ -тоқ сон), у ҳолда  $x_2 < x < x_1$  бўлганда (1) ифоданинг биринчи кўпайтувчиси манфий бўлиб, қолган ҳамма кўпайтувчилар мусбат бўлади. Демак,  $P(x) < 0$  бўлади. Бундай ҳолда  $P(x)$  кўпхад  $x_1$  илдиздан ўтганда ишорасини ўзгартиради.

Агар  $x_1$  жуфт каррали илдиз бўлса ( $k_1$ -жуфт сон), у ҳолда  $x_2 < x < x_1$  бўлганда (1) ифоданинг ҳамма кўпайтувчилари мусбат бўлиб,  $P(x) > 0$  бўлади. Бундай ҳолда  $P(x)$  кўпхад  $x_1$  илдиздан ўтганда ишорасини ўзгартирмайди дейилади.

Худди шундай  $P(x)$  кўпхад  $x_2$  илдиздан ўтганда ишорасини ўзгартиради, агар  $k_2$  - тоқ бўлса, ўзгартирмайди, агар  $k_2$ -жуфт сон бўлса, ва ҳоказо.

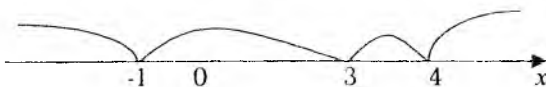
Энди  $P(x) > 0$  тенгсизликни қарайлик. Бунинг учун  $P(x) = 0$  тенгламанинг барча ҳақиқий ечимлари топилади ва бу ечимларни сон ўқида жойлаштирилади. Сўнгра ҳар бир оралиқда  $P(x)$  кўпхаднинг ишораси аниқланади. Кўпхаднинг ишорасини аниқлаш учун шу оралиқдаги бирор нуқтанинг ишорасини аниқлаш кифоя.

Юқорида баён этилган усул интерваллар усули дейилади.

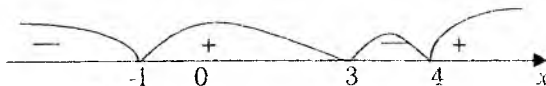
Бу усул ёрдамида квадрат ва баъзи юқори даражали тенгсизликларни ечиш.

**1-Мисол.**  $(x+1)(x-3)(x-4) > 0$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш:**  $P(x) \equiv (x+1)(x-3)(x-4) = 0$  тенгламанинг нолларини топамиз; яъни  $x = -1, x = 3, x = 4$ . Бу қийматларни сон ўқида жойлаштирамиз:



Натижада  $(-\infty; -1)$ ;  $(-1; 3)$ ;  $(3; 4)$  ва  $(4; \infty)$  оралиқлар ҳосил бўлади. Агар  $x > 4$  бўлса, у ҳолда тенгсизликдаги барча кўпайтувчилар мусбат бўлади, яъни  $P(x) > 0$ . Интерваллар усулининг қоидасига кўра  $P(x)$  кўпхадни кўпайтувчиларнинг даражалари тоқ бўлганлиги сабабли, кўпхаднинг ноллари орқали ўтишда унинг ишоралари ўзгаради ва сон ўқида қуйидагича тасвирланади:



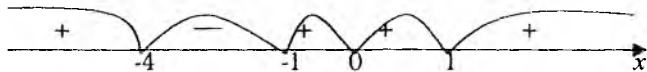
Чизмадан фойдаланиб, тенгсизликнинг ечимлар тўплами қуйидагича ёзилади:

$$x \in (-1; 3) \cup (4; +\infty)$$

**Жавоб:**  $x \in (-1; 3) \cup (4; +\infty)$ .

**2-Мисол.**  $x^2(x+1)^3(x-1)^4(x+4) < 0$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш:** Сон ўқида  $P(x) \equiv x^2(x+1)^3(x-1)^4(x+4) = 0$  кўпхаднинг ноқларини белгилаймиз, яъни  $-4, -1, 0$  ва  $1$  нуқталарни жойлаштирамиз:



$x > 1$  оралиқдан бирор  $x = 2$  қийматни олиб,  $P(x) > 0$  эканлигини аниқлаймиз. Сўнг  $x = 1$  илдизнинг каррали жуфт бўлганлиги сабабли,  $x = 1$  дан ўтишда  $P(x)$  кўпхад ишорасини ўзгартирмайди, яъни  $0 < x < 1$  да  $P(x) > 0$ . Ҳудди шундай интерваллар усулининг қоидасига кўра  $P(x)$  кўпхаднинг ишораси  $-1 < x < 0$  мусбат,  $-4 < x < -1$  манфий ва  $-\infty < x < -4$  мусбат бўлади.

Чизмага кўра тенгсизликнинг ечимлар тўплами  $(-4; -1)$  иборат бўлади.

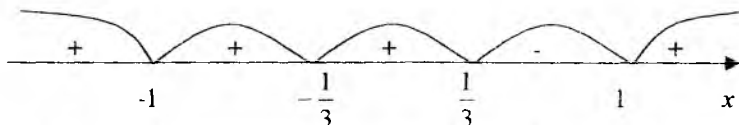
**Жавоб:**  $x \in (-4; -1)$ .

**3-Мисол.**  $(3x-1)(3x+1)^2(1-x)^5(x+1)^2 \geq 0$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш:** Берилган тенгсизликни (1) кўринишда ёзиб оламиз.

$$-27(x+1)^2(x+\frac{1}{3})^2(x-\frac{1}{3})(x-1)^5 \geq 0 \Leftrightarrow (x+1)^2(x+\frac{1}{3})^2(x-\frac{1}{3})(x-1)^5 \leq 0.$$

Сон ўқида  $-1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}$  ва  $1$  нуқталарни белгилаб, ҳосил бўлган ҳар бир оралиқда берилган тенгсизликни ишораларини аниқлаймиз:



$x = -1$  ва  $x = -\frac{1}{3}$  қийматлар  $(x+1)^2(x+\frac{1}{3})^2(x-\frac{1}{3})(x-1)^5 \leq 0$  тенгсизликнинг

ечими бўлади, чунки  $x = -1$  ва  $x = -\frac{1}{3}$  бўлганда тенгсизликнинг чап қисми

$0$  га тенг бўлиб  $0 = 0$  тенглик бажарилади.

Шундай қилиб, чизмадан ва юқоридаги хулосага асосан тенгсизликнинг ечимлар тўплами  $[\frac{1}{3}; 1] \cup \{-1, -\frac{1}{3}\}$  иборат бўлади.

**Жавоб:**  $x \in [\frac{1}{3}; 1] \cup \{-1, -\frac{1}{3}\}$ .

**4-Мисол.**  $(x^2 - 4x)(x^2 - 4)(x^2 - 10x + 25) > 0$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш:** Кўпхадни кўпайтувчиларга ажратиш усулидан фойдаланиб, берилган тенгсизликни тенг кучли тенгсизликни ёзиб оламиз:

$$x(x-4)(x-2)(x+2)(x-5)^2 > 0 \Leftrightarrow (x+2)x(x-2)(x-4)(x-5)^2 > 0.$$

Демак, тенгсизликнинг ечимлар тўплами  $(-\infty; -2) \cup (0; 2) \cup (4; 5) \cup (5; +\infty)$  оралиқлардан иборатдир.

**Жавоб:**  $x \in (-\infty; -2) \cup (0; 2) \cup (4; 5) \cup (5; +\infty)$ .

**Изоҳ.** Тенгсизликнинг ечимлар тўпламини ёзаётган пайтда тенгсизлик белгисига эътибор бериш зарур. Масалан, 4-мисолдаги тенгсизлик белгисини ўзгартирсак, ечимлар тўплами ҳам ўзгаради, яъни  $(x^2 - 4x)(x^2 - 4)(x^2 - 10x + 25) \geq 0$  бўлса, у ҳолда тенгсизликнинг ечимлар тўплами  $(-\infty; -2] \cup [0; 2] \cup [4; +\infty)$  иборат бўлади.

**5-Мисол.**  $2(1 - 2x - x^2) > x(x + 1)$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш:** Тенгсизликка тенг кучли тенгсизлик ёзиб оламиз:

$$2 - 4x - 2x^2 > x^2 + x \Leftrightarrow 3x^2 + 5x - 2 < 0.$$

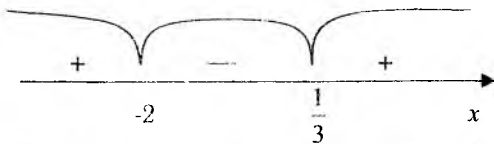
Энди  $3x^2 + 5x - 2$  учхадни кўпайтувчиларга ажратамиз. Бу учхаднинг

илдизлари  $x_1 = \frac{1}{3}$ ,  $x_2 = -2$  га тенг, демак,

$$3x^2 + 5x - 2 = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x + 2).$$

Иккинчи томондан  $3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x + 2) < 0$ .

Интерваллар усулига кўра, сон ўқида  $-2$  ва  $\frac{1}{3}$  нуқталарни белгилаб, ҳосил бўлган ҳар бир оралиқда берилган тенгсизликнинг ишораларини аниқлаймиз:



Демак, тенгсизликнинг ечимлар тўплами  $(-2; \frac{1}{3})$  оралиқдан иборат.

**Жавоб:**  $x \in (-2; \frac{1}{3})$ .

**6-Мисол.**  $x^2 + 6x - 1 \geq 0$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш:**  $x^2 + 6x - 1 = 0$  тенгламанинг ечимлари  $x_1 = -3 - \sqrt{10}$ ,  $x_2 = -3 + \sqrt{10}$  дан иборат. Демак, кўпайтувчиларга ажратиш қондасидан фойдаланиб:

$$x^2 + 6x - 1 = (x + 3 + \sqrt{10})(x + 3 - \sqrt{10}) \geq 0$$

га эга бўламиз. Бундан интерваллар усули ёрдамида қуйидагини ҳосил қиламиз:



Демак, тенгсизликнинг ечимлар тўплами

$$(-\infty; -3 - \sqrt{10}] \cup [-3 + \sqrt{10}; +\infty)$$

дан иборат.

**Жавоб:**  $x \in (-\infty; -3 - \sqrt{10}] \cup [-3 + \sqrt{10}; +\infty)$ .

**7-Мисол.**  $(x^2 + 3x + 6)(-x^2 - x - 1)(x^2 + x)(x - 3)^2 \geq 0$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш:** Берилган тенгсизликни тенг кучли тенгсизлик ёзиб оламиз.

$$-(x^2 + 3x + 6)(x^2 + x + 1)x(x + 1)(x - 3)^2 \geq 0 \Leftrightarrow$$

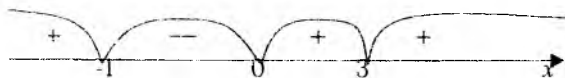
$$\Leftrightarrow (x^2 + 3x + 6)(x^2 + x + 1)x(x + 1)(x - 3)^2 \leq 0.$$

Бундаги  $x^2 + 3x + 6$  ва  $x^2 + x + 1$  учхадларнинг дискриминанти манфий, яъни  $D_1 = 3^2 - 4 \cdot 6 = -15 < 0$ ,  $D_2 = 1^2 - 4 \cdot 1 = -3 < 0$ . У ҳолда  $x^2 + 3x + 6 = 0$  ва  $x^2 + x + 1 = 0$  тенгламалар ечимга эга эмас. Демак,  $x^2 + 3x + 6$  ва  $x^2 + x + 1$  учхадлар қўпайтувчиларга ажралмайди ва бутун сон ўқида мусбат ишорага эга бўлади, яъни  $x \in R$  да  $x^2 + 3x + 6 > 0$  ва  $x^2 + x + 1 > 0$  бўлади.

Шундай қилиб, берилган тенгсизликни мусбат  $x^2 + 3x + 6$  ва  $x^2 + x + 1$  ифодаларга бўлиб, бу тенгсизликка тенг кучли тенгсизликни ҳосил қиламиз:

$$x(x + 1)(x - 3)^2 \leq 0.$$

Интерваллар усулига кўра:



Демак, берилган тенгсизликнинг ечимлар тўплами  $[-1; 0] \cup \{3\}$  дан иборатдир.

**Жавоб:**  $x \in [-1; 0] \cup \{3\}$ .

**8-Мисол.**  $x^4 - 3x^2 - 4 > 0$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш:** Қуйидаги  $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$  биквадратик тенгламанинг ечимлари  $x^2 = 4$  ва  $x^2 = -1$  га тенг. Демак,  $x^4 - 3x^2 - 4$  учхад қуйидагича қўпайтувчиларга ажралади:

$$x^4 - 3x^2 - 4 = (x^2 - 4)(x^2 + 1) = (x - 2)(x + 2)(x^2 + 1).$$

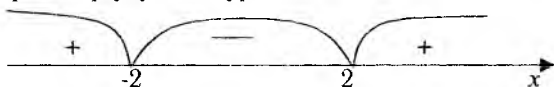
Шунинг учун берилган тенгсизликни бундай ёзиш мумкин:

$$(x-2)(x+2)(x^2+1) > 0$$

$x^2+1$  ифода  $x$  нинг исталган қийматида мусбат бўлганлиги учун, охириги тенгсизлик қуйидагича тенгсизликка тенг кучли:

$$(x-2)(x+2) > 0.$$

Интерваллар усулига кўра эса:



Демак, берилган тенгсизликнинг ечимлар тўплами  $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$  оралиқларда аниқланган.

**Жавоб:**  $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .

**9-Мисол.**  $x^3 - 3x^2 - 3x + 1 \leq 0$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш:** Кўпайтувчиларга ажратиш қондаси ва қисқа кўпайтириш формулаларига кўра

$$x^3 - 3x^2 - 3x + 1 = (x^3 + 1) - 3x(x+1) = (x+1)(x^2 - x + 1) - 3x(x+1) =$$

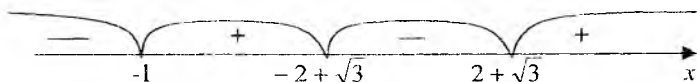
$$= (x+1)(x^2 - 4x + 1) = (x+1)(x^2 - 4x + 4 - 3) = (x+1)((x-2)^2 - (\sqrt{3})^2) =$$

$$= (x+1)(x-2-\sqrt{3})(x-2+\sqrt{3})$$

бўламиз. Шунинг учун берилган тенгсизликни бундай ёзиб оламиз:

$$(x+1)(x-2-\sqrt{3})(x-2+\sqrt{3}) \leq 0.$$

Интерваллар усулига кўра эса:



**Жавоб:**  $x \in (-\infty; -1] \cup \{-2 + \sqrt{3}; 2 + \sqrt{3}\}$ .

**10-Мисол.**  $x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24 > 0$  тенгсизликни ечинг ва энг кичик мусбат ечимини топинг.

**Ечиш:** 3 боб 6-§ га кўра, ушбу  $x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24 = 0$  тенглама  $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 4$  ечимларга эга бўлади. Демак, берилган тенгсизлик қуйидаги тенгсизликка тенг кучли:

$$(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) > 0.$$

Интерваллар усулига кўра эса:



Демак, берилган тенгсизликнинг ечими  $(-\infty; 1) \cup (2; 3) \cup (4; +\infty)$  аниқланган энг кичик мусбат бутун ечим 5 сони.

**Жавоб:**  $x \in (-\infty; 1) \cup (2; 3) \cup (4; +\infty)$ .

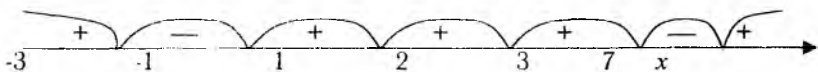
Энг кичик мусбат бутун ечим 5.

**11-Мисол.**

$$(x+3)^3(x+1)(x-1)^2(x-2)^2(3-x)(7-x) \leq 0$$

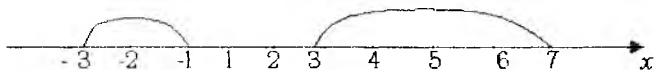
тенгсизликни ечинг ва бутун ечимлар йиғиндисини топинг.

**Ечиш:** Сон ўқида берилган тенгсизликнинг нолларини (яъни -3, -1, 1, 2, 3 ва 7 нуқталарни) белгилаб, ҳосил бўлган ҳар бир оралиқда тенгсизликнинг ишорасини аниқлаймиз:



Демак, берилган тенгсизликни ечими  $x \in [-3; -1] \cup [3; 7] \cup \{1; 2\}$  иборат.

Энди бутун ечимларни аниқлаймиз:



Шундай қилиб, тенгсизликнинг бутун ечимлари -3; -2; -1; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7 дан иборат бўлади ва уларнинг йиғиндис

$-3-2-1+1+2+3+4+5+6+7=22$  га тенг.

**Жавоб:**  $x \in [-3; -1] \cup [3; 7] \cup \{1; 2\}; \quad 22.$

## 8 - §. Параметрларга боғлиқ бир номаълумли тенгсизликлар.

**1-Таъриф.** Ушбу  $F(a; x) * G(x)$  кўринишдаги тенгсизликларга параметрга боғлиқ бир номаълумли тенгсизликлар дейилади, бу ерда  $a$ -параметр,  $x$ -номаълум \* белги  $>, <, \geq, \leq$  белгилардан бирини билдиради.

Масалан:  $ax > 5; \quad ax > \frac{1}{x}; \quad ax^2 + 5x - 3 > 0; \quad x^2 + (a-2)x + 2 \leq 0$

тенгсизликлар параметрга боғлиқ бир номаълумли тенгсизликлардир.

**2-Таъриф** Ушбу  $\begin{cases} F_1(a, x) * G_1(x) \\ F_2(a, x) * G_2(x) \end{cases}$  кўринишдаги тенгсизликларга

параметрга боғлиқ бир номаълумли тенгсизликлар системаси дейилади.

Масалан:  $\begin{cases} ax \geq 7a - 3, & \begin{cases} a(1-x) \geq 0, \\ (ax-1)(a-1) \leq 0, \end{cases} & \begin{cases} x^2 + 4x + 3 + a < 0, \\ 2x + a + 6 > 0, \end{cases} \end{cases}$

$6a - 2 < ax < 4a + 1$  тенгсизликлар параметрга боғлиқ бир номаълумли тенгсизликлар системасидир.

### 8.1. Параметрларга боғлиқ бир номаълумли тенгсизликларни ечиш.

**1-Мисол.**  $a$  нинг қандай қийматларида  $a(x-4) > x-5$  тенгсизлик  $x$  нинг барча қийматларида ўринли бўлади?

**Ечиш:**  $a(x-4) > x-5 \Leftrightarrow ax-4a > x-5 \Leftrightarrow ax-x > 4a-5 \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow (a-1)x > 4a-5.$

- 1) Агар  $a-1 > 0 \Leftrightarrow a > 1$  бўлса, у ҳолда  $x > \frac{4a-5}{a-1}$  бўлади.
- 2) Агар  $a-1 < 0 \Leftrightarrow a < 1$  бўлса, у ҳолда  $x < \frac{4a-5}{a-1}$  бўлади.
- 3) Агар  $a-1 = 0 \Leftrightarrow a = 1$  бўлса, у ҳолда  $0x > -5$  бўлиб, тенгсизлик  $x$  нинг барча қийматларида ўринли бўлади.

Демак, берилган тенгсизлик  $x \in R$  да ўринли бўлиши учун  $a=1$  тенг бўлиш керак.

**Жавоб:**  $a=1$

**2-Мисол.**  $a$  нинг қандай қийматида  $(x-a)(x-1) < 0$  тенгсизлик ечимга эга бўлмайди?

**Ечиш:** Тенгсизликни интерваллар усулида ечамиз.  $P(x) \equiv (x-a)(x-1) = 0$  тенглама  $x=a$ ,  $x=1$  ечимларга эга бўлади. Бу қийматларни сон ўқида жойлаштириш  $a$  параметрга боғлиқдир:

- 1) Агар  $a < 1$  бўлса, у ҳолда



- бўлиб, тенгсизликнинг ечимлар тўплами  $(a; 1)$  оралиқдан иборат бўлади.
- 2) Агар  $a > 1$  бўлса, у ҳолда



- бўлиб тенгсизликнинг ечимлар тўплами  $(1; a)$  аниқланади.
- 3) Агар  $a=1$  бўлса, у ҳолда берилган тенгсизлик қуйидаги тенгсизликка тенг кучли:

$$(x-1)(x-1) < 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 < 0$$

Ушбу тенгсизликнинг чап томони  $x$  нинг барча қийматларида мусбат бўлади. Бу тасдиқ берилган тенгсизликка зиддир. Демак,  $(x-1)^2 < 0$  тенгсизлик ечимга эга эмас, я'ни  $x \in \emptyset$ .

**Жавоб:**  $a=1$ .

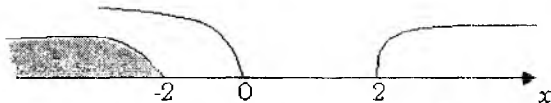
**3-Мисол.**  $a$  нинг қандай қийматларида  $ax^2 + 4x + a < 0$  тенгсизлик  $x$  нинг барча қийматларида ўринли бўлади?

**Ечиш:** Квадрат тенгсизликларни ечиш қондасига кўра, берилган тенгсизлик  $x$  нинг барча қийматларида ўринли бўлиши учун  $a$  параметр

$$\begin{cases} a < 0, \\ D < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0, \\ D = 16 - 4a^2 < 0 \end{cases} \quad \text{тенгсизликлар системасини}$$

қаноатлантириши керак. Бу тенгсизлик қуйидаги тенгсизликка тенг кучли:

$$\begin{cases} a < 0, \\ 4 - a^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0, \\ (2 - a)(2 + a) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0, \\ a > 2, \quad a < -2 \end{cases} \Leftrightarrow a < -2$$



Демак, берилган тенгсизликни ечимлар тўплами  $(-\infty; +\infty)$  оралиқда аниқланиши учун  $a$  параметр  $(-\infty; -2)$  оралиқда аниқланган бўлиши керак.

**Жавоб:**  $a \in (-\infty; -2)$ .

Айрим тенгсизликларни ва тенгсизликлар системасини ечимлар тўпламини топишда тенгламалар ечимларини жойланиши муҳим роль ўйнайди.

Бу хулосани квадрат тенглама ечимларининг жойланишига нисбатан кўрсатамиз.

Ушбу  $x^2 + px + q = 0$  тенглама иккита ечимга эга бўлиши учун

$$\begin{cases} p^2 - 4q \geq 0, \\ p < 0, \\ q > 0 \end{cases}$$

бўлиши зарур ва етарлидир.

**4-Мисол.**  $x^2 - 2(a-1)x + (2a+1) = 0$  квадрат тенглама иккита ечимга эга бўладиган  $a$  нинг барча қийматларини топинг.

**Ечиш:** Берилган квадрат тенгламанинг ечимлари  $x_1 > 0$  ва  $x_2 > 0$  бўлиши учун

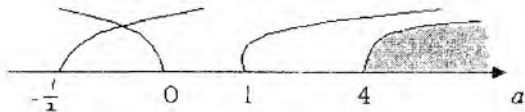
$$\begin{cases} [-2(a-1)]^2 - 4(2a+1) \geq 0, \\ 2(a-1) > 0, \\ 2a+1 > 0 \end{cases}$$

бўлиши зарур ва етарлидир.

Юқоридаги тенгсизликлар системаси қуйидаги тенгсизликлар системасига тенг қили:

$$\begin{cases} a(a-4) \geq 0, \\ a-1 > 0, \\ 2a+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq 0, \quad a \geq 4, \\ a > 1, \\ a > -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow a \geq 4.$$





Демак, берилган квадрат тенглама иккита мусбат ечимга эга бўлиши учун  $a$  параметр  $[4, \infty)$  оралиқда ўзгариши керак.

**Жавоб:**  $x \in [4, \infty)$ .

2. Ушбу  $x^2 + px + q = 0$  квадрат тенглама иккита ечимга эга бўлиб, ҳар бири бирор ўзгармас  $C$  сонидан катта ( $x_1 > C$  ва  $x_2 > C$ ) бўлиши учун

$$\begin{cases} p^2 - 4q \geq 0, \\ -\frac{p}{2} > C, \\ C^2 + pC + q > 0. \end{cases}$$

тенгсизликлар системаси бажарилиши зарур ва етарлидир.

**5-Мисол.**  $4x^2 - 2x + a = 0$  квадрат тенглама  $x_1$  ва  $x_2$  ечимларга эга бўлса,  $x_1 > -2$  ва  $x_2 > -2$  шартни қаноатлантирувчи  $a$  нинг барча қийматларини топинг.

**Ечиш:** Берилган тенгламанинг ечимлари  $x_1 > -2$  ва  $x_2 > -2$  шартни қаноатлантириши учун

$$\begin{cases} \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{a}{4} \geq 0, \\ -\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)}{2} < -2, \\ \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)\left(-2\right) + \frac{a}{4} > 0. \end{cases}$$

бўлиши зарур ва етарлидир.

Ҳосил бўлган тенгсизликлар системасини ечамиз:

$$\begin{cases} \frac{1}{4} - a \geq 0, \\ \frac{1}{4} < -2, \\ 4 + 1 + \frac{a}{4} > 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq \frac{1}{4}, \\ \frac{1}{4} < -2, \\ a > -20. \end{cases} \Leftrightarrow -20 < a \leq \frac{1}{4}$$

Демак, берилган квадрат тенглама ечимлари  $x_1 > -2$  ва  $x_2 > -2$  тенгсизликни бажариши учун  $a \in (-20; \frac{1}{4}]$  оралиқда бўлиши керак.

Жавоб:  $a \in (-20; \frac{1}{4}]$

3. Ушбу  $x^2 + px + q = 0$  квадрат тенглама иккита ечимга эга бўлиб, ҳар бири бирор ўзгармас  $C$  сонидан кичик ( $x_1 < C$  ва  $x_2 < C$ ) бўлиши учун

$$\begin{cases} p^2 - 4q \geq 0, \\ -\frac{p}{2} < C, \\ C^2 + pC + q > 0. \end{cases}$$

тенгсизликлар системаси бажарилиши зарур ва етарлидир.

4. Ушбу  $x^2 + px + q = 0$  квадрат тенглама иккита ечимга эга бўлиб, бири бирор  $C$  сонидан катта, иккинчиси  $C$  сонидан кичик ( $x_1 > C$  ва  $x_2 < C$ ) бўлиши учун  $C^2 + pC + q < 0$  бўлиши зарур ва етарлидир.

**6-Мисол.**  $2x^2 - 2(a+1)x + a(a-1) = 0$  квадрат тенглама  $x_1$  ва  $x_2$  ечимларга эга бўлса, у ҳолда  $x_1 < a < x_2$  тенгсизликни қаноатлантирувчи  $a$  параметрнинг барча қийматларини топинг.

Ечиш. Қуйидаги масалани ечиш дегани, шундай  $a$  нинг қийматларини топиш керакки, берилган тенглама иккита ечимга эга бўлсин ва  $x_1 < a < x_2$  шартни қаноатлантирсин. Бунинг учун 4-натижага кўра  $a$  параметр қуйидаги тенгсизликни  $2a^2 - 2(a+1)a + a(a-1) < 0$

қаноатлантириши керак. Бундан  $-a^2 - 3a < 0 \Leftrightarrow a(a+3) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0, \\ a < -3. \end{cases}$

Демак, қўйилган масалани ечими  $a \in (-\infty; -3) \cup (0; +\infty)$  оралиқдадир.

Жавоб:  $a \in (-\infty; -3) \cup (0; +\infty)$

## 8.2. Параметрга боғлиқ бўлган тенгсизликлар системасини ечиш.

**1-Мисол.**  $a$  нинг барча қийматларида

$$\begin{cases} a(x-2) \geq x-3 \\ 8(a+1)x > 8ax+9 \end{cases}$$

тенгсизликлар системасини ечинг.

**Ечиш.** Берилган тенгсизликлар системасига тенг кучли системани ёзамиз.

$$\begin{cases} ax - 2a \geq x - 3 \\ 8ax + 8x > 8ax + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ax - x \geq 2a - 3 \\ 8ax - 8ax + 8x > 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)x \geq 2a-3 \\ 8x > 9 \end{cases}$$

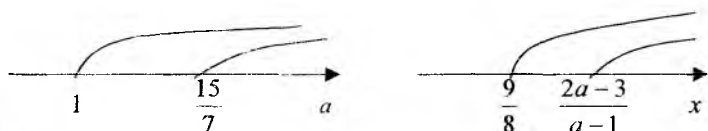
1.  $a-1 > 0 \Leftrightarrow a > 1$  бўлсин. У ҳолда охириги тенгсизликлар системаси қуйидаги тенгсизликлар системасига тенг кучлидир:

$$\begin{cases} x \geq \frac{2a-3}{a-1} \\ x > \frac{9}{8} \end{cases} \quad (*)$$

Бунда қуйидаги ҳоллар бўлиши мумкин:

Агар  $\frac{2a-3}{a-1} > \frac{9}{8} \Leftrightarrow \frac{2a-3}{a-1} - \frac{9}{8} > 0 \Leftrightarrow \frac{16a-24-9a+9}{8(a-1)} > 0 \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow \frac{7a-15}{8(a-1)} > 0 \Leftrightarrow 8(7a-15)(a-1) > 0 \stackrel{(a>1)}{\Leftrightarrow} 7a-15 > 0 \Leftrightarrow a > \frac{15}{7},$

бўлса, у ҳолда (\*) га кўра

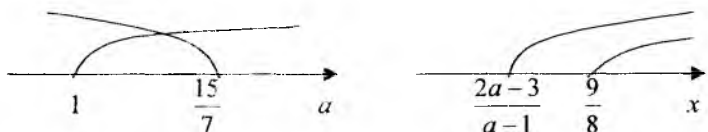


бўлади.

Демак,  $a > \frac{15}{7}$  бўлганида, берилган тенгсизликлар системасининг

ечимлар тўплами  $x \in \left[ \frac{2a-3}{a-1}; +\infty \right)$  оралиқда аниқланади.

2) Агар  $\frac{2a-3}{a-1} < \frac{9}{8} \Leftrightarrow a < \frac{15}{7}$  бўлса, у ҳолда (\*) га кўра



бўлади.

Демак,  $1 < a < \frac{15}{7}$  бўлганда, берилган тенгсизликлар системасининг

ечимлар тўплами  $x \in \left( \frac{9}{8}; +\infty \right)$  оралиқда аниқланади.

II.  $a-1 < 0 \Leftrightarrow a < 1$  бўлсин. У ҳолда

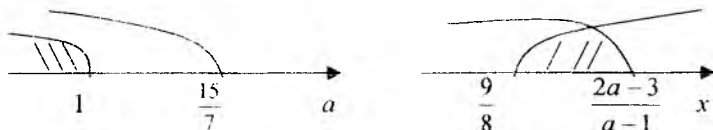
$$\begin{cases} (a-1)x \geq 2a-3 \\ 8x > 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{2a-3}{a-1} \\ x > \frac{9}{8} \end{cases} \quad (**)$$

бўлади.

Бунда қуйидаги ҳоллар бўлиши мумкин:

$$1) \frac{2a-3}{a-1} > \frac{9}{8} \Leftrightarrow \frac{7a-15}{8(a-1)} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 7a-15 < 0 \\ a-1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < \frac{15}{7} \\ a < 1 \end{cases}$$

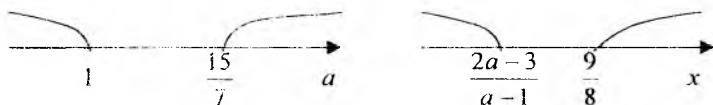
Бундан ва (\*\*\*) дан  $x \in (\frac{9}{8}; \frac{2a-3}{a-1}]$ , яъни



Демак,  $a < 1$  бўлса, у ҳолда берилган тенгсизликлар системасининг ечимлар тўплами  $(\frac{9}{8}; \frac{2a-3}{a-1}]$  ораликда аниқланади.

$$2) \frac{2a-3}{a-1} < \frac{9}{8} \Leftrightarrow \frac{7a-15}{8(a-1)} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 7a-15 > 0 \\ a-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > \frac{15}{7} \\ a \in \emptyset \end{cases}$$

Бундан ва (\*\*\*) дан



$x \in \emptyset$ .

Бу ҳолда тенгсизликлар системаси ечимга эга эмас, яъни  $x \in \emptyset$ .

Ш. 1)  $a=1$  бўлсин. У ҳолда берилган тенгсизликлар системаси қуйидаги тенгсизликлар системасига тенг кучли:

$$\begin{cases} 0 \geq -1 \\ x > \frac{9}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ x > \frac{9}{8} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{9}{8}$$

Демак,  $a=1$  бўлганда, берилган тенгсизликлар системасининг ечимлар тўплами  $(\frac{9}{8}; +\infty)$  ораликда аниқланади.

2)  $a = \frac{15}{7}$  бўлсин, у ҳолда берилган тенгсизликлар системаси қуйидаги

тенгсизликлар системасига тенг кучли:

$$\begin{cases} (\frac{15}{7} - 1)x \geq 2 \cdot \frac{15}{7} - 3 \\ 8x > 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x \geq 9 \\ 8x > 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{9}{8} \\ x > \frac{9}{8} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{9}{8}$$

Демак,  $a = \frac{15}{7}$  бўлганда,  $x \in (\frac{9}{8}; +\infty)$  бўлади.

**Жавоб:**  $x \in (\frac{9}{8}; \frac{2a-3}{a-1}]$ , агар  $a < 1$ ;

$x \in (\frac{9}{8}; +\infty)$ , агар  $1 \leq a \leq \frac{15}{7}$ ;

$x \in [\frac{2a-3}{a-1}; +\infty)$ , агар  $a > \frac{15}{7}$

**2-Мисол.**  $a$  нинг қандай қийматларида  $\begin{cases} ax \geq 4a - 3 \\ ax \leq 5a + 4 \end{cases}$  тенгсизликлар

системаси ечимга эга бўлмайди.

**Ечиш.** I.  $a = 0$  бўлсин. У ҳолда берилган тенгсизликлар системаси қуйидаги системага тенг кучли:

$$\begin{cases} 0 \geq -3 \\ 0 \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$$

Демак,  $a = 0$  да берилган тенгсизликлар системасининг ечимлар тўплами  $(-\infty; +\infty)$  оралиқда аниқланган, я'ни бу ҳолда ечим бор.

II.  $a \neq 0$  бўлсин, у ҳолда берилган тенгсизликлар системаси қуйидаги қўш тенгсизликка тенг кучли:

$$4a - 3 \leq ax \leq 5a + 4$$

Ма'лумки,  $a < y < b$  оралиқ бўш тўплам бўлиши учун  $b \leq a$  бўлиши керак. Қўш тенгсизлик ечимга эга бўлмаслиги учун эса  $4a - 3 \geq 5a + 4$  бўлиши керак. Бу ердан  $4a - 5a \geq 3 + 4 \Leftrightarrow -a \geq 7 \Leftrightarrow a \leq -7$  эканлиги келиб чиқади.

Демак,  $a \in (-\infty; -7]$  бўлганда, берилган тенгсизликлар системаси ечимга эга бўлмайди.

**Жавоб:**  $a \in (-\infty; -7]$ .

**3-Мисол.**  $a$  нинг қандай қийматларида  $\begin{cases} x^2 - (a+2)x + 4 > 0 \\ 4x^2 + (a-3)x + 1 > 0 \end{cases}$

тенгсизликлар системаси  $x$  нинг барча қийматларида ўринли бўлади.

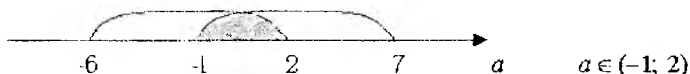
**Ечиш.** Берилган тенгсизликлар системасида қатнашган тенгсизликларнинг юқори даражали ҳадининг коэффицентлари  $(a_1 = 1 > 0, a_2 = 4 > 0)$  мусбат бўлганлиги учун тенгсизликлар системаси

$x$  нинг барча қийматларида ўринли бўлиши учун, унда қатнашган уч ҳадларнинг дискриминанти манфий бўлиши керак, я'ни

$$\begin{cases} (a+2)^2 - 16 < 0 \\ (a-3)^2 - 16 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+2)^2 < 16 \\ (a-3)^2 < 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a+2| < 4 \\ |a-3| < 4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4 < a+2 < 4 \\ -4 < a-3 < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 < a < 2 \\ -1 < a < 7 \end{cases}$$

Бундан,



Демак, берилган тенгсизликлар системаси  $a \in (-1; 2)$  бўлганда  $x$  нинг барча қийматларида ечимга эга бўлади.

Жавоб:  $a \in (-1; 2)$ .

## 9 - §. Рационал тенгсизликлар

1-Таъриф. Ушбу

$$\frac{P(x)}{Q(x)} > 0, \frac{P(x)}{Q(x)} < 0, \frac{P(x)}{Q(x)} \geq 0, \frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0 \quad (1)$$

кўринишдаги тенгсизликларга рационал тенгсизликлар дейилади, бу ерда  $P(x)$  ва  $Q(x)$  кўпҳадлар бўлиб,  $Q(x) \neq 0$ .

Масалан,  $\frac{x}{x+1} \geq 0, \frac{3x^2}{x^2+5x-3} < 0, \frac{1-x^2}{x} \leq 0, \frac{1}{x} - 2 \geq 0$

рационал тенгсизликлардир.

2-Таъриф. Ушбу

$$\frac{ax+b}{cx+d} > 0, \frac{ax+b}{cx+d} < 0, \frac{ax+b}{cx+d} \geq 0, \frac{ax+b}{cx+d} \leq 0$$

кўринишдаги тенгсизликларга каср-чизиқли тенгсизликлар дейилади, бунда  $a, b, c, d \in R$   $c \neq 0$ .

Масалан,  $\frac{3x-1}{4x+1} \geq 0; \frac{x}{7x-1} \leq 0; \frac{2}{x-3} > 0; \frac{x-7}{x} < 0$  каср чизиқли рационал тенгсизликлардир.

### 9. 1. Рационал тенгсизликларни ечиш

Рационал тенгсизликлар қуйидагича ечилади:

$$1. \frac{P(x)}{Q(x)} > 0 \Leftrightarrow P(x)Q(x) > 0 \quad (2)$$

$$2. \frac{P(x)}{Q(x)} < 0 \Leftrightarrow P(x)Q(x) < 0 \quad (3)$$

$$3. \frac{P(x)}{Q(x)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} P(x)Q(x) \geq 0 \\ Q(x) \neq 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$4. \frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} P(x)Q(x) \leq 0 \\ Q(x) \neq 0 \end{cases} \quad (5)$$

Шундай қилиб, рационал тенгсизликларни ечиш 6§, 7§ ва 8§ ларда ўрганилган тенгсизликларни ечишга келтирилади.

### Рационал тенгсизликларни ечишга оид мисоллар.

**1-Мисол.**  $\frac{x-1}{x+4} > 0$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш.** 1-усул. Каср мусбат бўлиши учун сурат ва махражи бир хил ишорали бўлиши керак, я'ни

$$а) \begin{cases} x-1 > 0 \\ x+4 > 0 \end{cases} \quad б) \begin{cases} x-1 < 0 \\ x+4 < 0 \end{cases}$$

а) системани ечсак  $x \in (1; +\infty)$  бўлади;

б) системани ечсак  $x \in (-\infty; -4)$  бўлади.

Демак, берилган рационал тенгсизликнинг ечимлар тўплами  $(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$  оралиқларда аниқланган.

2-усул. (2) формулага кўра, берилган тенгсизлик қуйидаги тенгсизликка тенг кучлидир:

$$(x-1)(x+4) > 0$$

Интерваллар усулига кўра  $x=1$  ва  $x=-4$  қийматларни сон ўқида белгилаб, ҳар бир оралиқда берилган тенгсизликни ишораларини алмаштирамиз:



Демак, берилган рационал тенгсизликнинг ечимлар тўплами  $(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$  оралиқлардан иборат.

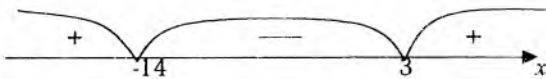
Жавоб:  $x \in (-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$ .

Изоҳ. Рационал тенгсизликларни кўпинча 2-усулда ечиш қулайдир.

**2-мисол.**  $\frac{x+14}{x-3} < 0$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш.** (3) формулага кўра, берилган тенгсизлик қуйидаги тенгсизликка тенг кучли  $(x-3)(x+14) < 0$

Интерваллар усулига кўра



Демак, берилган рационал тенгсизликнинг ечимлар тўплами  $(-14; 3)$  оралиқдан иборат.

Жавоб.  $x \in (-14; 3)$ .

**3-мисол.**  $\frac{5x-15}{3x-12} \geq 0$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш.** (4) формулага кўра:

$$\frac{5(x-3)}{3(x-4)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 15(x-3)(x-4) \geq 0 \\ 3(x-4) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)(x-4) \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases}$$

Интерваллар усулига кўра эса:



яъни  $\begin{cases} (x-3)(x-4) \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4, & x \leq 3 \\ x \neq 4 \end{cases} \Leftrightarrow x > 4, & x \leq 3.$

Демак, берилган рационал тенгсизлик  $x \in (-\infty; 3] \cup (4; +\infty)$  тўпланда бажарилади.

Жавоб.  $x \in (-\infty; 3] \cup (4; +\infty)$ .

**4-Мисол.**  $\frac{x^2-4x-5}{x^2+x-2} \leq 0$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш.** Касрнинг сурат ва махражини кўпайтувчиларга ажратамиз:

$$\frac{(x+1)(x-5)}{(x-1)(x+2)} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)(x+2)(x-1)(x-5) \leq 0 \\ (x+2)(x-1) \neq 0 \end{cases}$$

Интерваллар усулига кўра:



Демак, берилган рационал тенгсизлик  $x \in (-2; -1] \cup (1; 5]$  тўпланда бажарилади.

Жавоб.  $x \in (-2; -1] \cup (1; 5]$ .

**5-Мисол.**  $\frac{x}{x-4} > \frac{1}{3}$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш.** Берилган тенгсизликни қуйидагича ёзиб оламиз:

$$\frac{x}{x-4} - \frac{1}{3} > 0 \Leftrightarrow \frac{3x - (x-4)}{3(x-4)} > 0 \Leftrightarrow \frac{x+4}{3(x-4)} > 0 \Leftrightarrow \frac{2(x+2)}{3(x-4)} > 0.$$

Бундан (2) формулага кўра:

$$6(x+2)(x-4) > 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-4) > 0.$$



Интерваллар усулига кўра



охирги тенгсизликни ечими  $x \in (-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$  оралиқдан иборат.

Демак, берилган рационал тенгсизлик охирги тенгсизликка тенг кучли бўлгани учун унинг ечимлар тўплами ҳам  $x \in (-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$  дан иборатдир.

Жавоб.  $x \in (-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$ .

**6-Мисол.**  $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+1} \leq \frac{1}{x}$  тенгсизликни ечинг.

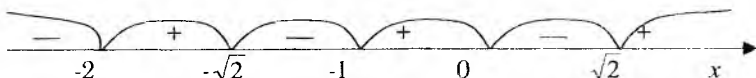
**Ечиш.** Ушбу тенгсизликка тенг кучли тенгсизликни ёзамиз:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \leq 0 &\Leftrightarrow \frac{x(x+1) + x(x+2) - (x+2)(x+1)}{x(x+2)(x+1)} \leq 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{x^2 + x + x^2 + 2x - x^2 - 2x - x - 2}{x(x+1)(x+2)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 2}{x(x+1)(x+2)} \leq 0. \end{aligned}$$

Бундан (5) формулага кўра:

$$\begin{cases} (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})x(x+1)(x+2) \leq 0, \\ x(x+1)(x+2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})x(x+1)(x+2) \leq 0, \\ x \neq 0, x \neq -1, x \neq -2 \end{cases}$$

ҳосил қиламиз. Интерваллар усулини қўллаб, берилган рационал тенгсизликнинг ечимлар тўпламини  $x \in (-\infty; -2) \cup [-\sqrt{2}; -1) \cup (0; \sqrt{2}]$  оралиқларда аниқлаймиз:



Жавоб.  $x \in (-\infty; -2) \cup [-\sqrt{2}; -1) \cup (0; \sqrt{2}]$ .

**7-мисол.**  $\frac{x-2}{x} - \frac{x+2}{x-2} < 2$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш.** Қўйидагича алмаштириш қиламиз:

$$\frac{x-2}{x} = 1 - \frac{2}{x} \quad \frac{x+2}{x-2} = \frac{x-2+4}{x-2} = 1 + \frac{4}{x-2}.$$

У ҳолда тенгсизлигимиз қўйидаги тенгсизликка тенг кучлидир:

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{x} - 1 + \frac{4}{x-2} < 2 &\Leftrightarrow \frac{4}{x-2} - \frac{2}{x} - 2 < 0 \Leftrightarrow \frac{4x - 2(x-2) - 2(x-2)x}{x(x-2)} < 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{4x - 2x + 4 - 2x^2 + 4x}{x(x-2)} < 0 \Leftrightarrow \frac{-2x^2 + 6x + 4}{x(x-2)} < 0 \Leftrightarrow \frac{2(x^2 - 3x - 2)}{x(x-2)} > 0 \end{aligned}$$

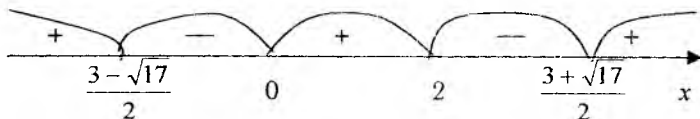
Касрни суратини қўпайтувчиларга ажратамиз:

$$\frac{2(x - \frac{3 - \sqrt{17}}{2})(x - \frac{3 + \sqrt{17}}{2})}{x(x-2)} > 0 \Leftrightarrow \frac{(x - \frac{3 - \sqrt{17}}{2})(x - \frac{3 + \sqrt{17}}{2})}{x(x-2)} > 0.$$

Бундан (2) формулага кўра:

$$x(x-2)(x - \frac{3 - \sqrt{17}}{2})(x - \frac{3 + \sqrt{17}}{2}) > 0 \text{ ни ҳосил қиламиз.}$$

Интерваллар усулини қўллаб, охириги тенгсизликни ечимини топамиз:



$$x \in (-\infty; \frac{3 - \sqrt{17}}{2}) \cup (0; 2) \cup (\frac{3 + \sqrt{17}}{2}; +\infty)$$

Демак, берилган рационал тенгсизликнинг ечимлар тўплами  $(-\infty; \frac{3 - \sqrt{17}}{2}) \cup (0; 2) \cup (\frac{3 + \sqrt{17}}{2}; +\infty)$  оралиқлардан иборат бўлади.

Жавоб.  $x \in (-\infty; \frac{3 - \sqrt{17}}{2}) \cup (0; 2) \cup (\frac{3 + \sqrt{17}}{2}; +\infty)$ .

**8-Мисол.**  $2x^2 + 2x + 1 - \frac{15}{x^2 + x + 1} < 0$  тенгсизликни ечинг.

**Ечиш.** Қуйидагича алмаштириш қиламиз:

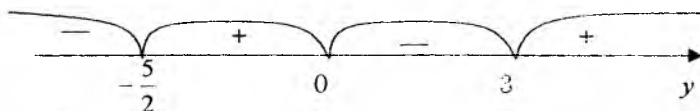
$$2(x^2 + x + 1) - 1 - \frac{15}{x^2 + x + 1} < 0.$$

Бундан ушбу  $x^2 + x + 1 = y$  белгилаш киритиб, берилган тенгсизликка тенг кучли тенгсизликни ёзамиз.

$$2y - 1 - \frac{15}{y} < 0 \Leftrightarrow \frac{2y^2 - y - 15}{y} < 0.$$

Бундан (3) формула ва интерваллар усулига кўра

$$y(2y^2 - y - 15) < 0 \Leftrightarrow 2y(y + \frac{5}{2})(y - 3) < 0$$



$2y(y + \frac{5}{2})(y - 3) < 0 \Leftrightarrow y < -\frac{5}{2}, 0 < y < 3$  ҳосил қиламиз. Шундай қилиб, белгилашларга кўра берилган рационал тенгсизлик қуйидаги

тенгсизликлар

системасига

тенг

кучли

$$\begin{cases} x^2 + x + 1 < -\frac{5}{2} \\ x^2 + x + 1 > 0 \\ x^2 + x + 1 < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x + \frac{7}{2} < 0 \\ x^2 + x + 1 > 0 \\ x^2 + x - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in R \\ x \in R \\ -2 < x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x < 1.$$

Демак, берилган тенгсизликнинг ечимлар тўплами  $(-2; 1)$  оралиқдан иборат.

Жавоб.  $x \in (-2; 1)$ .

**9-Мисол.**  $\frac{-7x^2(-3-2x)^3(x-2)}{(2x+14)^3(-10+2x)^2(x-7)^5} \leq 0$  тенгсизликнинг бутун

ечимлар йиғиндисини толинг.

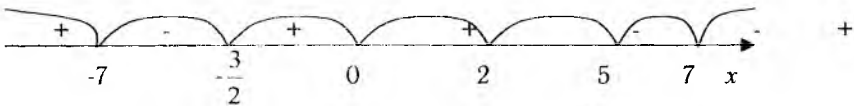
**Ечиш.** берилган тенгсизлик қуйидаги тенгсизликка тенг кучли

$$\frac{56x^2(x^3 + \frac{3}{2})^3(x-2)}{32(x+7)^3(x-5)^2(x-7)^5} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{7x^2(x + \frac{3}{2})^3(x-2)}{4(x+7)^3(x-5)^2(x-7)^5} \leq 0 \text{ бўлади.}$$

Бундан (5) формулага кўра

$$\begin{cases} 28x^2(x + \frac{3}{2})^3(x-2)(x-5)^2(x-7)^5(x+7)^5 \leq 0, \\ (x+7)^3(x-5)^2(x-7)^5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+7)^4(x + \frac{3}{2})^3x^2(x-2)(x-5)^2(x-7)^5 \leq 0, \\ x \neq -7, x \neq 5, x \neq 7 \end{cases}$$

Интерваллар усулига кўра:



Берилган тенгсизликнинг ечимлар тўплами  $(-7; -\frac{3}{2}] \cup \{0\} \cup [2; 5) \cup (5; 7)$

оралиқлардан иборат бўлади.

Ушбу ечимлар тўпламида қуйидаги бутун сонлар ётади:

-6; -5; -4; -3; -2; 0; 2; 3; 4; 5; 6.

Уларнинг йиғиндиси эса -5 га тенг.

Жавоб. -5.

## 9.2. Раціонал тенгсизликлар қатнашган тенгсизликлар системасини ечиш.

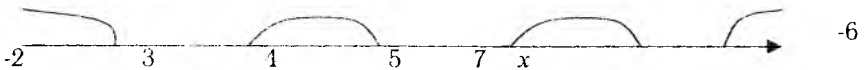
1-Мисол. 
$$\begin{cases} \frac{(x+2)(x-3)}{x-7} \geq 0 \\ \frac{x+6}{(5-x)(x-4)} \geq 0 \end{cases}$$
 тенгсизликлар системасини ечинг.

Ечиш. Берилган тенгсизликлар системаси (4) формулага кўра қуйидаги системага тенг кучлидир:

$$\begin{cases} \begin{cases} (x+2)(x-3)(x-7) \geq 0 \\ x-7 \neq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} (x+6)(5-x)(x-4) \geq 0 \\ (5-x)(x-4) \neq 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+2)(x-3)(x-7) \geq 0 \\ x \neq 7 \\ (x+6)(5-x)(x-4) \geq 0 \\ x \neq 4, \quad x \neq 5 \end{cases}$$

Интерваллар усулини ҳар бир тенгсизликларга қўллаб 
$$\begin{cases} -2 \leq x \leq 3, \\ x > 7, \\ x \leq -6, \\ 4 < x < 5. \end{cases}$$

ҳосил қиламиз. Бундан қуйидагини ҳосил қиламиз:



Демак, тенгсизликлар системасида қатнашган тенгсизликлар биргаликда эмас, яъни берилган тенгсизликлар системасини ечимга эга эмас.

Жавоб.  $\emptyset$ .

2-Мисол. 
$$\begin{cases} \frac{3x^2 - 7x + 8}{x^2 + 1} > 1 \\ \frac{3x^2 - 7x + 8}{x^2 + 1} \leq 2 \end{cases}$$
 тенгсизликлар системасини ечинг.

Ечиш. Берилган тенгсизликлар системаси қуйидаги системага тенг кучли

$$\begin{cases} \frac{3x^2 - 7x + 8}{x^2 + 1} - 1 > 0 \\ \frac{3x^2 - 7x + 8}{x^2 + 1} - 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x^2 - 7x + 8 - x^2 - 1}{x^2 + 1} > 0 \\ \frac{3x^2 - 7x + 8 - 2x^2 - 2}{x^2 + 1} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x^2 - 7x + 7}{x^2 + 1} > 0 \\ \frac{x^2 - 7x + 6}{x^2 + 1} \leq 0 \end{cases} \quad x^2 + 1 > 0, \quad x \in R$$

бўлгани учун охири тенгсизликни қуйидагича ёзиб оламиз:

$$\begin{cases} 2x^2 - 7x + 7 > 0 \\ x^2 - 7x + 6 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in R \\ 1 \leq x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 6.$$

Демак, берилган тенгсизликнинг ечимлар тўплами  $[1;6]$  оралиқда аниқланган.

Жавоб.  $x \in [1;6]$ .

**3-мисол.**

$$\begin{cases} \frac{3(-7-x)^3(x+5)}{4(2x-4)^5} \geq 0 \\ \frac{7(3-4x)}{12(x-5)^2} \geq 0 \end{cases}$$

тенгсизликлар системасини ечинг.

**Ечиш.** Берилган тенгсизликлар системасини (4) формулага кўра қуйидаги тенгсизликлар системасига тенг кучли:

$$\begin{cases} \begin{cases} 12(7+x)^3(x+5)(2x-4)^5 \leq 0, \\ 2x-4 \neq 0. \end{cases} \\ \begin{cases} 84(3-4x)(x-5)^2 \geq 0, \\ x-5 \neq 0. \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} (7+x)^3(x+5)(2x-4)^5 \leq 0, \\ x \neq 2. \end{cases} \\ \begin{cases} (\frac{3}{4}-x)(x-5)^2 \geq 0, \\ x \neq 5. \end{cases} \end{cases}$$

Интерваллар усулига кўра, биринчи система



$$x \in (-\infty; -7] \cup [-5; 2)$$

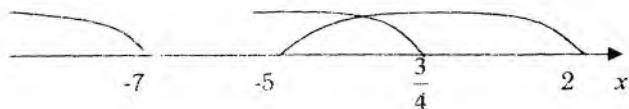
ечимга эга, иккинчи система эса



$$x \in (-\infty; \frac{3}{4}] \quad \text{ечимга эга.}$$

Бундан ва охириги системадан

$$\begin{cases} x \in (-\infty; -7] \cup [-5; 2) \\ x \in (-\infty; \frac{3}{4}] \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; -7] \cup [-5; \frac{3}{4}].$$



Демак, берилган тенгсизликлар системасининг ечимлар тўплами

$x \in (-\infty; -7] \cup [-5; \frac{3}{4}]$  оралиқлардан иборатдир.

Жавоб.  $x \in (-\infty; -7] \cup [-5; \frac{3}{4}]$ .

## 10 - §. Тенглик ва тенгсизликларни исботлаш.

Тенгсизликларни исбот қилиш учун ўзгарувчининг тенгсизлик аниқланган соҳасидаги барча қийматларида шу тенгсизликнинг тўғри тенгсизликка айланишини кўрсатиш керак.

Тенгсизликларни исбот қилиш учун турли хил усуллардан фойдаланиш мумкин:

1. Тенгсизлик ишорасининг хоссаларидан фойдаланиб исботлаш.
2. Маълум тенгсизликлардан фойдаланиб исботлаш.
3. Алгебраик ифодалар устида қўшиш, айириш ва кўпайтириш амалларини қўллаб исботлаш.
4. Тескарисини фараз қилиб исботлаш.
5. Математик индукция усулидан фойдаланиб исботлаш.

### 10.1 Тенгсизлик ишораларининг хоссаларидан фойдаланиб исботлаш.

**1-Мисол.** Агар  $x > 0, y > 0$  бўлса  $x^3 + y^3 \geq x^2y + xy^2$  булишини исботланг.

**Исбот.** Тенгсизликнинг ўнг томонидаги хадларнинг қарама - қарши ишора билан чап томонга ўтказамиз  $x^3 + y^3 - x^2y - xy^2 \geq 0$

Бундан  $x^2(x - y) - y^2(x - y) \geq 0 \Leftrightarrow (x - y)(x^2 - y^2) \geq 0$  ёки  $(x - y)^2(x + y) \geq 0$ . Бундай тенгсизлик шартига кура  $x > 0, y > 0$  бўлганда ўринлидир. Агар  $x = y$  бўлса тенглик шarti-бajarилadi

**2-Мисол.** Агар  $a \geq 0, b \geq 0$  бўлса,

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \quad (1)$$

бўлишини исботланг

**Исбот.** Қуйидаги айирмани қараймиз:

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{a+b - 2\sqrt{ab}}{2} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{2}$$

Бундай шартга кўра  $a \geq 0, b \geq 0$   $\frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{2} \geq 0$  бўлади.

Демак,

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

тенгсизликини исботлайди. Агар  $a = b$  бўлса  $\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$ .

Шундай қилиб иккита манфий бўлмаган соннинг ўрта арифметиги уларнинг ўрта геометригидан кичик эмас.

## 10.2. Маълум тенгсизликлардан фойдаланиб исботлаш.

**3-Мисол.** Агар  $a > 0, b > 0$  бўлса,

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2 \quad (2)$$

бўлишини исботланг

**Исбот.**  $\frac{a}{b} > 0$  ва  $\frac{b}{a} > 0$  бўлганлиги учун (1) кўра  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2\sqrt{\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a}}$

ўринли бўлади. Бундан  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$  келиб чиқади

Демак, иккита мусбат ўзаро тескари сонлар йиғиндиси иккидан кичик эмас яъни  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$  исботланди

**4-Мисол.** Агар  $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0, d \geq 0$  бўлса,

$$\frac{a+b+c+d}{4} \geq \sqrt[4]{abcd} \quad (3)$$

бўлишини исботланг.

**Исбот.** (1) тенгсизликка кўра  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$  ва  $\frac{d+c}{2} \geq \sqrt{cd}$

бўлади. Бундан

$$\frac{a+b+c+d}{4} = \frac{1}{2} \left( \frac{a+b}{2} + \frac{c+d}{2} \right) \geq \frac{\sqrt{ab}}{2} + \frac{\sqrt{cd}}{2} \geq \sqrt{\sqrt{ab}\sqrt{cd}} \geq \sqrt[4]{abcd} \quad \text{ҳосил}$$

киламиз.

Демак,  $\frac{a+b+c+d}{4} \geq \sqrt[4]{abcd}$  исботланди.

Тенгсизликдаги тенглик белгиси  $a = b = c = d$  бўлганда бажарилади.

**5-Мисол.** Агар  $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$  бўлса,  $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$  (4)

бўлишини исботланг

**Исбот.** Берилган тенгсизликнинг чап томонига қўйидагича алмаштириш қиламиз

$$d = \frac{a+b+c}{3} = \frac{a+b+c + \frac{a+b+c}{3}}{4} = \frac{a+b+c+d}{4}$$

(3) га кўра эса  $\frac{a+b+c+d}{4} \geq \sqrt[4]{abcd}$  ёки  $d \geq \sqrt[4]{abcd} \Leftrightarrow d^4 \geq abcd$

бўлади.

а) Агар  $d=0$  бўлса у ҳолда  $a=b=c=0$  бўлиб исботланаётган тенгсизлигимиз бажарилади

б) Агар  $d \neq 0$  бўлса у ҳолда  $d^4 \geq abcd$  тенгсизликдан  $d^3 \geq abc$  ёки  $d \geq \sqrt[3]{abc}$  ҳосил қиламиз

Бундан  $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$  тенгсизликнинг туғрилиги исботланади.

Агар  $a=b=c$  бўлса, тенглик шarti бажарилади

### 10.3. Алгебраик ифодалар устида қўшиш айириш ва кўпайтириш амалларини қўллаб исботлаш

**6-Мисол.** Агар  $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ , бўлса у ҳолда  $a+b+c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac}$  (5)

бўлишини исботланг.

**Исбот.**  $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$  тенгсизликлар учун  $a+b \geq 2\sqrt{ba}$ ,  $b+c \geq 2\sqrt{bc}$ ,  $a+c \geq 2\sqrt{ac}$  ўринлидир.

Буларни хадма-хад қўшиб  $(a+b) + (a+c) + (b+c) \geq 2\sqrt{ba} + 2\sqrt{bc} + 2\sqrt{ac}$  ҳосил қиламиз.

Бундан

$$2(a+b+c) \geq 2(\sqrt{ba} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac})$$

ёки

$$a+b+c \geq \sqrt{ba} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac}$$

исботланди. Агар  $a=b=c$  бўлса тенглик шarti бажарилади.

**7-Мисол.** Агар  $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ , бўлса у ҳолда

$$(a+b)(b+c)(a+c) \geq 8abc \quad (6)$$

бўлишини исботланг.

**Исбот.** Мусбат  $a, b, c$  сонлар учун, ушбу тенгсизликлар  $a+b \geq 2\sqrt{ba}$ ,  $b+c \geq 2\sqrt{bc}$ ,  $a+c \geq 2\sqrt{ac}$  ўринлидир. Бу тенгсизликларни хадма хад кўпайтириб  $(a+b)(a+c)(b+c) \geq 8\sqrt{ba}\sqrt{bc}\sqrt{ac}$  ҳосил қиламиз. Бундан  $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$  шartга кўра  $(a+b)(a+c)(b+c) \geq 8abc$  ҳосил бўлади.



## 10.4. Турли хил тенгсизликларни исботлаш.

**8-Мисол.** Ихтиёрый  $n \in N$  сон учун

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < 2 \quad (7)$$

бўлишини исботланг.

**Исбот.** Ихтиёрый натурал  $k \quad 2 \leq k \leq n$  сони учун  $\frac{1}{k^2} < \frac{1}{k(k-1)}$

ўринлидир. Бундан фойдаланиб, берилган тенгсизликни қуйидагича ёзиб оламиз:

$$\begin{aligned} \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} &< 1 + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n-1)} = \\ &= 1 + (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + \dots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}) = 2 - \frac{1}{n} < 2 \end{aligned}$$

Демак (7) тенгсизлик исботланди.

**9-Мисол.** Агар  $n \in N$  бўлса, у ҳолда

$$\sqrt[n]{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n} < \frac{n+1}{2} \quad (8)$$

бўлишини исботланг.

**Исбот.** Ўрта арифметик ва ўрта геометрикларни боғловчи тенгсизликка кўра  $\sqrt[n]{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n} < \frac{1+2+\dots+n}{n} = \frac{(n+1)n}{2n} = \frac{n+1}{2}$  бўлади. бу ерда 1, 2, ..., n турли хил сонлар бўлгани учун қатъий тенгсизлик олинган, ҳамда  $1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$  тенгликдан фойдаланилган. Демак,

$\sqrt[n]{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n} < \frac{n+1}{2}$  ўринли экан. Берилган тенгсизлик исбот бўлди.

**10-Мисол.** Агар  $n \in N$  бўлса, у ҳолда

$$1 + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n} < 3 \quad (9)$$

бўлишини исботланг.

**Исбот.** Агар  $k \geq 3$  бўлса, ушбу тенгсизлик ўринлидир:

$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n} < \frac{1}{2^{k-1}}$$

Бундан берилган тенгсизликнинг  $n \geq 3$  учун исботлаймиз

$$\begin{aligned} 1 + \frac{1}{1 \cdot 2} + \dots + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n} &< 1 + 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} = 1 + 1 + (1 - \frac{1}{2}) + \dots + (\frac{1}{2^{n-2}} - \frac{1}{2^{n-1}}) = \\ &= 3 - \frac{1}{2^{n-1}} < 3 \end{aligned}$$

Демак, берилган тенгсизлик  $n \geq 3$  учун исботланди. Агар  $n=1$  ва  $n=2$  бўлган ҳолларда бу қийматларни тўғридан тўғри тенгсизликка қўйиб текшириб кўриш мумкин, яъни

$$a) n=1 \Rightarrow 2 < 3;$$

$$b) n=2 \Rightarrow 1+1+\frac{1}{1.2} = 2,5 < 3$$

Шундай қилиб берилган тенгсизликни тўғрилигини тўлалигича исботланди.

**11-Мисол.** Ихтиёрий  $r > 1$  рационал сон учун

$$(1+r\alpha)^r > 1+r\alpha \quad (\alpha > 0) \quad (10)$$

тенгсизлик ўринли бўлишини исботланг.

**Исбот.** Агар  $r = \frac{p}{q} > 1$  қисқармайдиган каср сон бўлса, у ҳолда

$\underbrace{(1+r\alpha), (1+r\alpha), \dots, (1+r\alpha)}_q$  ва  $\underbrace{1, 1, \dots, 1}_{(p-q)}$  сонлар учун ўрта арифметик ва

ўрта геометрикларни қўллаб  $\sqrt[q]{(1+r\alpha)^q} < 1 + \frac{qr\alpha}{p} = 1 + \alpha$  ҳосил қиламиз.

Бундан  $1+r\alpha < (1+r\alpha)^{\frac{p}{q}} = (1+r\alpha)^r$  ёки  $(1+r\alpha)^r > 1+r\alpha$  исботланди.

Ушбу  $(1+r\alpha)^r > 1+r\alpha$  тенгсизликка Бернулли тенгсизлиги дейилади.

**12-Мисол.** Агар  $a \geq 0, b \geq 0$  бўлса, у ҳолда  $4(a^3 + b^3) \geq (a+b)^3$  тенгсизлик ўринли бўлишини исботланг.

**Исбот.** Қуйидаги айирмани қараймиз.

$$\begin{aligned} 4(a^3 + b^3) - (a+b)^3 &= 4a^3 - 4b^3 - a^3 - 3a^2b - 3ab^2 - b^3 = \\ &= 3a^3 + 3b^3 - 3a^2b - 3ab^2 = 3[(a^3 - a^2b) + (b^3 - b^2a)] = (a-b)^2 \geq 0 \quad \text{ва} \\ &= 3[a^2(a-b) - b^2(a-b)] = 3(a-b)(a^2 - b^2) = 3(a-b)^2(a+b) \\ a+b > 0 \text{ бўлганлиги учун } 4(a^3 + b^3) - (a+b)^3 &\geq 0 \text{ бўлади.} \end{aligned}$$

Бундан, берилган тенгсизликни тўғрилиги келиб чиқади, яъни (11) тенгсизлик исботланди.

**13-Мисол.**  $x$  ва  $y$  нинг барча қийматларида

$$5x^2 + 4xy + y^2 + 2x > -5 \text{ ўринли бўлишини исботланг.}$$

**Исбот.** Берилган тенгсизликка тенг кучли тенгсизликни ёзамиз.

$$5x^2 + 4xy + y^2 + 2x + 5 > 0 \Leftrightarrow (4x^2 + 4xy + y^2) + (x^2 + 2x + 1) + 4 > 0$$

$$\Leftrightarrow (4x + y)^2 + (x+1)^2 + 4 > 0.$$

Бундан  $(4x + y)^2 \geq 0, (x+1)^2 \geq 0, 4 > 0$  эътиборга олиб, берилган тенгсизликнинг  $x$  ва  $y$  нинг барча қийматларида бажарилиши келиб чиқади. Тенгсизлик исботланди.

**14-Мисол.**  $a$  ва  $b$  нинг барча қийматларида  $a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b$  тенгсизлик ўридли бўлишини исботланг.

**Исбот.** Тенгсизликнинг иккала томонини 2 га кўпайтириб унга тенг кучли тенгсизликни ёзамиз:

$$2a^2 + 2b^2 + 2 \geq 2ab + 2a + 2b \Leftrightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2 - 2ab - 2a - 2b \geq 0 \\ \Leftrightarrow (a^2 + 2ab + b^2) + (a^2 - 2a + 1) + (b^2 - 2b + 1) \Leftrightarrow (a - b)^2 + (a - 1)^2 + (b - 1)^2 \geq 0.$$

Бундан  $(a - b)^2 \geq 0$ ,  $(a - 1)^2 \geq 0$ ,  $(b - 1)^2 \geq 0$  тенгсизликлар  $a$  ва  $b$  нинг барча қийматларида бажарилишини эътиборга олиб, берилган тенгсизликни тўғрилиги келиб чиқади. тенгсизлик исботланди.

## 10.5. Математик индукция усули ва унинг ёрдамида тенглик ва тенгсизликларни исботлаш.

Математик индукция усули математика физика химия ва бошқа табиий фанларда кенг қўлланиладиган усулдир. Аввало бу усул ўзининг содда бўлган ғояси билан эътиборга сазовор. Икинчидан бу усул исботланаётган тасдиқ (гипотеза)нинг аниқ баёини келтиришда ҳам характерлидир.

Одатда бирер жараён ёки воқеа тўғрисида фикр юригишнинг икки формаси фарқ қилинади. Булар дедуктив ва индуктив фикрлашлардир.

**1-Таъриф.** Фикрлашнинг умумий тасдиқларидан хусусий тасдиқлашга ўтиш формаси дедукция дейилади. дедукция сўзи мантикий хулосани билдиради.

**15-Мисол.** А. Бир ва ўздан бошқа бўлувчиларга эга бўлган сонлар мураккаб сонлар тўпламини ташкил этади.

В. 12 сони 1 ва 12 дан бошқа 2, 3, 4 га бўлинади.

С. 12 мураккаб сон.

Бу ерда А умумий тасдиқдан В тасдиқ ёрдамида С хусусий тасдиқ ҳосил қилинди.

**2-Таъриф.** Фикрлашнинг хусусий тасдиқларидан умумий тасдиқларга ўтиш формаси индукция дейилади.

**16-Мисол.** А. 120 сони 5 га бўлинади.

В. нол билан тугайдиган барча сонлар 5 га бўлинади. Бу ерда (А) хусусий тасдиқдан (В) умумий тасдиқ ҳосил қилинади. В тасдиқ тўғридир.

**17-Мисол.** А. 130 сони 5 га бўлинади.

В. Барча уч хонали сонлар 5 га бўлинади.

Бу ерда (А) хусусий тасдиқдан (В) умумий тасдиққа ўтилди. В тасдиқ нотўғридир.

Ушбу мисоллардан кўринадики индукция тўғри ҳамда нотўғри хулосаларга олиб келиши мумкин.

Дедукция ва индукция бир бирини тўлдирувчи фикрлаш формаларидир. Хақиқатан ҳам исботлаш керак бўлган тасдиқлар индуктив йўл билан ҳосил қилинса бу тасдиқнинг тўғрилигини исботлаш дедуктив усул ёрдамида кўрсатилди.

**18-Мисол.** 2 сонининг кетма-кет келган 3 та даражасини йиғиндисини қараймиз:

$$2^1 + 2^2 + 2^3 = 14$$

ҳосил бўлган сон 7 га бўлинади. Энди

$$2^2 + 2^3 + 2^4 = 28$$

ҳосил бўлган сон, яна 7 га қаррали. Навбатдаги даражаларни қўшайлик

$$2^3 + 2^4 + 2^5 = 56$$

ҳосил бўлган сон яна 7 га қаррали.

Бажарилганларга асосланиб ушбу гипотезани айтиш мумкин.

2 сонининг ихтиёрий учта кетма-кет келган даражасининг йиғиндиси 7 га қарралидир, яъни  $\forall n \in \mathbb{N}$  учун  $2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2}$  йиғинди 7 га қолдиқсиз бўлинади.

**19-Мисол.** Ушбу кўпхадни қарайлик:

$$P_3(x) = x^2 + x + 41.$$

Бу кўпхадга  $x$  ўрнига кетма-кет  $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5$  сонларни қўяйлик, натижада ушбу

$$P_3(0) = 41; P_3(1) = 43; P_3(2) = 47; P_3(3) = 53; P_3(4) = 61; P_3(5) = 71;$$

$$P_3(-1) = 41; P_3(-2) = 43; P_3(-3) = 47; P_3(-4) = 53; P_3(-5) = 61$$

туб сонлар ҳосил бўлади. шунингдек  $x$  ўрнига  $\pm 6, \pm 7, \pm 8$  ларни қўйсак:

$$P_3(-6) = 71; P_3(6) = 83; P_3(-7) = 83; P_3(7) = 97; P_3(-8) = 97;$$

$$P_3(8) = 113$$

туб сонлар ҳосил бўлади.

Олинган натижаларга асосланиб ушбу тасдиқларни айтиш мумкин:  $P_3(x)$  уч хадга  $x$  ўрнига ихтиёрий бутун сонни қўйиш натижасида туб сон ҳосил бўлади.

18 ва 19 мисолларда тасдиқ (гипотезалар) индукция ёрдамида ҳосил қилинади, аммо юритилган мулоҳазалар келтирилган гипотезаларнинг исботи бўлиб хизмат қила олмайди.

Аввал такидлаганимиздагидек индукция ёрдамида очилган қонуниятлар тўғри бўлиши ҳам, нотўғри бўлиши ҳам мумкин. Шу сабабли ҳосил қилинган тасдиқлар бирор дедуктив усул ёрдамида қатъий исботланиши лозим. 18 мисолда ҳосил қилинган гипотеза тўғри чунки  $2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2} = 2^n \cdot 7$ .

19-мисолда ҳосил қилинган гипотеза тўғри эмас, чунки шундай мусбат бутун  $x_0$  сонни топish мумкинки,  $P_3(x_0)$  туб сон бўлмайди. Бундан  $x_0$

сифатида  $x_0 = 40$  ни олиш мумкин. У ҳолда  $P_3(40) = 1681 = 41^2$  мураккаб сон. Шунингдек,  $x_0 = -41$  бўлса  $P_3(-41) = 1681 = 41^2$ .

Шуни таъкидлаш лозимки, айрим хусусий ҳолларда тўғри бўлган тасдиқлар исталган  $n$  натурал сон учун тўғри бўлмаслиги мумкин.

**3-Таъриф.** Тасдиқ жараёнида бир нечта хусусий ҳолларнинг тўғрилигига асосланиб хулоса чиқариш тўламас индукция дейилади.

**20-Мисол.**  $2^{2^n} + 1$  кўринишдаги сонлар  $n$  нинг барча қийматларида туб сон бўлади" деган П. Ферми гипотезаси нотўғри. Ҳақиқатан ҳам,  $2^{2^n} + 1$  сони  $n = 0, 1, 2, 3, 4$  бўлганда туб сонлар бўлади, яъни  $2^{2^0} + 1 = 3$ ;  $2^{2^1} + 1 = 5$ ;  $2^{2^2} + 1 = 17$ ;  $2^{2^3} + 1 = 257$ ;  $2^{2^4} + 1 = 65537$ .

Лекин  $n = 5$  учун  $2^{2^5} + 1 = 641 \cdot 6700417$  мураккаб сон бўлади. Бу эса П. Ферма гипотезасининг нотўғрилигини кўрсатади.

**21-Мисол.** "Ҳар қандай тоқ  $k$  ва ихтиёрий  $n$  натурал сон учун  $n^k - n$  сони  $k$  га бўлинади" деган тасдиқ нотўғри. Ҳақиқатан ҳам,  $n^3 - n$  сони 3 га;  $n^5 - n$  сони 5 га,  $n^7 - n$  сони 7 га бўлинади. Лекин  $n = 2$ ,  $k = 9$  учун  $2^9 - 2 = 510$  сони 9 га бўлинмайди.

Тасдиқни барча  $n$  лар учун тўғрилигини исботлашда тўла математик индукция усулидан фойдаланамиз.  $A(n)$  тасдиқ берилган бўлсин.

**4-Таъриф.** Барча хусусий ҳолларни таҳлил қилиш орқали мулоҳаза юритиш тўла математик индукция дейилади.

Тасдиқларни тўла математик индукция усули ёрдамида исботлаш қондаси:

- 1) берилган  $A(n)$  тасдиқ (гипотеза)ни  $n = 1$  учун тўғрилиги исботланади.
  - 2) берилган  $A(n)$  тасдиқни  $n = k$ ,  $\forall k \in N$  учун тўғри бўлсин деб фараз қилиб, унинг тўғрилигини  $n = k + 1$  учун исботланади.
- 1) ва 2) бандларга ва тўла математик индукция принципига кўра  $A(n)$  мулоҳаза ихтиёрий натурал  $n$  сонлар учун тўғри деб хулоса қилинади.

**22-Мисол.** Ихтиёрий  $n$  натурал сон учун  $a_n = n^3 + 3n^2 + 5n$  сон 3 га бўлинишини исботланг.

**Исбот.** 1) Агар  $n = 1$  бўлса, у ҳолда  $a_1 = 1^3 + 3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 = 9$ , демак  $a_1$  3 га бўлинади. яъни тасдиқ  $n = 1$  учун тўғри.

2) Ихтиёрий  $k$  натурал сон учун  $a_k = k^3 + 3k^2 + 5k$  сон 3 га бўлинсин деб фараз қилиб, унинг  $n = k + 1$  учун  $a_{k+1} = (k + 1)^3 + 3(k + 1)^2 + 5(k + 1)$  сонини 3 га бўлинишини исботлаймиз.

Ҳақиқатан  
 $a_{k+1} = (k + 1)^3 + 3(k + 1)^2 + 5(k + 1) = k^3 + 3k^2 + 3k + 1 + 3k^2 + 6k + 3 + 5k + 5 = (k^3 + 3k^2 + 5k) + 3(k^2 + 3k + 3) = a_k + 3(k^2 + 3k + 3)$ . Бундан

$a_{k+1} = a_k + 3(k^2 + 3k + 3)$  сонининг ҳар бир қўшилувчиси 3 га бўлинади, чунки  $a_k$  фарзга кўра 3 га бўлинади,  $3(k^2 + 3k + 3)$  ҳад натурал сон бўлиб 3 га кўпайтирилган. Демак йиғинди ҳам 3 га бўлинади.

Бундан тўла индукция принципига ва 1), 2) пунктларига кўра  $a_n$  сони ихтиёрий  $n$  натурал сон учун 3 га бўлинади. Тасдиқ исботланди.

**23-Мисол.** Ихтиёрий  $n$  натурал ва  $a \geq -1$  сонлар учун

$$(1+a)^n \geq 1+na \quad (12)$$

тенгсизлик ўринли бўлишини исботланг.

**Исбот.** 1) Агар  $n=1$  бўлса, у ҳолда  $1+a \geq 1+a$ , демак тенгсизлик  $n=1$  учун тўғри.

2) Ихтиёрий  $n=k$  натурал сон учун

$$(1+a)^k \geq 1+ka \quad (13)$$

тўғри бўлсин. Бу тенгсизлик ёрдамида

$$(1+a)^{k+1} \geq 1+(k+1)a \quad (14)$$

тўғрилигини исботлаймиз. Ушбу тенгсизлик  $a = -1$  да бажарилади, яъни  $0 \geq -k$ ,  $\forall k \in \mathbb{N}$ . Энди  $a > -1$  ҳолини кўрамиз. У ҳолда (13) тенгсизликни иккала томонини  $a+1 > 0$  га кўпайтириб

$$(1+a)^{k+1} \geq (1+ka)(a+1) = 1+(k+1)a+ka^2 \geq 1+(k+1)a \quad \text{ёки}$$

$(1+a)^{k+1} \geq 1+(k+1)a$  тенгсизликни ҳосил қиламиз. Демак (14) тенгсизлик тўғри.

Шундай қилиб тўла математик индукция принципига ва 1), 2) дан (12) тенгсизликнинг ўринлилиги келиб чиқади. (12) тенгсизлик исботланди.

Индуктив мулоҳазалар ёрдамида баён этилган тасдиқ, кўпинча барча натурал  $n$  сонлар учун ўринли бўлмасдан, бирор  $p$  ( $p > 1$ ) натурал сондан бошлаб ўринли бўлиши мумкин.

**5-Таъриф.**  $B(n)$  тасдиқни  $n \geq p > 1$  натурал сонлар учун тўғрилигини исботлаш умумлашган математик индукция усули дейилади.

Тасдиқларни умумлашган математик индукция усули ёрдамида исботлаш қоидаси:

1) Берилган  $B(n)$  тасдиқни  $n=p$  учун тўғрилиги исботланади.

2) Берилган  $B(n)$  тасдиқ  $n=k$  ( $k \geq p$ ) учун тўғри бўлсин деб фараз қилиб, унинг тўғрилигини  $n=k+1$  учун исботлаймиз.

1) ва 2) бандларга ва умумлашган математик индукция принципига кўра  $B(n)$  мулоҳаза ихтиёрий натурал  $n$  ( $n \geq p$ ) сонлар учун тўғри деб хулоса қилинади.

**24-Мисол.**  $n$  натурал сонни барча қийматларида

$$2^n > n^2 \quad (15)$$

тенгсизлик ўринли бўлишини исботланг.

**Исбот.** Тенгсизлик  $B(2), B(3), B(4)$ лар учун ўринли эмаслиги (15) дан кўриниб турибди. Яъни  $2^2 = 2^2, 2^3 < 3^2, 2^4 = 4^2$ . Лекин  $n=1$  учун (15) тенгсизлик ўринлидир. Умумлашган математик индукция қоидасига кўра:

1)  $n=5$  бўлсин. У ҳолда  $2^5 > 5^2$  яъни  $B(5)$  ўринли.

2)  $n=k$  ( $k \geq 5$ ) да  $2^k > k^2$  (16)

ўринли бўлсин, яъни  $B(k)$  бажарилсин.  $n=k+1$  да

$$2^{k+1} > (k+1)^2 \quad (17)$$

тенгсизлик бажарилишини исботлаймиз. Шу мақсадда (16) нинг иккала томонини иккига кўпайтириб, қуйидагини ҳосил қиламиз.

$$2^{k+1} = 2 \cdot 2^k > 2k^2 \quad (18)$$

$$k \geq 5 \text{ да } 2k^2 > (k+1)^2 \quad (19)$$

тенгсизлик ўринли. Ҳақиқатан ҳам

$2k^2 - (k+1)^2 > 0 \Leftrightarrow k^2 - 2k - 1 > 0 \Leftrightarrow (k-1)^2 - 2 > 0$  тенгсизлик  $k \geq 5$  да бажарилади. Шундай қилиб, (18) ва (19) дан қуйидаги келиб чиқади  $2^{k+1} > (k+1)^2$ . Демак, (17) тенгсизлик тўғри

Бундан эса 1) ва 2) бандларга ва умумлашган математик индукция принципига кўра (15) тенгсизликнинг  $n=1$  ва  $n \geq 5$  натурал сонлар учун тўғрилиги келиб чиқади.

## 10.6. Тенгсизликларни исботлашда қўлланиладиган тенгсизликлар:

1) Ихтиёрий ҳақиқий  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  сонлар учун

$$\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2} \leq |a_1| + |a_2| + |a_3| + \dots + |a_n| \quad (12)$$

ўринли;

2) Ихтиёрий ҳақиқий  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  ва  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$  сонлар учун

$$\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2} - \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2} \leq |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + \dots + |a_n - b_n| \quad (13)$$

ўринли;

3) Ихтиёрий ҳақиқий  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  ва  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$  сонлар учун

$$\sqrt{(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + \dots + (a_n - b_n)^2} \leq \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2} + \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2} \quad (14)$$

ўринли;

4) Ихтиёрий манфий бўлмаган  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  сонлар учун

$$\sqrt[n]{a_1 a_2 a_3 \dots a_n} \leq \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n} \quad \text{ўринли};$$

5) Агар  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  мусбат сонлар бўлиб,  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  сонларнинг

$A_n = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$  - ўрта арифметиги

$G_n = \sqrt[n]{a_1 a_2 a_3 \dots a_n}$  - ўрта геометриги

$H_n = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}$  - ўрта гармониги ва

$S_n(m) = \sqrt[m]{\frac{a_1^m + a_2^m + a_3^m + \dots + a_n^m}{n}}$  - ўрта даражаси бўлса, у ҳолда

$A_n, G_n, H_n$  ва  $S_n(2)$  сонлари орасида ушбу тенгсизлик  $S_n(2) \geq A_n \geq G_n \geq H_n$  ўринли бўлади;

6) Агар  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  ва  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$  камаймайдиган (ўсмайдиган) сонлар кетма - кетлиги бўлса, у ҳолда ушбу  $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}, \frac{b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n}{n} \leq \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 + \dots + a_n b_n}{n}$

Чебишев тенгсизлиги ўринлидир.

7) Агар  $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 = 1$  ва  $b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2 = 1$  бўлса, у ҳолда ушбу  $|a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n| \leq 1$  тенгсизлик ўринлидир.

8) Ихтиёрий  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  ва  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$  ҳақиқий сонлар учун ушбу Коши-Буняковский тенгсизлиги ўринлидир:

$$|a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n| \leq (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2)$$

## 10.7. Тенгсизликларни энг катта ва энг кичик қийматларини топишда қўлланилиши.

Сонларнинг ўрта арифметигини ва ўрта геометригини боғловчи тенгсизликдан қуйидаги хулосалар келиб чиқади:

1) Агар мусбат  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  сонларнинг йиғиндиси  $a$  га тенг бўлса, у ҳолда бу сонларнинг кўпайтмаси  $a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_n = \frac{a}{n}$  бўлганда энг катта  $(\frac{a}{n})^n$  қийматга эришади.

2) Агар мусбат  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  сонларнинг кўпайтмаси  $b$  га тенг бўлса, у ҳолда бу сонларнинг йиғиндиси  $a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_n = \sqrt[n]{b}$  бўлганда энг кичик  $n \cdot \sqrt[n]{b}$  қийматга эришади.

**25-Мисол.**  $f(n) = n + \frac{a}{n}$ ,  $n \in (0; +\infty)$ ,  $a > 0$  ифодани энг кичик қийматини топинг.



**Ечиш.** Сонларнинг ўрта арифметик ва ўрта геометриги орасидаги тенгсизликдан, яъни  $a_1 \geq 0, b_1 \geq 0, a_1 + b_1 \geq 2\sqrt{a_1 b_1}$  дан

$$n + \frac{a}{n} \geq 2\sqrt{n \cdot \frac{a}{n}} = 2\sqrt{a} \Leftrightarrow n + \frac{a}{n} \geq 2\sqrt{a} \text{ ҳосил қиламиз. Демак, берилган}$$

ифода  $n = \frac{a}{n}$  ёки  $n = \sqrt{a}$  да энг кичик  $2\sqrt{a}$  қийматга эришади.

**Жавоб.**  $2\sqrt{a}$ .

**26-Мисол.**  $f(n) = \frac{n^3 + n + 2}{n}, n \in (0; +\infty)$  ифодани энг кичик қийматини топинг.

**Ечиш.** Берилган ифодани қуйидагича ёзиб оламиз:

$$f(n) = n^2 + 1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n},$$

у холда  $n > 0$  ни ҳисобга олиб, (3) формулага кўра

$$f(n) = n^2 + 1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} \geq 4\sqrt{n^2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n}} = 4 \cdot 1 = 4 \text{ ёки } f(n) \geq 4 \text{ ҳосил қиламиз.}$$

Демак, берилган ифода  $n^2 = 1 = \frac{1}{n}$  ёки  $n = 1$  да  $f(n)$  ўзининг энг кичик қийматига эришади. Бу энг кичик қиймат 4 га тенг.

**Жавоб:** 4.

**27 - Мисол.**  $f(n) = n^2 \sqrt{4 - n^2}, -2 \leq n \leq 2$  ифоданинг энг катта қийматини топинг.

**Ечиш.**  $f(n) \geq 0$  бўлгани учун  $f(n)$  ва  $\frac{1}{4} f^2(n)$  ифодалар

$n$  нинг бир хил қийматида энг катта қийматга эришади. Шунинг учун  $f(n) = n^2 \sqrt{4 - n^2}$  ифодани қуйидагича ёзиб оламиз:

$$\frac{1}{4} f^2(n) = \frac{n^4}{4} (4 - n^2) = \frac{1}{2} n^2 \cdot \frac{1}{2} n^2 (4 - n^2)$$

бу тенгликнинг ўнг томони ва (4) формуладан

$$\frac{1}{4} f^2(n) = \frac{n^4}{4} (4 - n^2) = \frac{1}{2} n^2 \cdot \frac{1}{2} n^2 (4 - n^2) \leq \frac{(\frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{2} n^2 + 4 - n^2)^3}{27} = \frac{4^3}{27} = \frac{64}{27}$$

$$\text{ёки } \frac{1}{4} f^2(n) \leq \frac{64}{27} \Leftrightarrow \frac{1}{2} f(n) \leq \frac{8}{3\sqrt{3}} \Leftrightarrow f(n) \leq \frac{16}{3\sqrt{3}}$$

ҳосил қиламиз. Демак берилган  $f(n)$  ифода  $\frac{1}{2} n^2 = 4 - n^2$  ёки  $n = \pm \frac{2\sqrt{6}}{3}$

тенг бўлганда энг катта қийматга эришади. Яъни  $f(\pm \frac{2\sqrt{6}}{3}) = \frac{16\sqrt{3}}{9}$ .

Жавоб.  $\frac{16\sqrt{3}}{9}$ .

**28-Мисол.** Агар  $a_1^2 + a_2^2 \leq 2$  ва  $b_1^2 + b_2^2 \leq 4$  бўлса,  $A = a_1b_1 + a_2b_2$  ифоданинг энг катта ва энг кичик қийматларини топинг.

**Ечиш.** Коши-Буняковский тенгсизлигига кўра  $A^2 = (a_1b_1 + a_2b_2)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2)(b_1^2 + b_2^2)$  тенгсизлик ўринли. У ҳолда масаланинг шартига кўра эса  $A^2 \leq 8$  ёки  $|A| \leq 2\sqrt{2}$ .

Демак, агар  $a_1 = a_2 = 1$  ва  $b_1 = b_2 = \sqrt{2}$  бўлса у ҳолда  $a_1b_1 + a_2b_2$  ифоданинг энг катта қиймати  $2\sqrt{2}$  га тенг;

Агар  $a_1 = a_2 = -1$  ва  $b_1 = b_2 = \sqrt{2}$  бўлса, у ҳолда  $a_1b_1 + a_2b_2$  ифоданинг энг кичик қиймати  $-2\sqrt{2}$  га тенг бўлади.

Жавоб: энг катта қиймати  $2\sqrt{2}$ ;

энг кичик қиймати  $-2\sqrt{2}$ .

## ЎТИЛГАН МАВЗУЛАР БЎЙИЧА ТЕСТ-4 .

1. Тенгсизликнинг бутун ечимлар йиғиндисини топинг.

$$3x^2 - 8x \leq -4 .$$

- A) 0    B) 6    C) 2    D) 3    E) 20

2. Тенгсизликни ечинг.

$$(x-2)(x+2) - x(x+3) < x^2 - 8.$$

- A)  $(-\infty; 1) \cup (4; \infty)$     B) (1; 4)    C)  $(-\infty; -4) \cup (1; \infty)$     D) (-4; 1)    E)  $\emptyset$

3. Тенгсизликнинг бутун ечимларини ўрға арифметигини топинг.

$$x(x+1)(x+3)(x-1) \leq 0.$$

- A) -1    B) -1,25    C) аниқлаб бўлмайди    D) 0    E) -2

4. Тенгсизлик нечта бутун ечимга эга

$$(x^2+x)^2(x-1)(2-x)^3(x+2)^4 \geq 0.$$

- A) 2    B) 3    C) 5    D) 6    E) чексиз кўп

5. Тенгсизликни ечинг.

$$(x^2-9)^2(x+1)(x^2-2x-3)(x-1) \leq 0.$$

- A) [1; 3]    B)  $[1; 3] \cup \{-1\}$     C)  $\emptyset$     D)  $\{-3; -1\}$     E)  $\{-3; -1\} \cup [1; 3]$ .

6. Тенгсизликнинг энг катта бутун ечими энг кичик бутун ечимидан қанчага катта?

$$(x^2-5)(10x-x^2-25)(10x+x^2+25) > 0.$$

- A) 2    B) 4    C) 6    D) 1    E) аниқлаб бўлмайди.

7.  $a$  нинг қандай қийматларида  $ax - 8a < -2(x - \frac{3}{2})$  тенгсизлик  $x$  нинг барча қийматларида ечимга эга бўлмайди.

- A) 0    B) -1    C) 2    D) -2    E)  $-\frac{3}{8}$ .

8.  $a$  нинг қандай қийматида  $(2x-a)(2x-1) > 0$  тенгсизликнинг ечимлар тўплами  $(-\infty; \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}; \infty)$  оралиқдан иборат бўлади.

- A)  $\frac{1}{2}$     B) 1    C)  $-\frac{1}{2}$     D)  $\frac{1}{4}$     E)  $1\frac{1}{2}$

9.  $a$  нинг  $ax^2 + 3x + a + 2 < 0$  тенгсизлик ечимга эга бўлмайдиган бутун қийматлари орасидан энг кичигини топинг.

- A) 1    B) 2    C) -3    D) -2    E) энг кичиги йўқ

10.  $x^2 - ax - 3(a+3) = 0$  квадрат тенглама иккита мусбат ечимга эга бўладиган  $a$  нинг барча қийматларини топинг.

- A)  $(-\infty; 0)$     B)  $(-\infty; \infty)$     C)  $(-3; \infty)$     D) (0; 3)    E)  $(-\infty; -3) \cup (0; \infty)$

11.  $x^2 - 4x + a + 1 = 0$  квадрат тенглама  $x_1$  ва  $x_2$  ечимларга эга бўлса,  $x_1 > 1$  ва  $x_2 > 1$  шартларни қаноатлантирувчи  $a$  нинг барча қийматларини топинг

- A)  $(-\infty; 3]$     B) (2;  $\infty$ )    C) (2; 3]    D)  $\emptyset$

12.  $a$  нинг қандай қийматларида

$$\begin{cases} 2ax \geq 6a - 4 \\ ax \leq 4a + 3 \end{cases} \text{ тенгсизликлар системаси ечимга эга бўлмайди}$$

- А)  $\{-5\}$  В)  $(-\infty, 5) \cup (0, +\infty)$  С)  $[-5, 0]$  D)  $(-\infty, -5)$  E)  $(0, \infty)$

13.  $a$  нинг қандай қийматларида

$$\begin{cases} x^2 - (a+1)x + 4 > 0 \\ x^2 + (a-2)x + 1 > 0 \end{cases} \text{ тенгсизликлар системаси } x \text{ нинг барча}$$

қийматларида ўринли бўлади.

- А)  $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$  В)  $(0; 3)$  С)  $(-3; 0)$  D)  $(-5; 3) \cup (3; 4)$  E)  $(0; 4)$

14. Тенгсизликнинг энг кичик натурал ва энг кичик бутун ечимлар айирмасини топинг.

$$\frac{(x-2)(x-8)}{x+3} \geq 0.$$

- А) 3 В) 4 С) 1 D) -1 E) 7

15. Ушбу  $\frac{x-1}{x+1} \leq \frac{1}{2}$  тенгсизликнинг туб ечимлари кўпайтмасини топинг.

- А) 3 В) 2 С) 0 D) 6 E) 5

16.  $\frac{x^2(x-1)^4}{(x+7)^3(10-x)^5} \leq 0$  тенгсизликнинг энг кичик натурал ечимни топинг.

- А) 9 В) 2 С) 3 D) 10 E) 1

17. Тенгсизликлар системасини ечинг.

$$\begin{cases} \frac{x^2 + 10x + 25}{4x - 5} \geq 0 \\ (x-5)(x^2 - 6x + 9) \leq 0 \end{cases}$$

18.  $f(x) = x + \frac{8}{x}$ ,  $x \in (0; +\infty)$  функциянинг энг кичик қийматини топинг.

- А) 8 В)  $4\sqrt{2}$  С)  $2\sqrt{2}$  D)  $\sqrt{2}$  E) 4

19. Агар  $x_1^2 + x_2^2 \leq 4$  ва  $y_1^2 + y_2^2 \leq 16$  бўлса  $x_1y_1 + x_2y_2$  ифоданинг энг катта қийматини топинг.

- А) 8 В) 64 С)  $2\sqrt{2}$  D) аниқлаб бўлмайди E)  $4\sqrt{2}$

20.  $a = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 28$  ва  $b = 28^{14}$  сонларни таққосланг.

- А)  $a = b$  В)  $a < b$  С)  $a = b + 14$  D)  $a > b$  E)  $a = b - 14$

## IV–БОБни мустаҳкамлаш учун машқлар.

1.  $x$  нинг исталган қийматида тенгликнинг тўғрилигини исботланг.

- 1)  $x+1 > 3(x-1) - 2x$ ;                      5)  $(x+2)(x+4) > (x+1)(x+5)$ ;  
2)  $2(x-1) < x - (1-x) + 1$ ;                6)  $(x+5)(x+3) > (x-2)(x+10)$ ;  
3)  $x^2 > (x+1)(x-1)$ ;                        7)  $-(x-2)^2 < (2-x)(2+x) + 4x$ ;  
4)  $x^3 < (x+1)(x^2 - x + 1)$ ;                8)  $(3x-2)(x+2) < (1+2x)^2$ .

2. Исботланг:

- 1) агар  $x(x+2) < (x-2)(x+3)$  бўлса, у ҳолда  $x < -6$ ;  
2) агар  $(x-4)^2 < x(x-6)$  бўлса, у ҳолда  $x > 8$ ;  
3) агар  $x^2 - (x-1)(x+1) < x+7$  бўлса, у ҳолда  $x > -6$ ;  
4) агар  $x^3 - 1 > (x+1)(x^2 - x + 1) + x$  бўлса, у ҳолда  $x < -2$ .

3. Исботланг:

- 1) агар  $8a - 4b > 7(a-b) + 2b$  бўлса, у ҳолда  $a > b$ ;  
2) агар  $2a + 2b < 6a - 2b$  бўлса, у ҳолда  $a > b$ ;  
3) агар  $2b - 3a < 3b - 4a$  бўлса, у ҳолда  $a < b$ ;  
4) агар  $a^2 - 3(a-b) - 1 < 2(2a+b) + (a-1)(a+1)$  бўлса, у ҳолда  $b > a$ .

4. Исботланг:

- 1) агар  $a < b$  бўлса, у ҳолда  $\frac{a}{b} < 1$ ;  
2) агар  $\frac{a}{b} > 1$  бўлса, у ҳолда  $a > b$ ;  
3) агар  $\frac{a}{b} < 1$  бўлса, у ҳолда  $\frac{a}{b} > 1$ ;  
4) агар  $a^2 < 1$  бўлса, у ҳолда  $a < 1$ .

5. Исботланг:

- 1) агар  $a < 0 < b$  ва  $|a| > |b|$  бўлса, у ҳолда  $\frac{1}{a^4 + b^3} > \frac{1}{a^3} > \frac{1}{a^1 + b^3}$ ;  
2) агар  $a > b > c > 0$  бўлса, у ҳолда  $\frac{1}{a+b} < \frac{1}{a+c} < \frac{1}{a}$ ;  
3) агар  $a > 3$  ва  $b < -3$  бўлса, у ҳолда  $ab < -9$ ;  
4) агар  $xy > 0$  бўлса, у ҳолда  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$

6. Сонли тенгсизлик таърифидан фойдаланиб, қуйидаги сонларни таққосланг.

- 1) 2,8 ва 1,82;            2)  $\frac{1}{3}$  ва 0,3 ;                      3)  $\frac{13}{20}$  ва 0,45;  
4) 1,(3) ва 1,(33);        5)  $-\frac{5}{8}$  ва  $-0,7$ ;                      6)  $-1,1(6)$  ва  $-\frac{1}{6}$ ;  
7)  $-\frac{23}{50}$  ва  $-\frac{125}{1000}$ ;        8)  $-\frac{7}{9}$  ва  $-\frac{14}{15}$ .

7. Берилган тенгсизликнинг иккала қисмини кўрсатилган сонга кўпайтиринг.

- |  |                                  |
|--|----------------------------------|
| 1) $3,35 < 4,5$ ни 4 га :                                | 5) $3a > 1$ ни $\frac{1}{3}$ га; |
| 2) $\frac{7}{6} < \frac{4}{3}$ ни $-12$ га ;             | 6) $-4a < -3$ ни 0,25 га;        |
| 3) $3,8 > 2,4$ ни $-5$ га ;                              | 7) $-8a > -16$ ни $-0,125$ га;   |
| 4) $-\frac{11}{3} < -\frac{13}{4}$ ни $-\frac{1}{2}$ га; | 8) $-9a < 1$ ни 0,(1) га.        |

8. Берилган тенгсизликнинг иккала қисмини кўрсатилган сонга бўлинг.

- |   |   |
|---|---|
| 1) $-4 < 5$ ни 5 га;                          | 5) $1,2x < -4,8$ ни 1,2 га;                             |
| 2) $0,25 > 0,15$ ни $-\frac{1}{4}$ га;        | 6) $-\frac{2}{3}x > -\frac{1}{4}$ ни $-\frac{2}{3}$ га; |
| 3) $4\frac{1}{2} > -10$ ни $2\frac{1}{3}$ га; | 7) $-\frac{3}{4}x > \frac{1}{3}$ ни $-\frac{3}{4}$ га;  |
| 4) $-5\frac{1}{3} < 2\frac{5}{6}$ ни 0,8 га;  | 9) $0,(3)x > -0,(6)$ ни 0,1(6) га.                      |

9. Тенгсизликларни қўшинг:

- |   |   |
|---|---|
| 1) $4 > -6$ ва $8 > 5$ ;  | 4) $1\frac{1}{8} < 2,82$ ва $-\frac{1}{7} < \frac{1}{10}$ ; |
| 2) $-10 < 2$ ва $7 < 9$ ;   | 5) $3x + y < 2a + 1$ ва $2y - x < 1 - 2a$ ;                 |
| 3) $0,38 > -0,2$ ва $1,3 > 0,9$ ;   | 6) $3x^2 + 2y < 4a - 2$ ва $3y - 3x^2 < 3 - 4a$ ;           |
| 7) $\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y > 0,2a - \frac{3}{4}$ ва $-0,(3) + \frac{1}{2}y > 0,8a + \frac{1}{4}$ ; |   |
| 8) $\frac{7}{8}x + \frac{5}{7}y < 0,3a - 1$ ва $-\frac{1}{8}x + \frac{2}{7}y < 1$ .                     |   |

10. Тенгсизликларни айиринг:

- |  |   |
|--|---|
| 1) $7 > -2$ ва $3 < 4$ ;   | 5) $0,2x - 0,5y < 0,4a + 0,7$ ва $0,1x - 0,7y > 0,8a + 0,2$ ;   |
| 2) $0,65 < 6,25$ ва $0,8 > -2,45$ ;                                    | 6) $2x + 3y > 2a - 1$ ва $-x - 2y < 2 + 2$ ;  |
| 3) $1\frac{2}{3} > -\frac{3}{4}$ ва $-1\frac{1}{2} < \frac{3}{8}$ ;    | 7) $1\frac{1}{4}x + \frac{1}{7} < 2\frac{1}{8}y - \frac{2}{7}$ ва $-3\frac{1}{2}x + \frac{4}{7} > 1\frac{1}{16}y + \frac{5}{7}$ ; |
| 4) $-1\frac{1}{8} < 3\frac{1}{7}$ ва $3\frac{1}{2} > -1\frac{1}{14}$ ; | 8) $14,1a - \frac{1}{3}b > \frac{8}{9}$ ва $13\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b < \frac{1}{18}$ .                                       |

11. Тенгсизликларни кўпайтиринг.

- |   |  |
|---|--|
| 1) $2,8 < 3,2$ ва $3 > 4$ ;   | 5) $x - 1 > 1$ ва $x + 2 > 3$ ;  |
| 2) $1,85 > 0,5$ ва $1,5 > 0,8$ ;                                      | 6) $2x + 1 < 0,8$ ва $3x - 1 < 2,3$ ;                                      |
| 3) $3\frac{1}{3} < 4\frac{1}{8}$ ва $\frac{9}{20} < \frac{16}{15}$ ;  | 7) $x - 2 > \frac{1}{2}$ ва $x + 2 > 1\frac{1}{3}$ ;                       |
| 4) $6\frac{2}{3} > 2\frac{4}{15}$ ва $1\frac{1}{20} > \frac{5}{17}$ ; | 8) $1\frac{1}{4}x - \frac{1}{4} > 2$ ва $\frac{4}{5}x + 1 > \frac{1}{8}$ . |

12. Қўш тенгсизликларни қўшинг.

- 1)  $1,8 < 4,3 < 5,7$  ва  $-0,8 < 0 < 0,8$ ;
- 2)  $-2,3 < 1,6 < 8,3$  ва  $0 < 2,3 < 4,4$ ;
- 3)  $\frac{1}{3} < \frac{2}{3} < \frac{7}{5}$  ва  $-\frac{2}{3} < \frac{1}{6} < \frac{3}{5}$ ;
- 4)  $-1\frac{1}{2} < 2\frac{1}{3} < 4$  ва  $-3\frac{1}{3} < -1\frac{1}{6} < 0$ .

13. Қўш тенгсизликларни айиринг.

- 1)  $0,8 < 1,25 < 12,5$  ва  $1,8 > -0,3 > -2,5$ ;
- 2)  $-\frac{3}{4} < -\frac{1}{2} < \frac{1}{3}$  ва  $1\frac{1}{4} > \frac{4}{5} > -\frac{1}{2}$ ;
- 3)  $1,09 > 0,7 > 0$  ва  $-\frac{3}{4} < 0 < 1\frac{1}{4}$ ;
- 4)  $1,11 > \frac{1}{9} > -1$  ва  $-0,64 < 3\frac{4}{5} < 5$ .

14. Қўш тенгсизликларни кўпайтиринг.

- 1)  $1,125 < 2,5 < 3,5$  ва  $10 < 20 < 30$ ;
- 2)  $0,37 < 2,1 < 3\frac{1}{4}$  ва  $0,2 < 2,34 < 5,21$ ;
- 3)  $\frac{1}{4} < 2\frac{1}{3} < 3$  ва  $\frac{3}{4} < 1\frac{3}{4} < 2\frac{1}{3}$ ;
- 4)  $0,29 < 1\frac{5}{8} < \frac{23}{7}$  ва  $\frac{3}{5} < 0,75 < 7$ .

15. Сонларни таққосланг.

- 1)  $m = (0,8)^4$  ва  $n = (0,88)^4$ ;
- 2)  $m = (4\frac{1}{2})^4$  ва  $n = (5\frac{1}{4})^4$ ;
- 3)  $m = 5^2$  ва  $n = 3^2$ ;
- 4)  $m = 5^{\sqrt{3}}$  ва  $n = 7^{\sqrt{3}}$ ;
- 5)  $m = 5^{-\frac{4}{5}}$  ва  $n = 3^{-\frac{4}{5}}$ ;
- 6)  $m = 13^{-\sqrt{3}}$  ва  $23^{-\sqrt{3}}$ ;
- 7)  $m = (4,09)^{\sqrt{2}}$  ва  $n = (4\frac{3}{25})^{\sqrt{2}}$ ;
- 8)  $m = (\frac{3}{8})^{-4}$  ва  $n = (0,41)^{-4}$ ;
- 9)  $m = (\frac{4}{7})^{-\frac{1}{\sqrt{3}}}$  ва  $n = (\frac{3}{8})^{-\frac{1}{\sqrt{3}}}$ ;
- 10)  $m = (2\frac{1}{3})^5$  ва  $n = (3\frac{1}{4})^5$ .

16.  $x$  нинг қуйидаги тенгсизликни қаноатлантирувчи бутун сондан иборат энг катта қийматини тошинг.

- 1)  $x \leq -3$ ;
- 2)  $x < -7$ ;
- 3)  $x \leq 4$ ;
- 4)  $x \leq \frac{3}{7}$ ;
- 5)  $x < 2,8$ ;
- 6)  $x < -0,3$ ;
- 7)  $x \leq -1\frac{1}{9}$ ;
- 8)  $x < 4\frac{3}{8}$ ;
- 9)  $x < 6$ .

17.  $x$  нинг қуйидаги тенгсизликни қаноатлантирувчи бутун сондан иборат энг кичик қийматини топинг.

- |                             |                             |                        |
|-----------------------------|-----------------------------|------------------------|
| 1) $x \geq 3$ ;             | 4) $x \geq -2$ ;            | 7) $x > 8$ ;           |
| 2) $x < 5,8$ ;              | 5) $x > -8,3$ ;             | 8) $x \geq 3,24$ ;     |
| 3) $x \geq 3\frac{1}{81}$ ; | 6) $x \geq -2\frac{2}{3}$ ; | 9) $x > \frac{1}{3}$ . |

18.  $x$  нинг қуйидаги тенгсизликни қаноатлантирувчи бутун сонлардан иборат энг кичик ва энг катта қийматларининг:

а) йиғиндисини топинг:

- |                          |                                 |                            |
|--------------------------|---------------------------------|----------------------------|
| 1) $0 \leq x < 8$ ;      | 3) $1\frac{1}{8} < x \leq 5$ ;  | 5) $15,8 \leq x \leq 20$ ; |
| 2) $-3,8 \leq x < 2,8$ ; | 4) $-5\frac{1}{6} \leq x < 0$ ; | 6) $-8,3 \leq x < -3$ ;    |

б) кўпайтмасини топинг:

- |   |                                |  |
|---|--------------------------------|--|
| 1) $3 \leq x \leq 4$ ;                    | 2) $-8 \leq x < -1,2$ ;        | 3) $2\frac{1}{8} \leq x \leq 4\frac{2}{3}$ ; |
| 4) $\frac{19}{4} \leq x < \frac{37}{5}$ ; | 5) $-\frac{1}{4} < x \leq 0$ ; | 6) $-3\frac{1}{8} < x \leq 2\frac{3}{8}$ .   |

в) ўрта арифметигини топинг:

- |   |                            |                                      |
|---|----------------------------|--------------------------------------|
| 1) $-6 \leq x \leq 12$ ;                      | 2) $-2,8 \leq x < 4,4$ ;   | 3) $\frac{17}{3} \leq x \leq 17,9$ ; |
| 4) $-\frac{38}{7} \leq x \leq \frac{55}{6}$ ; | 5) $-8,3 \leq x \leq 10$ ; | 6) $0 \leq x \leq 13,5$ .            |

19.  $x$  нинг қуйидаги тенгсизликни қаноатлантирувчи бутун сонлари нечта:

- |  |                                   |                                  |
|--|-----------------------------------|----------------------------------|
| 1) $-5 \leq x \leq 15$ ;                   | 2) $-2,85 < x < 4,5$ ;            | 3) $2\frac{2}{3} < x \leq 3,7$ ; |
| 4) $-3\frac{1}{4} \leq x < \frac{38}{5}$ ; | 5) $3,85 \leq x < 3\frac{3}{4}$ ; | 6) $-0,85 \leq x < 0$ .          |

20. Берилган қўш тенгсизликларни қаноатлантирувчи  $x$  сонлари тўпамини сонли оралиқнинг белгилашлари ёрдамида ёзинг ва уни сон ўқида тасвирланг:

- |  |   |  |
|--|---|--|
| 1) $2 \leq x \leq 7$ ;                       | 2) $1 < x \leq 2$ ;                     | 3) $-1 \leq x < 4$ ;                   |
| 4) $2,3 < x \leq 3,7$ ;                      | 5) $-5,8 \leq x < 0$ ;                  | 6) $-5 \leq x \leq -1$ .               |
| 7) $1\frac{5}{8} \leq x \leq 3\frac{1}{8}$ ; | 8) $-2\frac{1}{4} < x < 3\frac{1}{5}$ ; | 9) $-7\frac{1}{2} \leq x \leq -3,25$ . |



21. Берилган сонли оралиқга тегишли  $x$  сонлари тўпламини тенгсизлик кўринишида ёзинг ва уни сон ўқида тасвирланг:

- 1)  $[2; 7]$ ; 2)  $(-3; 8]$ ; 3)  $(2; +\infty)$ ; 4)  $(-\infty; 5,3]$ ; 5)  $(-\infty; +\infty)$ ;  
 6)  $[-8; -3]$ ; 7)  $[1\frac{3}{8}; +\infty)$ ; 8)  $(-3; 3]$ ; 9)  $(-\infty; -10,5]$ .

22. Тенгсизликларни аниқланиш соҳасини топинг.

- 1)  $x^4 > 0$ ; 3)  $\frac{x-1}{x+1} > \frac{4}{x-2}$ ; 5)  $x^8 + 2 > 0$ ;  
 2)  $(x-y)^2 > 0$ ; 4)  $\frac{2}{(x-2)(x+3)} < \frac{x}{x+3}$ ; 6)  $(x-y)^2 \leq 0$ .

23. Қуйидаги тенгсизликлар тенг кучлими?

- 1)  $x+3 - \frac{1}{x+7} < 2 - \frac{1}{x+7}$  ва  $x+3 < 2$ ;  
 2)  $\frac{-1}{4}(1-x) < \frac{-1}{4}(4x-3)$  ва  $1-x < 4x-3$ ;  
 3)  $\frac{3}{5}(2x-1) < \frac{3}{5}(x+2)$  ва  $2x-1 < x+2$ ;  
 4)  $2x-3 - \frac{1}{x-5} < x-4 - \frac{1}{x-5}$  ва  $2x-3 < x-4$ ;  
 5)  $x^2 > x$  ва  $x \geq 1$ ;  
 6)  $x^4 \leq x^2$  ва  $x^2 \leq 1$ .

24. Бир номаълумли чизиқли тенгсизликларни ечинг.

- 1)  $3x-3 < 5(x+1)-2$ ; 12)  $0,4x + \frac{7}{3} < \frac{2}{3}x - 1,2$ ;  
 2)  $8-x \leq 2(x+\frac{1}{2})+7$ ; 13)  $\frac{x-2}{5} - \frac{2x+3}{3} > 1$ ;  
 3)  $7x-1 > 16(x-1)-2$ ; 14)  $1 - \frac{17-3x}{2} > 1,5x$ ;  
 4)  $8-x \geq -7(x+\frac{1}{7})-2x$ ; 15)  $\frac{1-x}{2} + 3 < 3x - \frac{2x+1}{4}$ ;  
 5)  $\frac{5x+2}{5} - \frac{x-1}{2} < 2$ ; 16)  $8 + \frac{6x-8}{10} > \frac{x-2}{6} + \frac{1-5x}{8} + \frac{1}{4}$ ;  
 6)  $\frac{9x+2}{10} - \frac{10x-2}{9} > 2$ ; 17)  $-3(2x-1) + 4(2-3x) \geq -16-3x$ ;  
 7)  $x - \frac{x+1}{2} \geq \frac{x-3}{4} - \frac{x-2}{3}$ ; 18)  $(x-3)(2x-3) + 6x^2 \geq 2(2x-3)^2$ ;  
 8)  $x^2 + x < x(x+5) + 5$ ; 19)  $(5-6x)(1+3x) + (1+3x)^2 \leq (1+3x)(1-3x)$ ;  
 9)  $\frac{x+4}{7} - \frac{x+7}{4} > -3$ ; 20)  $(2x+1)(4x^2-2x+1) - 8x^3 \geq -2(x+3)$ ;  
 10)  $-8x + 3(x-2) > -x + 2$ ; 21)  $(x-2)(x^2+2x+4) \leq x(x^2+2)+1$ ;  
 11)  $\frac{7-x}{2} - 3 \leq \frac{3+4x}{5} - 4$ ; 22)  $2(3x-1)(2x+5) - 6(2x-1)(x+2) \leq 48$ .

25. Қуйидаги тенгсизликни қаноатлантирувчи энг катта бутун сонни топинг.

- 1)  $5(x+2) \leq 8 - (2-3x)$ ;
- 2)  $2(0,4+x) - 2,8 \geq 2,3 + 3x$ ;
- 3)  $\frac{3-x}{2} + \frac{x}{4} < 2 - \frac{4x-1}{8}$ ;
- 4)  $\frac{x}{6} - \frac{2-x}{3} \leq 5 + \frac{3x-2}{6}$  ;
- 5)  $(x-2)(x+4) + x^2 < 2(x-1)(x+1)$ ;
- 6)  $\frac{1}{3}(x-3)^2 + \frac{2}{3}x^2 < (x-4)(x+4) - 2x$ .

26. Қуйидаги тенгсизликни қаноатлантирувчи энг кичик бутун сонни топинг

- 1)  $7(x+1) + 2x \geq 9 - 4x$ ;      3)  $\frac{4x-5}{7} < \frac{3x-8}{4} + 1$ ;
- 2)  $3(5-2x) - 1 \leq 4 - 5x$ ;      4)  $\frac{6-x}{5} - 1 \leq \frac{2x-3}{2} - 2\frac{1}{5}$
- 5)  $(x-0,2)(x+0,2) + 0,2(5x^2-1) < 2(x-1)(x-3) + 8x$
- 6)  $5(x-3)(x-2) < 5(x^2-5x) + 5$ .

### 27. Бир номаълумли чиқиқли тенгсизликларни ечинг.

- 1)  $\begin{cases} 2(4-3x) > 5x+6, \\ 5x+8 > 3x+4; \end{cases}$
- 2)  $\begin{cases} 2(x-7) > 6x-4, \\ 5x+8 > 2x-1; \end{cases}$
- 3)  $\begin{cases} 11(x-1) > 13x-6, \\ 3x+1 > x-7; \end{cases}$
- 4)  $\begin{cases} 2(3x-1) < 3(4x+1) + 16, \\ 4(x+2) < 3(x+\frac{8}{3}); \end{cases}$
- 5)  $\begin{cases} \frac{5x+7}{6} - \frac{11x-7}{12} < \frac{3x}{4}, \\ \frac{1-3x}{2} - \frac{1-4x}{3} \leq \frac{x}{6} - 1; \end{cases}$
- 6)  $\begin{cases} \frac{6x-5}{8x+1} - \frac{11}{9x} < \frac{4x+3}{5} - \frac{13}{15}, \\ \frac{3}{2} - \frac{5}{5} \leq \frac{6x-1}{5} + 0,1; \end{cases}$
- 7)  $\begin{cases} x(x+1) + 10 > (x+1)^2 + 3, \\ 3x-4(x-7) \geq 16-3x; \end{cases}$
- 8)  $\begin{cases} 4(x-3) - 3 > 8x+1, \\ 2+(x+3)x \leq (x+2)^2 + 5; \end{cases}$
- 9)  $\begin{cases} 0,6(2x-3) + x > \frac{3-x}{5} + 0,2, \\ 0,3(3x-4) + 3 \geq \frac{4x}{3} - 0,5(x-1); \end{cases}$
- 10)  $\begin{cases} 0,8(5x-1) - 0,7x \leq \frac{27x-2}{10} - \frac{2}{5}x, \\ \frac{-5x-7}{8} - \frac{3x}{4} \geq -0,4(5x-2) - 1. \end{cases}$

28. Тенгсизликлар системасининг энг катта ва энг кичик бутун ечимлари йиғиндисини тонинг.

$$1) \begin{cases} 5(1 - \frac{x-1}{3}) - 7(2x-3) > 0, \\ 0,7(x+8) > \frac{3x-14}{5} - \frac{3x-10}{20}; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{x+5}{3} + 3(\frac{1}{5} - \frac{x-2}{3}) > \frac{x+3}{5} + \frac{16}{15}, \\ \frac{3(x-1)}{2} - 1,3 \geq \frac{x}{5} - 1,5; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x < 2(15 - 2x) + \frac{3(x-15)}{4}, \\ 0,6(1-2x) < 1,2x - \frac{2x-4}{4}; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{x}{3} < \frac{x+1}{4} - \frac{x}{5}, \\ -\frac{x+5}{6} + \frac{x}{3} < \frac{x-1}{4} + \frac{x+4}{7}. \end{cases}$$

29. Тенгсизликлар системасининг бутун ечимларининг ўрта арифметиғини тонинг.

$$1) \begin{cases} 3x - 4 < 8x + 6, \\ 5x - 4 < 2x - 1, \\ 15x + 3 \geq 11x - 9; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 0,4(2x-3) > x-2, \\ 3x-7 \geq x-6, \\ \frac{3x-2}{4} > \frac{1-5x}{6}; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 5x + 11 \leq x + 23, \\ x + 15 > 6 - 2x, \\ x - 2 < 3x + 2; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 0,6 + 5(\frac{7x}{5} - 1) < x + 4, \\ 3(x-1) - 3 < 5(2x-1) - 7x, \\ x - \frac{2x-5}{5} \geq 1 - 2x. \end{cases}$$

30. Қўш тенгсизликни ечинг.

$$1) -3 < 2x - 9 \leq 1 ;$$

$$7) -1 + \frac{x+1}{2} < \frac{x+3}{4} < \frac{x-2}{3} + 1;$$

$$2) -3 \leq 2 + 1,5x \leq -2,5;$$

$$8) \frac{x-1}{4} + 2 \leq \frac{x}{5} \leq \frac{x+4}{10} - 1;$$

$$3) -4 \leq 1 - 0,2x \leq 1,2 ;$$

$$9) 450 : 15 < 10x - 35 < 3600 : 144;$$

$$4) 3 \leq 3x + 1 < 5 ;$$

$$10) 6798 : 103 < 54 + 6x < 9156 : 109;$$

$$5) 5x - 1 < 6x - 7 \leq 4x;$$

$$11) \frac{x}{2} + \frac{x+4}{4} \leq 5 \leq 2x - \frac{x-1}{2};$$

$$6) 6x + 4 \leq 7x + 4 < 12x - 3 ;$$

$$12) \frac{x+4}{3} - x \leq 2 \leq x - \frac{x+7}{2}.$$

31. Квадрат тенгсизликни ечинг.

$$1) x^2 - x - 6 \geq 0;$$

$$5) x^2 - 10x + 9 > 0;$$

$$2) x^2 - 3x + 2 \leq 0;$$

$$6) -x^2 + 5x - 4 \leq 0;$$

$$3) -x^2 + 6x + 16 < 0 ;$$

$$7) -x^2 - x + 20 \geq 0;$$

$$4) -x^2 + 3x + 4 > 0 ;$$

$$8) x^2 - 50x + 49 < 0.$$

32. Квадрат тенгсизликни ечинг.

1)  $-x^2 - 2x + 5 \geq 0$ ;

4)  $-x^2 + 2x + \frac{5}{2} < 0$ ;

2)  $x^2 - 5x - 1 \leq 0$ ;

5)  $x^2 + 3x - 2 \geq 0$ ;

3)  $x^2 + 2x - \frac{4}{3} > 0$ ;

6)  $x^2 - 0,4x - 0,5 < 0$ .

33. Квадрат тенгсизликни ечинг.

1)  $2x^2 - 7x - 4 \geq 0$ ;

5)  $2x^2 - 3x + 1 \geq 0$ ;

2)  $3x^2 + 2x - 1 < 0$ ;

6)  $4x^2 - 11x + 6 > 0$ ;

3)  $-3x^2 - x + 4 > 0$ ;

7)  $5x^2 - 4x - 3 \leq 0$ ;

4)  $3x^2 + 12x + 10 \leq 0$ ;

8)  $-3x^2 - 11x - 3 \leq 0$ .

34. Квадрат тенгсизликни ечинг.

1)  $x^2 - 4x + 4 \geq 0$ ;

5)  $-9x^2 - 6x - 1 \leq 0$ ;

2)  $4x^2 + 4x + 1 \leq 0$ ;

6)  $4x^2 - 20x + 25 < 0$ ;

3)  $x^2 - 16x + 64 > 0$ ;

7)  $-x^2 + 2\sqrt{2}x - 2 \geq 0$ ;

4)  $-2x^2 + 6x - 4,5 < 0$ ;

8)  $0,09x^2 - 0,36x + 0,36 \geq 0$ .

35. Квадрат тенгсизликни ечинг.

1)  $x^2 + x + 2 > 0$ ;

5)  $-x^2 - 28 < 0$ ;

2)  $3x^2 + 2x + 4 < 0$ ;

6)  $(x+5)^2 + 7 < 0$ ;

3)  $x^2 + 20 > 0$ ;

7)  $\left(x - \frac{3}{8}\right)^2 + 37 \geq 0$ ;

4)  $4x^2 - 3x + 5 > 0$ ;

8)  $-4x^2 + 2x - 8 < 0$ .

36. Квадрат тенгсизликни ечинг.

1)  $7 - x^2 \geq 0$ ;

2)  $-3,6x^2 - 7,2x \leq 0$ ;

3)  $16x^2 + 1 > 8x$ ;

4)  $-(x-2)^2 + 4 > 0$ ;

5)  $-1 + x(x+1) - 2x^2 < 3x + x(x-1)$ ;

6)  $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{5}x \leq x - 1$ ;

7)  $3x(x-2) \leq 1 + x - 0,5(8+x^2)$ ;

8)  $(x-3)(x-2) > 7x - 1$ ;

9)  $(x-3)^2 + (x+4)^2 \leq (x-5)^2 + 17x + 24$ ;

10)  $\frac{x(x-3)}{7} - 11 > -x$ ;

11)  $x(x-2) + 2(x-2)(x+2) < 2x^2 - 2x$ ;

$$12) 3x^2 + (5+x)^2 > 3(x-5)(x+5).$$

37. Теңгизликни интерваллар усули билан ечинг

$$1) (x+1)(x-3) \geq 0;$$

$$6) (x+5)(x-2)(x-2.8) \leq 0;$$

$$2) (x-2)(x+\frac{3}{2}) < 0;$$

$$7) -(x-3)(x-4)(x-5\frac{1}{2}) > 0;$$

$$3) (x+1\frac{1}{2})(x-0.8) \leq 0;$$

$$8) -x(x-6)(x-7) < 0;$$

$$4) (x-4)(x-2.8) > 0;$$

$$9) (5+x)(3-x)(x-1\frac{1}{7}) \geq 0;$$

$$5) (x+3)(x+2)(x-1) \geq 0;$$

$$10) (2x+1)(1-3x)(4x-1) \leq 0.$$

38. Теңгизликни интерваллар усули билан ечинг

$$1) x^2 + 3x \geq 0;$$

$$11) -2x^2 + 4x + 30 < 0;$$

$$2) x^2 + 16x \leq 0;$$

$$12) -2x^2 + 9x - 4 > 0;$$

$$3) x^2 - 9 \geq 0;$$

$$13) 4x^2 + 3x - 1 < 0;$$

$$4) x^2 - 25 \leq 0;$$

$$14) 2x^2 + 3x - 2 < 0;$$

$$5) -9x^2 + 1 \leq 0;$$

$$15) -4x^2 - 12x - 9 < 0;$$

$$6) -4x^2 + 1 \geq 0;$$

$$16) -x^2 + x - \frac{1}{4} < 0;$$

$$7) -5x^2 - x \geq 0;$$

$$17) 2x^2 - 3x + 5 \geq 0;$$

$$8) -3x^2 + x \leq 0;$$

$$18) 3x^2 - 4x + 5 < 0;$$

$$9) \frac{1}{16} > x^2;$$

$$19) -x^2 + 4x - 4 \leq 0;$$

$$10) x^2 \leq \frac{9}{25};$$

$$20) -9x^2 + 6x - 1 \leq 0.$$

39. Теңгизликни интерваллар усулида ечинг.

$$1) (x-3)(x^2-9) \geq 0;$$

$$2) (x-4)(16-x^2) \leq 0;$$

$$3) (x-7)^2(x^2-49) > 0;$$

$$4) (x+6)^2(x^2-36) < 0;$$

$$5) (x-7)(x+1)(x^2-1) < 0;$$

$$6) (x-8)(x+3)(x^2-9) > 0;$$

$$7) (x+3)^2(x-2)(x+5)^3 < 0;$$

$$8) (x+0.5)^2(x-\frac{1}{3})(x-3\frac{1}{2})^3 \leq 0;$$

$$9) (x^2-25)(x^2-8) > 0;$$

$$10) (x^2-49)(x^2-5)(x+7) \leq 0;$$

$$11) (3+x)(x^2-x)^2(x-4) \geq 0;$$

- 12)  $(3,2 + x)(2x^2 - x)^2(x - 3\frac{1}{4}) \leq 0;$   
 13)  $(8 - x^3)(x^2 - 4)(x^2 - 4x + 4) \geq 0;$   
 14)  $(27 - x^3)(x^2 - 9)(x^2 - 6x + 9) \geq 0;$   
 15)  $(x^2 + 5)(x - 5)(x^2 + 25 + 10x) \leq 0;$   
 16)  $(x^2 + 8)(x + 7)(x^2 + 14x + 49) \geq 0;$   
 17)  $(7 - x^2)(3 + x^2)(16 - x^4)(x^2 - 5) \geq 0;$   
 18)  $(10 - x^2)(x^2 + 7)(25 - x^4)^2(x^2 - 3) > 0;$   
 19)  $(x^2 - x - 2)(2x + 3 + 4x^2)(x^2 + 6x - 7) < 0;$   
 20)  $(-x^2 + 5x - 6)(x^2 + x - 12)(x^2 - 4x + 7) > 0.$

40. Тенгсизликни интерваллар усули билан ечинг ва энг катта бутун ечимини топинг.

- 1)  $x^8 - 17x^4 + 16 \leq 0;$   
 2)  $9x^4 + 5x^2 - 4 < 0;$   
 3)  $(x^3 + x^2 + x + 1)(x - 2) < 0;$   
 4)  $x^4 - 2x^3 + 2x - 1 \leq 0;$   
 5)  $x^2 - 3x - 4 > 5(x - 4)(x + 2) - 4x + 16;$   
 6)  $x^3 + 3x + 4 \leq (x + 1)(2x + 3) - \frac{5}{4}x - \frac{5}{4};$   
 7)  $(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) < 12;$   
 8)  $(x^2 - 6x)^2 - 2(x - 3)^2 \leq 81;$   
 9)  $(x - 2)(x + 4)(3 - x)(x + 3) > 7;$   
 10)  $(x + 1)(x + 3)(x + 5)(x + 7) + 15 \leq 0;$   
 11)  $(x^2 - x - 1)(x^2 - x - 7) \leq -5;$   
 12)  $(x^2 - 5x)^2 - 30(x^2 - 5x) - 216 < 0.$

41. Безу теоремасига кўра тенгсизликларни интерваллар усулида ечинг

- 1)  $x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 6x + 5 > 0;$   
 2)  $2x^3 - 5x^2 - 8x + 20 \leq 0;$   
 3)  $3x^3 - x^2 - 27x + 9 > 0;$   
 4)  $2x^4 - 3x^3 - x^2 + 3x - 1 \leq 0;$   
 5)  $x^4 + 14x^3 + 71x^2 + 154x + 120 < 0;$   
 6)  $2x^5 - 9x^4 + 8x^3 + 15x^2 - 28x + 12 \geq 0.$

42. Тенгсизликнинг бутун сонлардаги ечими нечта?

- 1)  $-x^2 - 6x + 7 > 0;$   
 2)  $x^2 - 6x - 7 < 0;$



46. Функциянинг аниқланиш соҳасини топинг..

1)  $y = \sqrt{(x+7)(x-8)} \cdot \sqrt[3]{(x+8)(x-11)}$ ;

2)  $y = \sqrt{2x^2 - 5x - 7} + \sqrt{-x}$ ;

3)  $y = \sqrt[4]{x^5 - 16x} - \sqrt{4-x}$ ;

4)  $y = \sqrt{x^3(x-2)^2} + \frac{x}{4}\sqrt{7-4x}$ ;

5)  $y = \sqrt{(1-7x)^3} + \sqrt{(1-8x)(x+2)}$ ;

6)  $y = (\sqrt{(x+3)^2(x-1)^4(x-2)^5} \cdot \sqrt{(2-x)(x-2,5)(x-7\frac{1}{3})^2})^2$ ;

7)  $y = \sqrt{(x-1)\sqrt{(x-2)(x+2)}} + \sqrt{5\sqrt{5-x}}$ ;

8)  $y = \sqrt{(x+2)(x-3)\sqrt{(x+1)(4-x)}} \cdot \sqrt{10-x}$ .

47.  $a$  нинг қандай қийматида берилган тенгсизлик  $x$  нинг барча қийматларида ўринли бўлади?

1)  $a(x-7) > x-8$ ;

2)  $a^2x - 4(a+x) < 5a-1$ ;

3)  $ax - 3 < 2x+1$ ;

4)  $x+4 > ax-7$ ;

5)  $a(x-a) + a^2(x+2) > a-4$ ;

6)  $(a+1)x + a+1 < 5$ ;

7)  $a(x-1) > x-2$ ;

8)  $(a-4)x - (5-a)a > (3a-a^2-1)x$ ;

9)  $(\frac{1}{2}a-3)x + (0,2-a)a < 0,3x + 2\frac{1}{2}$ ;

10)  $(0,3-a)a + (\frac{1}{2}-a)x < 0,5+a+x$ .

48.  $a$  нинг барча қийматларида берилган тенгсизликни ечинг.

1)  $a(x-5) > x-7$ ;

4)  $a^2x - 5(a-1) < x-a$ ;

2)  $(a+1)x + 5 > 2a-x$ ;

5)  $(3\frac{1}{2}a-x)a - \frac{1}{2}a+x < 1$ ;

3)  $(0,8-a)x - 1,8a > a(a+x)$ ;

6)  $a^2(x-1) + ax > a+5$ .

49.  $a$  нинг қандай қийматларида берилган тенгсизлик ечимга эга бўлмайди.

1)  $(a-2)x + 4 < a$ ;

5)  $3x^2 + ax - a < 0$ ;

2)  $(1-a)(1+a)x > 3(a-x)-1$ ;

6)  $ax^2 - 2ax + 3 < 0$ ;

3)  $(x-a)(x-2) < 0$ ;

7)  $-x^2 - ax + \frac{3}{4} - a > 0$ ;



4)  $(4a-x)(3-x) < 0$ ;

8)  $ax^2 - 5x - \frac{5}{4} > 0$ .

50.  $a$  нинг қандай қийматларида берилган тенгсизлик  $x$  нинг барча қийматларида ўринли бўлади.

1)  $ax^2 + (a+3)x + 4a > 0$  ;

3)  $(a^2 - 1)x^2 + 2(a-1)x + 2 > 0$ ;

2)  $(a-1)x^2 + (a+1)x + a + 1 > 0$ ;

4)  $(a^2 - 4)x^2 + 2(a+2)x + 4 > 0$ .

51.  $x^2 - 2(a-1)x + 2a + 1 = 0$  квадрат тенглама иккита мусбат ечимга эга бўладиган  $a$  нинг барча қийматларини тошинг.

52.  $3ax^2 + (4-6a)x + 3(a-1) = 0$  квадрат тенглама иккита мусбат ечимга эга бўладиган  $a$  нинг барча қийматларини тошинг.

53.  $(a-3)x^2 - 2(3a-4)x + 7a - 6 = 0$  квадрат тенглама турли ишорали ечимга эга бўладиган  $a$  нинг барча қийматларини тошинг.

54.  $(a-2)x^2 - 2ax + 2a - 3 = 0$  квадрат тенглама ечимга эга бўлмайдиган  $a$  нинг барча қийматларини тошинг.

55.  $(a+1)x^2 - 3ax + 4a = 0$  квадрат тенглама ечимлари 1 дан катта бўладиган  $a$  нинг барча қийматларини тошинг.

56.  $x^2 + 4ax + 4a - 8 = 0$  квадрат тенглама ечимлари 1 дан кичик бўладиган  $a$  нинг барча қийматларини тошинг.

57.  $x^2 + (2a+1)x + a = 0$  квадрат тенглама ечимларининг бири 2 дан катта, иккинчиси 2 дан кичик бўладиган  $a$  нинг барча қийматларини тошинг.

58.  $a$  нинг қандай қийматларида берилган тенгсизликлар системаси ечимга эга бўлмайди.

1)  $\begin{cases} ax \geq 5a - 2, \\ ax \leq 7a + 3; \end{cases}$

4)  $\begin{cases} ax \leq 2x + 4a + 2, \\ (a-2)x \geq 0.5a - \frac{8}{9}; \end{cases}$

2)  $\begin{cases} 1 + 3ax \geq 4a - 4, \\ 5 + 3ax \leq 6a + 9; \end{cases}$

5)  $\begin{cases} 5 - 7x < 4x + 4, \\ 1 + 4x < a + 3x; \end{cases}$

3)  $\begin{cases} \frac{1}{3}ax \leq \frac{1}{2}(4a + 0.5), \\ \frac{1}{3}ax + \frac{1}{2}(a+2) \geq a; \end{cases}$

6)  $\begin{cases} a(x-1) > x + 3, \\ 4(a+1)x > 4ax + 8. \end{cases}$

59.  $a$  нинг қандай қийматларида берилган тенгсизликлар системаси ечимга эга бўлмайди.

1)  $\begin{cases} x^2 + 4x + 3 + a < 0, \\ 2x + a + 6 > 0; \end{cases}$

2)  $\begin{cases} x^2 + 2x + a \leq 0, \\ x^2 - 4x - 6a \leq 0; \end{cases}$

3)  $\begin{cases} 7 - \frac{15a}{4} - 30)x > 10, \\ x - 1 - (a-1) < -a - x(a-1); \end{cases}$

$$4) \begin{cases} 2x^2 + ax + 4 < 4(x^2 - x + 1), \\ 2x^2 + ax - 6 > -6(x^2 - x + 1). \end{cases}$$

60. Рационал тенгсизликларни интерваллар усулида ечинг

$$1) \frac{-6\sqrt{2}}{x+3} > 0;$$

$$8) \frac{(x+2)^2(x-3)}{x-1} \geq 0;$$

$$2) \frac{7\sqrt{13}}{x-2} \leq 0;$$

$$9) \frac{(x+8)^2(x-1)^3}{(x+2)(x-2)^2} \leq 0;$$

$$3) \frac{-17\sqrt{2}}{(x+5)^2} > 0;$$

$$10) -\frac{(x+4)^4}{x^2(x-4)^6} \geq 0;$$

$$4) \frac{(x-4)(x+4)}{x-2} > 0;$$

$$11) \frac{(x+3)^4(x+2)^2}{(x-5)^6} \leq 0;$$

$$5) \frac{(x+2)(4-x)}{x+3} < 0;$$

$$12) \frac{x^2(x-1)^4}{(x+7)^3(10-x)^5} \leq 0;$$

$$6) \frac{(x+1)^3}{(x-3)(x-5)} \geq 0;$$

$$13) \frac{(x+8)^3(x+4)(8-x)^5}{(x-4)^7(x+5)^2} \leq 0;$$

$$7) \frac{(x+6)^3(x-4)}{(7-x)^5} > 0;$$

$$14) \frac{(x+12)(x+1)^4(x+4)^3}{(x-1)^2(x-5)^6(x-3)^4} \leq 0.$$

61. Рационал тенгсизликларни бутун ечимлар сонини нечта.

$$1) \frac{x(x-1)^2}{(x+1)} \leq 0;$$

$$2) \frac{(x+2)^2(2-x)}{(x+5)} \geq 0;$$

$$3) \frac{10(10-5x)^2}{(-1-3x)^4(2x-12)^2} \leq 0;$$

$$4) \frac{(-x-1)^2(x-1)^3(2x-8)^5}{(-x-8)(2x+6)^3(4-2x)^2} \geq 0.$$

62. Рационал тенгсизликларни энг кичик бутун ечимини топинг.

$$1) \frac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{x^2 + 3x + 2} > 0;$$

$$2) \frac{x^2 - 6x}{x^2 + 6x + 9} \leq 0;$$

$$3) \frac{x^2 + 6x}{4 - 3x - x^2} \geq 0;$$

$$4) \frac{(x-1)(x-2)(x+2)^2 x^2}{(x-1)(x+1)(x-3)^4} \geq 0.$$

63. Рационал тенгсизликни ечинг.

$$1) \frac{2}{x} < 1;$$

$$11) \frac{15}{x+2} < x;$$

$$2) \frac{1}{x-1} \geq 1;$$

$$12) -\frac{3}{x+2} > (x-1);$$

$$3) \frac{1}{x} \geq \frac{1}{3};$$

$$13) \frac{x^2 - 2x - 1}{x+1} \leq x;$$

$$4) \frac{4}{x+2} \leq -\frac{5}{2};$$

$$14) \frac{x^2 - 3x + 2}{x-3} \geq x - 2;$$

$$5) \frac{x-10}{2-x} > 1;$$

$$15) \frac{1}{x+2} < \frac{3}{x-3};$$

$$6) \frac{x+2}{3-x} \leq 2;$$

$$16) \frac{x+7}{x-5} \geq -\frac{3x+1}{2};$$

$$7) \frac{2x^2 + 2x - 11}{x^2 + x + 1} < 1;$$

$$17) \frac{x-1}{x} - \frac{x+1}{x-1} < 2;$$

$$8) \frac{3-2x}{x^2+3} \geq 1;$$

$$18) \frac{4}{x} - \frac{1}{x-1} > 1;$$

$$9) \frac{2x^2 + 16x - 3}{x^2 + 8x} > 2;$$

$$19) \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-1} \geq \frac{1}{x};$$

$$10) \frac{x^2 - 5x + 12}{x^2 - 4x + 5} > 3;$$

$$20) \frac{6}{x^2-1} + \frac{3}{x+1} < \frac{2}{x-1} + 1.$$

64. Тенгсизлик бутун ечимларининг ўрта арифметигини топинг.

$$1) \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 4x} \leq 0;$$

$$5) \frac{x^2}{x-4} \leq x;$$

$$2) \frac{(x^3 - 64)(-x^2 - 1)}{x^3 + 1} \geq 0;$$

$$6) \frac{x^2 + 1}{x-3} \leq x - 2;$$

$$3) \frac{x-1}{x+3} \geq 3;$$

$$7) \frac{5x+4}{x+3} \leq -\frac{x+2}{x-1};$$

$$4) \frac{x^2 + 5x + 8}{x^2 + 1} > 2;$$

$$8) \frac{1}{x-\sqrt{2}} \leq \frac{1}{x+\sqrt{2}}.$$

65. Тенгсизликларни ечинг.

$$1) \frac{1}{x^2+1} + \frac{2}{x^2+2} \geq 2;$$

$$2) \frac{2}{x^2+3} + \frac{4}{x^2+7} \leq 1;$$

$$3) \frac{x^2+1}{x} + \frac{x}{x^2+1} \geq -2,5;$$

$$4) \frac{x-3}{x^2+4x+9} + \frac{x^2+4x+9}{x-3} \geq -2;$$

$$5) (x^2-2x)(2x-2) - \frac{9(2x-2)}{x^2-2x} \leq 0;$$

$$6) (x^2+3x)(2x+3) - \frac{16(2x+3)}{x^2+3x} \geq 0;$$

$$7) 2x^2+2x+1 - \frac{15}{x^2+x+1} < 0;$$

$$8) (x+2)^2 - \frac{24}{x^2+4x} < 2;$$

$$9) x^2 + \frac{4x^2}{(x+2)^2} < 5;$$

$$10) x^2 + \frac{x^2}{(x+1)^2} \geq \frac{5}{4}.$$

66. Тенгсизликлар системасини ечинг.

$$1) \begin{cases} \frac{(x-1)(x+1)}{x-3} \geq 0, \\ \frac{x-3}{x+3} \leq 0, \\ \frac{(x-4)(x+5)}{(x-4)(x+5)} \leq 0, \end{cases} \quad 5) \begin{cases} \frac{3x-1}{2x+5} > 0, \\ \frac{2x+5}{3x-1} < 1, \\ \frac{2x+5}{2x+5} < 1; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{(x+1)(x-2)}{x-6} \geq 0, \\ \frac{x-6}{x+5} \geq 0, \\ \frac{(4-x)(x-3)}{(4-x)(x-3)} \geq 0; \end{cases} \quad 6) 1 \leq \frac{3x-1}{2x+1} < 2 ;$$

$$3) \begin{cases} \frac{(x^2-6x+8)(x^2-4)}{x-2} \geq 0, \\ \frac{(x^2-x)(x+3)}{x+2} \geq 0; \end{cases} \quad 7) \begin{cases} \frac{x^2-3x+2}{x^2+3x+2} \geq 1, \\ \frac{x^2+3x+2}{x^2-x+1} \geq 1; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{(4x^2+4x+1)(x-3)}{x+1} \leq 0, \\ \frac{(x^2+2x-8)(x^2+7x+10)}{x^2+4x} \leq 0; \end{cases} \quad 8) \begin{cases} \frac{x^2-2x+3}{x^2-4x+3} > -3, \\ \frac{2-x^2}{1-x} \leq x. \end{cases}$$

67.  $a$  нинг қандай қийматларида берилган тенгсизликлар системаси ечимга эга бўлмайди.

$$1) \begin{cases} \frac{2x^2 + ax + 4}{x^2 - x + 1} < 4, \\ \frac{x^2 - x + 1}{2x^2 + ax - 6} > -6; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{(1-a)x - a}{x - 2(1-a)} \geq 0, \\ x - 8 \geq ax; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{x-1}{a-1} + x < \frac{1}{1-a}, \\ \frac{(a-1)x + a + 1}{x-1} > 0; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 7 - \left(\frac{15a}{4} - 30\right)x > 10, \\ \frac{x-1}{a-1} - 1 < \frac{a}{1-a} - x. \end{cases}$$

68. Агар  $a + b \geq 1$  бўлса,  $a^4 + b^4 \geq \frac{1}{8}$  бўлишини исботланг.

69. Агар  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$  бўлса,  $x^4 + y^4 \geq x^3y + xy^3$  бўлишини исботланг.

70. Агар  $x, y \in R$  бўлса,  $x^2 + 2y^2 + 2xy + 6y + 10 > 0$  бўлишини исботланг.

71. Агар  $x, y \in R$  бўлса,  $x^2 + 5y^2 + 2xy + 4y + 3 > 0$  бўлишини исботланг.

72. Агар  $a, b, c \in N$  бўлса,  $ab + bc + ac \leq 3abc$  исботланг.

73.  $x^2 + 4y^2 + 3z^2 + 14 > 2x + 12y + 6z$  исботланг.

74.  $a^4 + b^4 + c^4 \geq abc(a + b + c)$  исботланг.

75. Агар  $n \in N$  бўлса,  $\frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \dots + \frac{1}{(2n+1)^2} < \frac{1}{4}$  исботланг.

76. Агар  $n \in N$  бўлса,  $1 + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n} < 2$  исботланг.

77. Тенгсизликларни исботланг

$$1) (x+y)^2 \geq 4xy;$$

$$7) a^2 + b^2 + 1 \geq ab + b + a;$$

$$2) a^2 + \frac{1}{a^2 + 1} \geq 1;$$

$$8) a^2 + b^2 + c^2 \geq 2(a + b + c) - 3;$$

$$3) 2a^2 + b^2 + c^2 \geq 2a(b + c);$$

$$9) a^2 + \frac{1}{a^2} \geq 2; ;$$

$$4) a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ac;$$

$$10) 3a^2 + 12b^2 \geq 12ab;$$

$$5) (a+b+c)^2 \leq 3(a^2 + b^2 + c^2);$$

$$11) \frac{2a}{a^2 + 1} \leq 1;$$

$$6) (a+b+c+d)^2 \geq 4(a^2 + b^2 + c^2 + d^2);$$

$$12) 8(a^4 + b^4) \geq (a+b)^4.$$

78. Ихтиёрий  $a, b, c$  мусбат сонлар учун қуйидаги тенгсизликларни исботланг.

$$1) ca + \frac{b}{c} \geq 2\sqrt{ab};$$

$$2) a + b + c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac};$$

$$3) (a + b + c)^3 \leq 9(a^3 + b^3 + c^3);$$

- 4)  $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq 3$ ;
- 5)  $\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{a+c}{b} \geq 6$ ;
- 6)  $\frac{a^3 + b^3}{2} \geq \left(\frac{a+b}{2}\right)^3$ .

79. Исботланг.

- 1) Агар  $ab > 0$  бўлса,  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$  бўлади;
- 2) Агар  $ab < 0$  бўлса,  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \leq -2$  бўлади;
- 3) Агар  $a^2 + b^2 = 1$  бўлса,  $|a+b| \leq \sqrt{2}$  бўлади;
- 4) Агар  $a+b+c \geq 3$  бўлса,  $a^2 + b^2 + c^2 \geq 3$  бўлади;
- 5) Агар  $a > 0, b > 0$  бўлса,  $\sqrt{ab} \geq \frac{2ab}{a+b}$  бўлади;
- 6) Агар  $a > 0, b > 0$  бўлса,  $a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2$  бўлади.
80. Математик индукция усули ёрдамида қуйидаги тенгликларни исботланг. ( $n \in \mathbb{N}$ )

- 1)  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ ;
- 2)  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ;
- 3)  $1^2 + 3^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$ ;
- 4)  $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{n-1} = 2^n - 1$ ;
- 5)  $1 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + (-1)^{n-1} n^2 = (-1)^{n-1} \frac{n(n+1)}{2}$ ;
- 6)  $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$ ;
- 7)  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$ ;
- 8)  $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + (n-1)n = \frac{(n-1)n(n+1)}{3}$ .

81. Ихтиёрый  $n$  натурал сон учун  $A_n$  сони  $b$  сонига бўлинишини исботланг.

- 1)  $a_n = n^3 + 5n$ ;  $b=6$ ;

- 2)  $a_n = n^3 + 11n$ ;  $b=6$  ;
- 3)  $a_n = 2n^3 + 3n^2 + 7$ ;  $b=6$  ;
- 4)  $a_n = n^7 - n$ ;  $b=42$  ;
- 5)  $a_n = n^3 + 20n$ ;  $b=48$  ;
- 6)  $a_n = 2^{2n} - 1$ ;  $b=3$  ;
- 7)  $a_n = 7^n - 1$ ;  $b=6$  ;
- 8)  $a_n = 4^n + 15n - 1$ ;  $b=9$  ;
- 9)  $a_n = 6^{2n} + 3^{n+2} + 3^n$ ;  $b=11$  ;
- 10)  $a_n = 5^{2n+1} + 3^{n+2} \cdot 2^{n-1}$ ;  $b=19$  ;
- 11)  $a_n = 10^n - 4^n + 3n$ ;  $b=9$  ;
- 12)  $a_n = n^2(n^4 - 1)$ ;  $b=60$ .

82. Учта кетма–кет натурал сонлар кубларининг йиғиндисини 9 га бўлинишини исботланг.

83. Ихтиёрый  $n$  натурал сон учун  $a_n = \frac{n}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n^3}{6}$  бутун сон эканлигини исботланг.

84. Ихтиёрый  $n$  натурал сон учун  $a_n = \frac{n^4}{24} + \frac{n^3}{4} + \frac{11n^2}{24} + \frac{n}{4}$  натурал сон бўлишини исботланг.

85. Математик индукция усули ёрдамида қуйидаги тенгсизликларни исботланг.

- 1) Агар  $n \geq 5$  бўлса,  $2^n > n^2$ ;
- 2) Агар  $n \in \mathbb{N}$  бўлса,  $2^n > 2n + 1$ ;
- 3) Агар  $n \geq 4$  бўлса,  $3^n > 2(n+1)^2$ ;
- 4) Агар  $n \geq 4$  бўлса,  $5^n \geq 5n^3 + 2$ ;
- 5) Агар  $n \in \mathbb{N}$  бўлса,  $\frac{n}{2} < 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^n - 1} \leq n$ ;
- 6) Агар  $n \in \mathbb{N}$  бўлса,  $1 + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n} < 2$ ;
- 7) Агар  $n \in \mathbb{N}$  бўлса,  $2 \leq (1 + \frac{1}{n})^n < 3$ ;
- 8) Агар  $n \geq 6$  бўлса,  $(\frac{n}{2})^n > 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n > (\frac{n}{3})^n$ .

## ЖАВОБЛАР.

### I-БОБ

2. 71010; 71415. 3.  $x=1,3,5,6,8$ ;  $y=0,2,4,6,8$ . 4. 0. 9. а)6; б)75; в)72; г) 8; д) 20; е)216. 10. б)189; г)950; е) 806. 11. б) $\frac{1}{40}$ ; г) $\frac{1}{21}$ ; е) $\frac{1}{15}$ . 12. а)1,4; б)23,865; в)36,825; г)2,5; д)16,2; е)-147,6. 13. а) $\frac{1}{11}$ ; б) $-\frac{9}{8}$ ; в) $\frac{4}{5}$ ; г)0,498125; д)0,05. 14. а) $\frac{31}{99}$ ; б) $-\frac{2410}{999}$ ; в) $\frac{173}{55}$ ; г) $\frac{3713}{9000}$ ; д) $\frac{12289}{990}$ ; е) $\frac{209}{90}$ ; ж) $-\frac{8}{9}$ . 15. а) 1,(7); б) 0,(073117); в) 0,(354838709677419); г) -1,(230769); д) -1,14(39); е) 5,841(6); ж)0,(571428). 16. а)  $0,22(23)>0,2223$ ; в)  $-2\frac{2}{3}>-2,67$ .
17. а)  $4\frac{179}{180}$ ; б)  $-\frac{79}{225}$ ; в)  $1\frac{6}{7}$ ; г) 1; д) 11,5. 18. б)  $7; 1\frac{1}{3}; -1,625; 4,(1); \frac{4}{11}; -\frac{47}{57}$  г) 2;  $-\frac{100}{231}$ ;  $-\frac{4}{15}$ ;  $\frac{10}{113}$ ;  $\frac{2}{211}$ . 19. а)  $\frac{3}{43}$ ; в)  $1\frac{1}{9}$ ; д)  $\frac{4}{9}$ ; и)  $3\frac{2}{3}$ . 20. б) $-\frac{3}{7}$ ; г) 3,6; е) -2,5. 21. б)12,5%; г) 175%. 22.б) 1; г)  $\frac{53}{10000}$ . 23.б) 9; г)0,15; е)0,125. 24.б) 600; г) 200; е) 15. 26. 40 та. 27. 14000 сум. 28. 14520 сум. 29. 2 марта. 30. 120 сум. 31. 300 кг. 32. 36; 24; 37,5. 33. 40 кг. 34. 7,5 %. 35. 4 та. 36. 30 %. 37. 28,8 м. 38. 18,9 кг. 39. б)  $9\frac{27}{35}=9\frac{27}{35}$ ; г)  $40>\frac{8}{45}$ ; е)  $1,9<16,7$ . 41. 4; 4; 4; 6; 6; 8. 42. 6; 16; 2. 43. 4; 8. 44. а) 9; 0,9; б) 13; 0,7; в)  $2;\frac{6}{11}$ ; г)  $4;\frac{3\pi-8}{2}$ ; д) 5;  $\pi+e-5$ ; е) 7; 0,2; ж) 0;  $\frac{13}{18}$ .

### II-БОБ

1. б)  $(-\frac{3}{4})^4$ ; г)  $(-3b)^5$ ; е)  $\frac{x^1(x-y)^3}{y^3}$ .
2. б) -15; 18; -72; 72.
3. а) 343; б) 9; в)  $1\frac{4}{5}$ ; г)  $\frac{6}{7}$  д) 4; е)  $\frac{1}{7}$ ; и)  $\frac{7}{3}$ .
4. а)  $8a^3b^7m^3$ ; б)  $-\frac{3}{8}a^2x^6y^5$ ; в)  $\frac{1}{5}a^3m^3n^4$ .
5. а)  $-12a^2b-16b^3$ ; б)  $\frac{8x^2}{5}-\frac{6xy}{7}$ ; в)  $a^8-17a^4+16$ ; г)  $-a^3$ ; д)  $-2n^3$ ;  
е)  $4ab-2a^2-2b^2$ .
6. б) 3600; г)  $\frac{77}{136}$ ; е) 128000.



7. а)  $2x^2 + 3x + 1$ ; б)  $3x^7 - 2x^2 - 2x + 1$ ; в)  $x^3 - 9x^2 + 20x$ ;  
 г)  $2x^6 + 5x^5 + 5x^4 + 5x^3 + 5x^2 + 5x + 2$ .
8. а) 18; б)  $20x + 21$ ; в)  $4x - 1$ ; г)  $2x + 3$ .
9. а) 0; б) 0; в)  $-15$ ; г)  $-270$ .
10. 1). в)  $x^2(x-1)(x^2+x+6)$ ; г)  $3x^2(x-2)(x+2)(x^2+8)$ ; ж)  $(x-y-1)(a-2)$ ;  
 з)  $(b+c-a)(y-x^2)$ .  
 2). б)  $(4-a^2b^2)^2$ ; г)  $3(8y-3)$ ; е)  $(7+a+x)(7-a-x)$  з)  $(a^2+b^2)(a^2-ab-b^2)$ .  
 3). г)  $(x+1)(x-2-\sqrt{3})(x-2+\sqrt{3})$ ; д)  $(x^2+3)(x^2-3x+3)(x^2+3x+3)$ ;  
 е)  $(x-1)^3(x+1)$ ; ж)  $(x^2+2)(x^2+1)$ ;  
 з)  $(x^2-x+1)(x^2+x+1)(x^2-\sqrt{3}x+1)(x^2+\sqrt{3}x+1)$ .
11. а)  $\frac{2}{3}$ ; б) 0,02; в) 12500; г) 28; д) 906; е) 32.
12. а)  $\{(a,b): a \neq 0, a \neq 1, a \neq -1\}$ ; б)  $\{(a,b,c,d): a \neq 0, c \neq d, c \neq -d\}$ ;  
 в)  $\{(a,c): a \neq 0, c \neq 0, a \neq -c\}$ ; г)  $\{x: x \neq 1, x \neq -1\}$ .
13. а) 1,9; б) 6,4; в) 4; г) 1,5.
14. б)  $\frac{y-4}{6x}$ ; г)  $\frac{x+1}{a-x}$ ; е) 1; з)  $(\frac{x-b}{x+b})^2$ .
15. а)  $\frac{2y+30}{y-9}$ ; б)  $\frac{b}{y}$ ; в) 0; г)  $\frac{4}{y^2-x^2}$ .
16. а) 2; б) 4; в)  $-0,36$ ; г) 0,1.
17. а)  $\frac{a+b}{a-b}$ , агар  $a \neq 0, b \neq 0, a \neq b$  б)  $\frac{8}{x-y}$ , агар  $x \neq 0, y \neq 0, x \neq y$ ;  
 в)  $\frac{16}{9-a^2}$ , агар  $a \neq 0, a \neq 3, a \neq -3, a \neq -5$  г)  $\frac{6x-1}{4x^2-1}$ , агар  $x \neq -\frac{1}{2}, x \neq \frac{1}{2}, x \neq -3$ .
18. 1)  $\frac{18a^2}{7}$ ; 2)  $\frac{1}{a}$ ; 3)  $\frac{3b^2y}{2a}$ ; 4) 1; 5)  $-3$ ; 6)  $a+b$ ; 7)  $\frac{m-c}{m-a}$ ; 8)  $\frac{m-c}{m+c}$ ;  
 9) а; 10)  $\frac{4}{a+b}$ ; 11) 4; 12)  $\frac{m^2+4}{4m}$ ; 13) 1; 14)  $\frac{(a+b+c)^2}{2bc}$ ; 15)  $\frac{20}{3}$ ; 16)  
 $\frac{4}{a-b}$ ; 17)  $(\frac{c+2}{c-2})^2$ ; 18) 4; 19)  $\frac{4a}{3a-12}$ ; 20)  $\frac{2x}{x+2y}$ .
19. а)  $\frac{x-1}{x^2-x+1}$ ; б)  $\frac{x^2+1}{x+1}$ ; в)  $\frac{7(x^2+2x+4)}{5}$ ; г)  $(x^2-x+1)(x^4-x^2+1)$ ;  
 д)  $\frac{x-4}{3-x}$ ; е)  $\frac{a+b}{b}$ .
20. б)  $\frac{1}{36}$ ; г)  $5^6$ ; е)  $\frac{1}{81}$ ; з)  $\frac{1}{8}$ .
21. а)  $a^{-6}; a^0; a^{-12}$ . б)  $a^3; a^4; a^{-6}$  в)  $a^{-6}; a^{-16}$ . д)  $a^0; a^{28}$ .
22. а)  $-0,8$ ; б) 17; в) 48; д)  $-263$ ; е)  $-\frac{5}{2}$ .
23. а)  $0,16x^2y^2$ ; б) 1; в)  $\frac{4}{9}x^{16}y^{-18}$ ; г)  $\frac{4}{3}x^{-10}y^{10}$ ; д) 1; е) b.
24. а)  $-3,8$ ; б) 2; в) 3; г) 5; д)  $-2\frac{1}{9}$ ; е)  $-9$ .

25. б)  $12$ ;  $-6\sqrt[3]{10}$ ; г)  $\sqrt[4]{3}$ ;  $3^{\frac{7}{8}}$ ;  $3^{\frac{13}{27}}$ ; е)  $441$ ;  $100$  з)  $\sqrt{2}$ ;  $7\sqrt{3}$ ;  $\sqrt{3}$ ;  $-\sqrt{11}$ .
26. а)  $36\sqrt{2}$ ; б)  $54\sqrt{3}$ ; в)  $2\sqrt{5}$ ; г)  $104$ ; д)  $-9$ ; е)  $19$  ж)  $2+5\sqrt{15}$ ; з)  $12$ .
27. в)  $60$ ; 32. г)  $3$ ;  $3$ ;  $1$ ;  $-1$ ; 2. д)  $14$ ; 8.  
е)  $2+\sqrt{2}$ ;  $4+\sqrt{3}$ ;  $\sqrt{6}-1$ ;  $3+\sqrt{2}$ ;  $\sqrt{2}-1$ . ж)  $2$ ;  $8$ ;  $\sqrt{3}-1$ ;  $\sqrt{5}-2$ .
29. а)  $b+\sqrt{5}$ ;  $\sqrt{6}-m$ ;  $-\frac{1}{\sqrt{x+2}}$ ;  $\frac{1}{2\sqrt{x+3\sqrt{y}}}$ . б)  $\sqrt{7}$ ;  $\frac{1}{\sqrt{x}}$ ;  $\sqrt{2}$ ;  $\sqrt{2,5}$ .  
в)  $\sqrt{3}$ ;  $\sqrt{10}-\sqrt{3}-1$ ;  $\sqrt{7}$ ;  $\sqrt{5}-\sqrt{2}+1$ . г)  $x+\sqrt{xy}+y$ ;  $\sqrt{a}-1$ ;  $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ ;  $\frac{1}{\sqrt{5+\sqrt{3}}}$ .
30. 1)  $\sqrt{22}$ ; 0. 2)  $\frac{1}{2}$ ; 3. 3)  $2a^2$ ; 4)  $0$ ; 5)  $x^2-y^2$ ; 6)  $4\sqrt{xy}$ ; 7)  $x\sqrt{x}-y\sqrt{y}$ ;  
8)  $x+y$ ; 9)  $1$ ; 10)  $a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}$ ; 11)  $-\frac{1}{x}$ ; 12)  $a-b$ ; 13)  $-1$ ; 14)  $3x$ ; 15)  $4a$ ; 16)  $\frac{1}{x}$   
17)  $2a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}}$ ; 18)  $\frac{\sqrt[3]{y+1}}{\sqrt[3]{y}}$ ; 19)  $\sqrt{a-1}$ ; 20)  $\sqrt{a^2-1}$ ; 21)  $8$ ; 22)  $\sqrt{7}+\sqrt{6}$ ; 23)  
 $\sqrt{7}+\sqrt{5}$ ; 24)  $\frac{1}{2}$ ; 25)  $3$ .
31. а)  $\sqrt[4]{10} > \sqrt[4]{3}$ ;  $\sqrt[4]{24} < \sqrt[4]{5}$  г)  $3 < \sqrt{10}$ ;  
е)  $5\sqrt{\frac{7}{2}} > \sqrt{17} > \frac{1}{2}\sqrt{62}$ ;  $12\sqrt{0,5} < \sqrt{89} < \frac{3}{4}\sqrt{160}$ .
32. а)  $16$ ; б)  $0,1$ ; в)  $-4$ ; г)  $4$ .

### III – БОБ

1. 1), 2), 5), 8) тенгламалар тенг кучли; 3), 4), 6), 7) – тенгламалар тенг кучли эмас
2. 1)  $x \in R$ ; 2)  $x \neq 0$ ; 3)  $x \neq -3$ ; 4)  $x \neq 3,5$ ; 5)  $x \neq -3$ .
3. 1)  $\left\{1\frac{1}{3}\right\}$ ; 2)  $\{-5\}$ ; 3)  $\{-0,15\}$ ; 4)  $\left\{5\frac{1}{4}\right\}$ ; 5)  $\{-3\}$ ; 6)  $\{0\}$ ; 7)  $\{0\}$ ; 8)  $\left\{1\frac{1}{4}\right\}$ .
4. 1)  $\left\{\frac{81}{41}\right\}$ ; 2)  $(-\infty; +\infty)$ ; 3)  $\{-89\}$ ; 4)  $\{0,5\}$ ; 5)  $\{0,8\}$ ; 6)  $\emptyset$ ; 7)  $(-\infty; +\infty)$ ; 8)  $\emptyset$ .
5. 1)  $\{-1,53\}$ ; 2)  $\{37\}$ ; 3)  $\{10\}$ ; 4)  $\{5\}$ ; 5)  $\{2\}$ ; 6)  $\emptyset$ ; 7)  $\{-\frac{2}{3}\}$ ; 8)  $\emptyset$ .
6. 1)  $a=\frac{1}{2}$ ; 2)  $a=-1,25$ ; 3)  $a=1$ ; 4)  $a=3$ ; 5)  $a=4$ ; 6)  $a=3$ ; 7)  $a=-3$ ; 8)  $a=-3$ .
7. 1)  $a=5$ ; 2)  $a=-3$ ; 3)  $a=0$ ; 4)  $a=-2,5$ ; 5)  $a=3$ ; 6)  $a=8$ ; 7)  $a=3$ ; 8)  $a=4$ .
8. 1)  $a=-7,5$ ; 2)  $a=0$ ; 3)  $a=\pm\sqrt{2}$  4)  $a=1\frac{1}{4}$ .
9. 2)  $4(x-1)(x-\frac{1}{4})$ ; 4) ажратиб булмайди; 6)  $-\frac{1}{2}(x-4+2\sqrt{3})(x-4-2\sqrt{3})$
- 8)  $3(x-5)(x+\frac{2}{3})$ .

10. 1)  $\{-3-2\sqrt{7}; -3+2\sqrt{7}\}$ ; 2)  $\{-0,2; 2\}$ ; 3)  $\{-6\frac{2}{3}; -4\}$ ; 4)  $\{-1; 2\frac{7}{15}\}$ ;  
 5)  $\{-8; 3\}$ ; 6)  $\{-1; 23\}$ ; 7)  $\{-0,2; 1,7\}$ ; 8)  $\{-4; 0,5\}$ ; 9)  $\{-1; 2\frac{6}{7}\}$ ;  
 10)  $\{-0,2; 1,8\}$ .
11. 2)  $\{-8; 7\}$ ; 4)  $\{-2; 12\}$ ; 6)  $\{\frac{1}{5}; 1\}$ .
12. 2)  $x^2+x-6=0$ ; 4)  $36x^2-60x+25=0$ ; 6)  $x^2-2=0$ .
13. 1)  $\frac{69}{26}$ ; 2)  $\frac{69}{4}$ ; 3)  $\frac{473}{8}$ ; 4)  $\frac{3409}{16}$ ; 5)  $-\frac{269}{26}$ ; 6)  $\pm\frac{759\sqrt{17}}{16}$ .
14.  $c=5\frac{2}{5}$ . 15.  $b=\pm 3$ . 16.  $c=3,12$ . 17.  $b=-2$ ;  $c=0$ . 18.  $k=-8$ . 19.  $k=15$ .
- 20.3. 21.  $-\frac{1}{3}$ . 22. 36. 23.  $\pm 5$ . 24.  $a=2$ . 25.  $a=1$ .
26. 1)  $a \in (-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$ ; 2)  $a \in [1; 6]$ ; 3)  $a \in (-\infty; 4-4\sqrt{2}] \cup [4+4\sqrt{2}; +\infty)$ ;  
 4)  $a \in (-\infty; -1) \cup (-1; -\frac{\sqrt{3}}{2}] \cup [\frac{\sqrt{3}}{2}; +\infty)$ ; 5)  $a \in (-\infty; 0) \cup (0; 1)$ ;  
 6)  $a \in (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$ ; 7)  $a \in (0; +\infty)$ ; 8)  $a \in (-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$
27. 1)  $a=2,5$  2)  $a \in \emptyset$ ; 3)  $a=1$ ; 4)  $a=-2$ ; 5)  $a=4$ ,  $a=8$ ; 6)  $a=\pm 1\frac{7}{8}$ .
28. 2) агар  $a < \frac{3}{8}$  бўлса,  $x_{1/2} = \frac{3+\sqrt{9-24a}}{12}$ ; агар  $a > \frac{3}{8}$  бўлса, ечимга  
 эга эмас; агар  $a = \frac{3}{8}$  бўлса,  $x_1 = x_2 = \frac{1}{4}$ ; 4) агар  $a \in R$  бўлса,  
 $x_{1/2} = \frac{a \pm \sqrt{a^2+28}}{14}$ ; 6) агар  $a \in R$  бўлса,  $x_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{a^2-4a+9}}{2}$ ; 8) агар  
 $a < 4-2\sqrt{6}$  ва  $a > 4+2\sqrt{6}$  бўлса,  $x_{1/2} = \frac{(a-2) \pm \sqrt{a^2-8a-8}}{2}$ ; агар  $a = 4 \pm 2\sqrt{6}$   
 бўлса,  $x_1 = x_2 = \frac{a-2}{2}$ ; агар  $4-2\sqrt{6} < a < 4+2\sqrt{6}$  бўлса, ечимга эга эмас.
29. 1)  $\{-2; -1; 1; 2\}$ ; 2)  $\{-2; 1\}$ ; 3)  $\{-6; -4; -1; 1\}$ ; 4)  $\{-2; 1\}$ ; 5)  $\{-1\}$ ;  
 6)  $\{-1; 3-2\sqrt{2}; 3+2\sqrt{2}\}$ ; 7)  $\{-\frac{3+\sqrt{5}}{2}; \frac{-3+\sqrt{5}}{2}; \frac{1}{2}; 2\}$ ;  
 8)  $\{-2-\sqrt{3}; \sqrt{3}-2; \frac{3-\sqrt{5}}{2}; \frac{3+\sqrt{5}}{2}\}$  9)  $\{-3; 2\}$ ; 10)  $\{\frac{1+\sqrt{13}}{2}; \frac{\sqrt{13}-1}{2}\}$ ;  
 11)  $\{-5; -3\}$ ; 12)  $\{2; 4\}$ ; 13)  $\{2; \frac{1}{2}\}$ ; 14)  $\{\frac{3-\sqrt{5}}{2}; 1; \frac{3+\sqrt{5}}{2}\}$ .
30. 1)  $\{-2; -1; 1\}$ ; 2)  $\{2\}$ ; 3)  $\{-1; -\frac{1}{3}; \frac{1}{2}; 1\}$ ; 4)  $\{1; 3\}$ ; 5)  $\{-1\}$ ;  
 6)  $\{-2; 1; 4\}$ .
31. 1) 24; 2) 48; 3)  $4i$ ; 4)  $-8$ ; 5)  $\frac{8}{5}$ ; 6)  $1\frac{1}{5}$  7)  $2\frac{4}{5}i$ ; 8)  $2\frac{3}{4}$ .

32. 2)  $5i+1$ ; 4)  $i+1$ ; 6)  $-2i$ .
33. 1)  $\{2-i; 2+i\}$ ; 2)  $\{-2-3i; -2+3i\}$ ; 3)  $\{0,5-i; 0,5+i\}$ ;  
 4)  $\left\{1-\frac{1}{4}i; 1+\frac{1}{4}i\right\}$ ; 5)  $\{-3; -i; i; 3\}$ ; 6)  $\{-\sqrt{5}i; -\sqrt{3}; \sqrt{3}; \sqrt{5}i\}$ ;  
 7)  $\{2-i; 1+i\}$ ; 8)  $\{1\}$ .
34. 2)  $z^2 - 4z + 13 = 0$ ; 4)  $z^2 + 14z + 65 = 0$ .
35. 1)  $\{2\}$ ; 2)  $\{2\}$ ; 3)  $\left\{-\frac{5}{4}; 5\right\}$ ; 4)  $\left\{-\frac{2+2\sqrt{7}}{7}; \frac{2\sqrt{7}-2}{7}; 1\right\}$ ; 5)  $\{6\}$ ;  
 6)  $\{-6; 5\}$ ; 7)  $\{-1; 1\}$ ; 8)  $\{-1; 1\}$ ; 9)  $\{-1\}$ ; 10)  $\left\{\frac{7-\sqrt{33}}{2}; 1; 4; \frac{7+\sqrt{33}}{2}\right\}$ ;  
 11)  $\left\{-\frac{11+\sqrt{97}}{6}; \frac{\sqrt{97}-11}{6}\right\}$ ; 12)  $\left\{\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right\}$ ; 13)  $\{0\}$ ; 14)  $\left\{-2; -\frac{3\sqrt{27}}{7}; \frac{3\sqrt{27}}{7}; 2\right\}$ ;  
 15)  $\left\{\frac{1-\sqrt{21}}{2}; \frac{1+\sqrt{21}}{2}\right\}$ ; 16)  $\{1-\sqrt{19}; 1+\sqrt{19}\}$ ; 17)  $\{-1\}$ ; 18)  $\{-1,0\}$ .
36. 1)  $\left(\frac{29}{13}; -\frac{15}{13}\right)$ ; 2)  $\emptyset$ ; 3)  $\left(-\frac{10}{7}; \frac{19}{7}\right)$ ; 4)  $(x; 3x-1), x \in \mathbb{R}$  5) (8; 6);  
 6) (4; 3); 7) (26,5; -5,5); 8) (5; 3); 9) (7; 1); 10) (-3; 1).
37. 1)  $a \neq -\frac{3}{2}$  2)  $a \neq 0, a \neq 1$  3)  $a \in \mathbb{R}$  4)  $a \neq 1$ .
38. 1)  $a=1$ ; 2)  $a=-3$ ; 3)  $a=3$ ; 4)  $a=0$ ; 5)  $a=3$ ; 6)  $a=-2$
39. 1)  $a=0$ ; 2)  $a=-4$ ; 3)  $a=-12$  4)  $a=\pm 1$  5)  $a=2$ ;  $a=-3$ ; 6)  $a=\pm 1$ .
40. 1) (-1; 6; 2); 2) (1; 2; 3); 3) (8; 4; 2); 4) (1; -3; -2); 5) (1; 2; 3);  
 6) (2; -1; 1).
41. 1) (2; 3); (3; 2); 2) (3; 1); (1; 3); 3) (1; 6); (6; 1); 4) (-1; 2); (2; -1);  
 5) (4; 1); 6) (3; 1); 7) (2; 5); (5; 2); (-2; -5); (-5; -2); 8) (-1; -5); (-5; -1); (5; 1) (1; 5); 9) (1; 4); (-4; -1); 10) (-1; -5); (-5; -1); (1; 5); (1; 5).
42. 1) (0; 0);  $\left(\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}; \frac{1\pm\sqrt{5}}{2}\right)$  2)  $\left(\frac{\sqrt[3]{4}}{2}; \frac{\sqrt[3]{4}}{2}\right)$  3) (3; 1); (1; 3);  
 4)  $\left(-\frac{3}{4}; -\frac{1}{2}\right)$ ;  $\left(\frac{3}{4}; -\frac{1}{2}\right)$ ; 5) (7; 3); (-7; -3); 6) (4; 1); (1; 4).
43. 1) 5; 2) 4; 3) 7; 4) 5; 5) 5; 6) -1.
44. 1)  $a=15, b=5, c=9$ ; 2)  $a=4, b=3, c=-9$ ; 3)  $a=\frac{1}{4}; b=-\frac{1}{4}$ ;  
 4)  $a=\frac{1}{2}; b=-1; c=\frac{1}{3}$ ; 5)  $a=\frac{1}{3}; b=-\frac{1}{3}; c=\frac{2}{3}$ ; 6)  $a=\frac{2}{3}; b=\frac{1}{3}; c=\frac{1}{3}$ ;  
 7)  $a=-\frac{1}{3}; b=\frac{7}{3}; c=7$ ; 8)  $a=\frac{4}{13}; b=-\frac{3}{13}; c=\frac{4}{13}$ .
45. 560 та, 40 та. 46. 27 та, 31 та. 47. 0,75 л, 1,25 л. 48. 18 кг. 49. 64,8 км/соат, 180м. 50. 4 кунда. 51. 560 г, 140 г, 130 г. 52. 33 км/соат. 53. 3 соат. 54. 45 км/соат; 50 км/соат. 55. 80 км/соат; 60 км/соат. 56. 60 ва 42.

57.720 га, 1200 га. 58.40 ва 60. 59.  $\frac{2}{5}$ . 60.10 км/соат, 12 км/соат. 61.60 ва 42.  
61.10 соат ва 15 соат. 62.50 км/соат. 63.60 см ва 80 см.

#### IV – БОБ

6. 2)  $\frac{1}{3} > 0,3$ ; 4)  $1,(3)=1,(33)$ ; 6)  $-1,1(6) < -\frac{1}{6}$ ; 8)  $-\frac{7}{9} > -\frac{14}{15}$ .

7. 2)  $-14 > -16$ ; 4)  $1,8(3) > 1,625$ ; 6)  $a > \frac{3}{4}$ ; 8)  $a > -\frac{1}{9}$ .

8. 2)  $1 > 0,6$ ; 4)  $-6,(6) < \frac{85}{24}$ ; 6)  $x > \frac{3}{8}$ ; 8)  $x > -2$ .

9. 2)  $-3 < 11$ ; 4)  $\frac{55}{56} < 2,92$ ; 6)  $5y < 1$ ; 8)  $2y - \frac{1}{4}x < 0,3a$ .

10. 2)  $0,15 > -8,7$ ; 4)  $-4\frac{5}{8} < 4\frac{3}{14}$ ; 6)  $0,1x + 0,2y < -0,4a + 0,5$ ;

8)  $\frac{3}{5}a - b > \frac{15}{18}$ .

11. 2)  $2,775 > 0,4$ ; 4)  $7 > \frac{2}{3}$ ; 6)  $x > \frac{1}{3}$  да  $6x^2 + x - 1 < 1,84$  8)  $x > \frac{1}{5}$  да

$x^2 + 1\frac{1}{20}x - \frac{1}{4} > \frac{1}{4}$ .

12. 2)  $-2,3 < 3,9 < 12,7$ ; 4)  $-4\frac{5}{6} < 1\frac{1}{6} < 4$ .

13. 2)  $-2 < -1,3 < 1\frac{5}{6}$ ; 4)  $1,75 > -3\frac{41}{45} > -6$ .

14. 2)  $0,074 < 4,914 < 16,9325$ ; 4)  $0,174 < \frac{39}{16} < 23$ .

15. 2)  $n > m$ ; 4)  $n > m$ ; 6)  $m > n$ ; 8)  $m > n$ ; 10)  $m < n$ .

16. 2)  $-8$ ; 4)  $0$ ; 6)  $-1$ ; 8)  $4$ .

17. 2)  $6$ ; 4)  $-2$ ; 6)  $-2$ ; 8)  $4$ .

18. а). 2)  $-1$ ; 4)  $-6$ ; 6)  $-10$ . б). 2)  $16$ ; 4)  $35$ ; 6)  $-6$ . в). 2)  $1$ ; 4)  $2$ ; 6)  $6,5$ .

19. 2) 7 та 4) 11 та 6) бутун сонлар йўқ.

20. 2)  $(1; 2]$ ; 4)  $(2,3; 3,7]$ ; 6)  $[-5; -1]$ ; 8)  $\left(-2\frac{1}{4}; 9\frac{1}{5}\right]$ .

21. 2)  $-3 < x \leq 8$ ; 4)  $x \leq 5,3$ ; 6)  $-8 \leq x < -3$ ; 8)  $-3 < x \leq 3$ .

22. 2)  $\{(x,y) : x,y \in R, x \neq y\}$  4)  $\{x : x \neq 2, x \neq -3\}$ ; 6)  $\{(x,y) : x,y \in R, x = y\}$ .

23. 1), 2), 5) тенгсизликлар тенг кучли эмас; 3), 4), 6) тенгсизликлар тенг кучли.

24. 2)  $[0; +\infty)$ ; 4)  $[-1\frac{1}{8}; 8)$ ; 6)  $(-\infty; -7\frac{9}{19})$ ; 8)  $(-1\frac{1}{4}; +\infty)$ ; 10)  $(-\infty; -2)$ ;

- 12)  $(13\frac{1}{4}; +\infty)$ ; 14)  $\emptyset$ ; 15)  $(1\frac{1}{4}; +\infty)$ ; 16)  $(-6\frac{97}{127}; +\infty)$ ; 17)  $(-\infty; 1,8]$ ;  
 18)  $[0,6; +\infty)$ ; 19)  $(-\infty; -\frac{1}{3}]$ ; 20)  $[-3,5; +\infty)$ ; 21)  $[-4,5; +\infty)$ ; 22)  $(-\infty; 5\frac{3}{4})$ .  
 25. 1) -2; 2) -5; 3) 2; 4) аниқлаб бўлмайдимиз 5) 2; 6) йўқ.  
 26. 1) 1; 2) 10; 3) 2; 4) 4; 5) аниқлаб бўлмайдимиз 6) йўқ.  
 27. 1)  $(-2; \frac{2}{11})$ ; 2)  $(-4; -\frac{5}{2})$ ; 3)  $(-3; -\frac{5}{2})$ ; 4)  $(-\frac{7}{2}; 0)$ ; 5)  $[3,5; +\infty)$ ;  
 6)  $(-\infty; -0,6]$ ; 7)  $[-6; 6]$ ; 8)  $[-7; -4]$ ; 9)  $(\frac{13}{12}; +\infty)$ ; 10)  $\emptyset$ .  
 28. 1) -29; 2) 2; 3) 3; 4) 1.  
 29. 1) -0,5; 2) 1; 3) 2; 4) 0,5.  
 30. 2)  $[-3\frac{1}{3}; -3]$ ; 4)  $[\frac{2}{3}; \frac{1}{3}]$ ; 6)  $(1\frac{2}{5}; +\infty)$ ; 8)  $(-\infty; -35]$ ; 10)  $(2; 5)$ ;  
 12)  $[11; +\infty)$ .  
 31. 2)  $[1; 2]$ ; 4)  $(-1; 4)$ ; 6)  $(-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$ ; 8)  $(1; 49)$ .  
 32. 2)  $[\frac{5-\sqrt{29}}{2}; \frac{5+\sqrt{29}}{2}]$ ; 4)  $(-\infty; 1-\sqrt{\frac{7}{2}}) \cup (1+\sqrt{\frac{7}{2}}; +\infty)$ ;  
 6)  $(0,2-\sqrt{0,54}; 0,2+\sqrt{0,54})$ .  
 33. 2)  $(-1, \frac{1}{3})$ ; 4)  $[-\frac{6+2\sqrt{6}}{3}; \frac{2\sqrt{6}-6}{3}]$ ; 6)  $(-\infty; \frac{3}{4}) \cup (2; +\infty)$ ;  
 8)  $(-\infty; -\frac{11+\sqrt{85}}{6}] \cup [\frac{\sqrt{85}-11}{6}; +\infty)$ .  
 34. 2)  $x = -\frac{1}{2}$ ; 4)  $(-\infty; \frac{3}{2}) \cup (\frac{3}{2}; +\infty)$ ; 6)  $\emptyset$ ; 8)  $(-\infty; +\infty)$ .  
 35. 2)  $\emptyset$ ; 4)  $(-\infty; +\infty)$ ; 6)  $\emptyset$ ; 8)  $(-\infty; +\infty)$ .  
 36. 2)  $(-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$ ; 4)  $(0; 4)$ ; 6)  $[\frac{9-\sqrt{6}}{5}; \frac{9+\sqrt{6}}{5}]$ ;  
 8)  $(-\infty; 6-\sqrt{29}) \cup (6+\sqrt{29}; +\infty)$ ; 10)  $(-\infty; -11) \cup (7; +\infty)$ ; 12)  $(-\infty; +\infty)$ .  
 37. 2)  $(-\frac{3}{2}; 2)$ ; 4)  $(-\infty; 2,8) \cup (4; +\infty)$ ; 6)  $(-\infty; -5] \cup [2; 2,8]$ ;  
 8)  $(0; 6) \cup (7; +\infty)$ ; 10)  $[-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}] \cup [\frac{1}{3}; +\infty)$ .  
 38. 2)  $[-16; 0]$ ; 4)  $[-5; 5]$ ; 6)  $[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$ ; 8)  $(-\infty; 0] \cup [\frac{1}{3}; +\infty)$ ; 10)  $[-\frac{3}{5}; \frac{3}{5}]$ ;  
 12)  $(\frac{1}{2}; 4)$ ; 14)  $(-2; \frac{1}{2})$ ; 16)  $(-\infty; \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}; +\infty)$ ; 18)  $\emptyset$ ; 20)  $(-\infty; +\infty)$ .  
 39. 2)  $[-4; +\infty)$ ; 4)  $(-6; 6)$ ; 6)  $(-\infty; -3) \cup (-3,3) \cup (8; +\infty)$ ; 8)  $[\frac{1}{3}; 3\frac{1}{2}] \cup \{-0,5\}$ ;  
 10)  $(-\infty; -\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5}; 7]$ ; 12)  $[-3,2; 3\frac{1}{4}]$ ; 14)  $(-\infty; -3] \cup \{3\}$ ; 16)  $[-7; +\infty)$ ;

- 18)  $(-\sqrt{10};-\sqrt{5}) \cup (-\sqrt{5};-\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3};\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5};\sqrt{10})$ ; 20) (-4;2).
40. 1) 2; 2) 0; 3) 1; 4) 1; 5) 3; 6) -1; 7) 0; 8) 7; 9) -4; 10) -2; 11) 3; 12) 8.
41. 1)  $(-\infty;1) \cup (1;+\infty)$ ; 2)  $(-\infty;-2] \cup [2;\frac{5}{2}]$ ; 3)  $(-3;\frac{1}{3}) \cup (3;+\infty)$ ; 4)  $[-1;\frac{1}{2}] \cup \{1\}$ ;
- 5)  $(-5;-4) \cup (-3;-2)$ ; 6)  $[-\frac{3}{2};+\infty)$ .
42. 1) 7 та; 2) 7 та; 3) 5та; 4) 8та; 5) 6та; 6) 7та; 7) 2та; 8) 1та; 9) чексиз кўп; 10) чексиз кўп.
43. 1) 11; 2) 10; 3) 3; 4) 10; 5) 2; 6) 1; 7) 4; 8) 1.
44. 2)  $(-4;3)$ ; 2; 4)  $(2;5]$ ; 5; 6)  $[-2;2]$ ; 2; 8)  $(-7;-6] \cup [0;1)$ ; 0.
45. 1)  $[0;4]$ ; 2)  $(-\frac{2}{5};0]$ ; 3)  $\{-5;3\} \cup [\frac{5}{4};2]$ ; 4)  $[2;8] \cup \{1\}$ ; 5)  $\{3\}$ ; 6)  $\{-1\}$ .
46. 1)  $(-\infty;-7] \cup [8;+\infty)$ ; 2)  $(-\infty;-1]$ ; 3)  $[-2;0] \cup [2;4]$ ; 4)  $[0;\frac{7}{4}]$ ; 5)  $[-2;\frac{1}{8}]$ ;
- 6)  $[2;2.5] \cup \{7\frac{1}{3}\}$ ; 7)  $[2;5]$ ; 8)  $[3;4]$ .
47. 1)  $a=1$ ; 2)  $a=2$ ; 3)  $a=2$ ; 4)  $a=1$ ; 5)  $a=0$ ;  $a=-1$ ; 6)  $a=-1$ ; 7)  $a=1$ ;
- 8)  $a=-1$ ; 9)  $a=6,6$ ; 10)  $a=-0,5$ .
48. 2) агар  $a=-2$  бўлса,  $(-\infty;+\infty)$ ; агар  $a > -2$  бўлса,  $(\frac{2a-5}{a+2};+\infty)$ ; агар  $a < -2$  бўлса,  $(-\infty;\frac{2a-5}{a+2})$ . 4) агар  $a=1$  бўлса,  $(-\infty;+\infty)$ ; агар  $a=-1$  бўлса, ечим йўқ; агар  $-1 < a < 1$  бўлса,  $(\frac{4a-5}{a^2-1};+\infty)$ ; 6) агар  $a=0$  ва  $a=-1$  бўлса ечим йўқ; агар  $a > 0$  ва  $a < -1$  бўлса,  $(\frac{a^2+a+5}{a(a+1)};+\infty)$ ; агар  $-1 < a < 0$  бўлса,  $(-\infty;\frac{a^2+a+5}{a(a+1)})$ .
49. 1)  $a=2$ ; 2)  $a=2$ ; 3)  $a=2$ ; 4)  $a=\frac{3}{4}$ ; 5)  $(-12;0)$ ; 6)  $(0;3)$ ; 7)  $(1;3)$  8)  $(-5;0)$ .
50. 1)  $a \in (1;+\infty)$ ; 2)  $a \in (\frac{5}{3};+\infty)$ ; 3)  $a \in (-\infty;-3) \cup [1;+\infty)$ ; 4)  $a \in (-\infty;-2] \cup (\frac{10}{3};+\infty)$ .
51.  $[4;+\infty)$ . 52.  $(-\infty;0) \cup (1;4,3]$ . 53.  $(\frac{6}{7};3)$ . 54.  $(-\infty;1) \cup (6;+\infty)$ . 55.  $[-2;-1)$ .
56.  $(\frac{7}{8};+\infty)$ . 57.  $(-\infty;-2)$ . 58. 2)  $a \in (-\infty;4,5]$ ; 5)  $(-\infty;1\frac{1}{11}]$ ; 6)  $(-\infty;1] \cup (5;+\infty)$ .
59. 1)  $a \in [1;+\infty)$ ; 2)  $a \in (-\infty;0) \cup (0;+\infty)$ ; 3)  $a \in (-\infty;0] \cup [1;8]$ ; 4)  $a \in [-4;2]$ .
60. 1)  $(-\infty;-3)$ ; 2)  $(-\infty;2)$ ; 3)  $\emptyset$ ; 4)  $(-4;2) \cup (4;+\infty)$ ; 5)  $(-3;-2) \cup (4;+\infty)$ ;
- 6)  $[-1;3) \cup (5;+\infty)$ ; 7)  $(-\infty;-6) \cup (4;7)$ ; 8)  $(-\infty;1) \cup [3;+\infty)$ ; 9)  $\{-8\} \cup (-2;1]$ ; 10)  $\{-4\}$ ;
- 11)  $\{-3;-2\}$ ; 12)  $(-\infty;-7) \cup \{0;1\} \cup (10;+\infty)$ ; 13)  $(-\infty;-8] \cup [-4;4) \cup [8;+\infty)$ ;
- 14)  $[-12;-4] \cup \{-1\}$ .
61. 1) 2 та; 2) 5 та; 3) 1 та; 4) 8 та. 62. 1) 0; 2) 0; 3) -6; 4) -2.

63. 1)  $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ ; 2)  $(1; 2]$ ; 3)  $(0; 3]$ ; 4)  $[-\frac{18}{5}; -2]$ ; 5)  $(2; 6)$ ; 6)  $(-\infty; \frac{4}{3}] \cup (3; +\infty)$ ;  
 7)  $(-4; 3]$ ; 8)  $[-2; 0]$ ; 9)  $(-8; 0]$ ; 10)  $(\frac{1}{2}; 3)$ ; 11)  $(-5; -2) \cup (3; +\infty)$ ; 12)  $(-\infty; -2)$ ;  
 13)  $(-\infty; -1) \cup [-\frac{1}{3}; +\infty)$ ; 14)  $(-\infty; 2] \cup (3; +\infty)$ ; 15)  $(-\frac{9}{2}; -2) \cup (3; +\infty)$ ; 16)  $[1; 3] \cup (5; +\infty)$ ;  
 17)  $(-\infty; -1) \cup (0; \frac{1}{2}) \cup (1; +\infty)$ ; 18)  $(0; 1)$ ; 19)  $[-\sqrt{2}; 0] \cup (1; \sqrt{2}] \cup (2; +\infty)$ ;  
 20)  $(-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (2; +\infty)$ .
64. 1) 0; 2) 2; 3) -4,5; 4) 2,5; 5) 1,5; 6)  $\frac{3}{2}$ ; 7) -1; 8) 0.
- 65\*. 1)  $\{0\}$ ; 2)  $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ ; 3)  $\{-1\} \cup (0; +\infty)$ ; 4)  $\{-3; -2\} \cup (3; +\infty)$ ;  
 5)  $(-\infty; -1] \cup (0; 1] \cup (2; 3]$ ; 6)  $[-4; -3] \cup (-\frac{3}{2}; 0) \cup [1; +\infty)$ ; 7)  $(-2; 1)$ ; 8)  $(0; 2 + \sqrt{6})$ ;  
 9)  $(-1; 2)$ ; 10)  $(-\infty; -1) \cup (-1; -\frac{1}{2}] \cup [1; +\infty)$ .
66. 1)  $[-1; 1] \cup (3; 4)$ ; 2)  $\emptyset$ ; 3)  $(-2; 0] \cup [1; 2) \cup [4; +\infty)$ ; 4)  $(0; 2]$ ; 5)  $(\frac{1}{3}; 6)$ ;  
 6)  $(-\infty; -3) \cup [2; +\infty)$ ; 7)  $(-1; 0]$ ; 8)  $(\frac{3}{2}; 2)$ .
- 67\*. 1)  $a \in [-4; 2]$ ; 2)  $a \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ; 3)  $a \in (-1; 0] \cup \{1\}$ ; 4)  $a \in (-\infty; 0] \cup [1; 8]$ .

## ТЕСТ ЖАВОБЛАРИ

ТЕСТ 1	
1 C	11 A
2 Д	12 C
3 E	13 E
4 A	14 B
5 Д	15 A
6 Д	16 B
7 E	17 Д
8 B	18 Д
9 B	19 B
10 C	20 C

ТЕСТ 2	
1 C	11 Д
2 B	12 B
3 A	13 A
4 Д	14 C
5 E	15 B
6 Д	16 B
7 A	17 A
8 C	18 Д
9 B	19 E
10 C	20 C

ТЕСТ 3	
1 Д	11 Д
2 A	12 E
3 E	13 C
4 B	14 A
5 C	15 B
6 E	16 C
7 Д	17 Д
8 B	18 Д
9 B	19 A
10 C	20 C

ТЕСТ 4	
1 Д	11 C
2 C	12 Д
3 A	13 B
4 C	14 A
5 E	15 Д
6 B	16 E
7 Д	17 C
8 B	18 B
9 A	19 A
10 E	20 Д



# МУНДАРИЖА

Сўз боши.....	3
---------------	---

## I боб. Ҳақиқий сонлар.

1 – §. Тўплам тушунчаси. Тўпламлар устида амаллар.....	5
2 – §. Натурал сонлар ва улар устида амаллар.....	6
2.1. Қўшиш ва қўшиш қоидалари. Айириш.....	7
2.2. Кўпайтириш ва кўпайтириш қоидалари. Бўлиш.....	7
3 – §. Сонларнинг бўлиниш аломатлари. Қолдиқли бўлиш.....	8
4 – §. Сонларни туб кўпайтувчиларга ажратиш. Энг катта умумий бўлувчи. Энг кичик умумий бўлинувчи (карралиси) .....	10
5 – §. Оддий касрлар.....	12
5.1. Оддий касрларнинг асосий хоссалари.....	13
5.2. Оддий касрларни таққослаш.....	13
6 – §. Ўнли касрлар. Даврий касрлар.....	14
7 – §. Касрлар устида арифметик амаллар.....	16
7.1. Оддий касрлар.....	16
7.2. Ўнли касрлар.....	17
7.3. Амаллар бажариш тартиби.....	18
8 – §. Нисбат. Пропорция.....	19
9 – §. Тўғри пропорционал миқдор. Ўрта арифметик ва ўрта вазн миқдор.....	20
10 – §. Процент (Фоииз) .....	21
11 – §. Қарама – қарши сонлар. Координата тўғри чизиги. Соннинг модули ва унинг хоссалари.....	22
12 – §. Бутун ва рационал сонлар тўплами. Иррационал, ҳақиқий сонлар ҳақида тушунча.....	24
12.1. Рационал сонларни таққослаш.....	24
12.2. Рационал сонлар устида арифметик амаллар.....	25
12.3. Соннинг бутун ва каср қисмлари.....	27
13 – §. Қавсларни очиш қоидалари.....	27
Ўтилган мавзулар бўйича тест – 1.....	28
I бобни мустаҳкамлаш учун машқлар.....	30

## II боб. Алгебраик ифодалар.

1 – §. Натурал кўрсаткичли даража ва унинг хоссалари.....	35
2 – §. Бирҳад ва кўпҳад.....	36
3 – §. Бирҳад ва кўпҳаднинг хоссалари.....	38

3.1. Бирҳаднинг хоссалари.....	38
3.2. Кўпҳаднинг хоссалари.....	38
4–§. Бирҳад ва кўпҳадлар устида амаллар.....	39
5–§. Қисқа кўпайтириш формулалари.....	42
6–§. Бир ўзгарувчили кўпҳадлар. Безу теоремаси.....	45
7–§. Кўпҳадларни кўпайтувчиларга ажратиш усуллари.....	47
8–§. Алгебраик касрлар ва улар устида амаллар.....	49
8.1. Алгебраик касрларнинг хоссалари.....	49
8.2. Алгебраик касрлар устида амаллар.....	50
8.3. Барча амалларга доир мисоллар.....	52
9–§. Бугун кўрсаткичли даража ва унинг хоссалари.....	53
10–§. $n$ – даражали илдиз.....	55
10.1. $n$ – даражали илдизнинг таърифи ва хоссалари.....	55
10.2. $n$ – даражали арифметик илдиз ва унинг хоссалари.....	55
10.3. $n$ – даражали арифметик илдизга оид турли хил ми – сомлар.....	57
10.4. Рационал кўрсаткичли даража ва унинг хоссалари.....	58
10.5. Касрнинг махражидаги иррационаллиқдан (илдиздан) қутқариш.....	60
10.6. Каср кўрсаткичли даража қатнашган ифодаларни айнан тенг ифодаларга алмаштириш.....	61
Ўтилган мавзулар бўйича тест – 2.....	62
II бобни мустақамлаш учун машқлар.....	65

### III боб. Тенгламалар

1–§. Тенглик, айният ва тенглама.....	74
2–§. Биринчи даражали бир номаълумли тенгламалар.....	75
3–§. Чизиқли ва параметрга боғлиқ бир номаълумли тенглама – лар.....	78
4–§. Квадрат учҳадни чизиқли кўпайтувчиларга ажратиш.....	79
5–§. Квадрат тенглама ва унинг илдизлари. Виет теоремаси.....	80
6–§. Квадрат тенгламага келтириладиган тенгламалар. $n$ – даражали алгебраик тенгламалар.....	86
7–§. Комплекс сонлар. Комплекс номаълумли квадрат тенглама – лар.....	91
8–§. Рационал тенгламалар ва уларнинг ечиш усуллари.....	93
9–§. Биринчи даражали икки номаълумли иккита тенгламалар системаси.....	96
9.1. Ўрнига қўйиш усули.....	97
9.2. Алгебраик қўшиш усули.....	98
9.3. Параметрга боғлиқ бўлган системаларни ечиш.....	99

10—§. Биринчи даражали уч номаълумли учта тенгламалар системаси.....	101
11—§. Иккинчи даражали икки номаълумли тенгламалар системаси.....	102
12—§. Турли хил тенгламалар системасини ечиш.....	105
13—§. Масала ечиш усуллари.....	108
Ўтилган мавзулар бўйича тест—3.....	114
III бобни мустаҳкамлаш учун машқлар.....	116

#### **IV боб. Тенгсизликлар.**

1—§. Сонли тенгсизликлар.....	125
1.1. Сонли тенгсизликларнинг таърифлари.....	125
1.2. Сонли тенгсизликларнинг хоссалари.....	126
1.3. Сонли тенгсизликлар устида амаллар.....	127
1.4. Қўш тенгсизликларнинг хоссалари ва улар устида амаллар.....	129
1.5. Сонли оралиқлар.....	131
2—§. Бир номаълумли тенгсизликлар.....	134
2.1. Бир номаълумли тенгсизликлар ва унинг ечиш хоссалари.....	134
2.2. Тенг кучли тенгсизликлар ва унинг хоссалари.....	137
3—§. Бир номаълумли чизиқли тенгсизликлар.....	139
4—§. Бир номаълумли чизиқли тенгсизликлар системаси.....	142
5—§. Турли хил тенгсизликлар системасини ечиш.....	145
6—§. Квадрат тенгсизлик ва унинг ечими.....	149
7—§. Интерваллар усули.....	152
8—§. Параметрга боғлиқ бир номаълумли тенгсизликлар.....	158
8.1. Параметрга боғлиқ бир номаълумли тенгсизликларни ечиш.....	158
8.2. Параметрга боғлиқ бўлган тенгсизликлар системасини ечиш.....	162
9—§. Рационал тенгсизликлар.....	166
9.1. Рационал тенгсизликларни ечиш.....	166
9.2. Рационал тенгсизликлар қатнашган тенгсизликлар системасини ечиш.....	172
10—§. Тенглик ва тенгсизликларни исботлаш.....	174
10.1. Тенгсизлик ишорасини хоссаларидан фойдаланиб исботлаш.....	174
10.2. Маълум тенгсизликлардан фойдаланиб исботлаш.....	175
10.3. Алгебраик ифодалар устида қўшиш, айириш ва кўпайтириш амалларини қўллаб исботлаш.....	176
10.4. Турли хил тенгсизликларни исботлаш.....	177

10.5. Математик индукция усули ва унинг ёрдамида тенглик ва тенгсизликларни исботлаш.....	179
10.6. Тенгсизликларни исботлашда қўлланадиган тенгсизлик – лар.....	183
10.7. Тенгсизликларни энг катта ва энг кичик қийматларини топишда қўлланиши.....	184
Ўтилган мавзулар бўйича тест – 4.....	187
IV бобни мустақамлаш учун машқлар.....	189
Жавоблар.....	208

**Исломов Бозор Исломович  
Шарииова Парида Имнижонова**

**МАТЕМАТИКА  
АЛГЕБРА  
1-қисм**

Босишга рухсат этилди	06.06.05
Қоғоз бичими	30x42
Ҳисоб-нашр табоғи	13,7 б.т.
Адади	200
Буюртма	№ 126

Тошкент Молия институти босмахонасида ризография усулида чоп  
этилди.

700084, Тошкент, Ҳ. Асомов кўчаси, 7-уй





