GEOMETRIYA 7

Ulwma orta bilim beriw mekteplerinin
7-klassı ushin sabaqlıq

Durıslanǵan hám tolıtırılǵan ushinshi basılıwı

Ózbekstan Respublikası
Xalıq bilimlendiriw Ministrligi tastıyıqlaǵan

TASHKENT
“YANGIYO‘L POLIGRAF SERVIS”
2017

UO‘K: 514=512.133(075.3)
KBK: 22.151ya72

Awtorlar: A. Azamov, B. Haydarov, E. Sariqov, A. Qóchqorov, U. Saǵdiev

Pikir bildiriwshiler:

A. Ya. Normanov, fizika-matematika pánleriniń doktorı, professor, Ózbekstan Milliy Universiteti geometriya hám ámeliy matematika kafedrası baslıǵı;
S. F. Saidalieva, pedagogika pánleriniń kandidatı, matematika hám onı oqıtıw metodikası kafedrası docenti;
B. Q. Eshmamatov, fizika-matematika pánleriniń kandidatı, Tashkent qalası №6 mekteptiń direktorı;
M. M. Shaniyazova, Tashkent qalası № 300 mekteptiń matematika oqıtıwshısı;
M. Sanaeva, Tashkent oblastı Zangiana rayonı № 23 mekteptiń joqarı kategoriyalı matematika oqıtıwshısı;

Shártli belgiler

Jańa geometrik túsinikleriniń anıqlamasıtárifi	Ameliy shiniǵiw
Soraw, másele hám tapsırmalar	Ólgili masele yaki ámeliy jomıs
Aksioma	Matematikalıq máseleler ǵáziynesi
Qızıqarlı másele	Teorema
Aktivlestiriwshi shınıǵıw	Geometriyalıq izertlew
Turmısımızda ǵeometriya	Tariyxdan úzindiler

* Quramalı máseleler

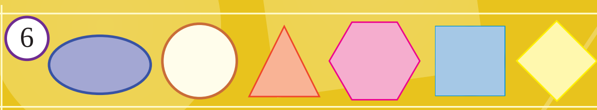
Mámleketlik byudjet qarjıları esabınan basıp shıǵarıldı.

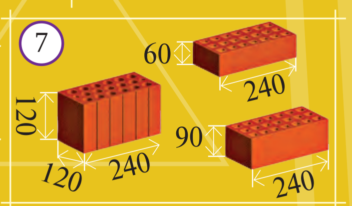
ISBN 978-9943-382-97-8

MAZMUNI

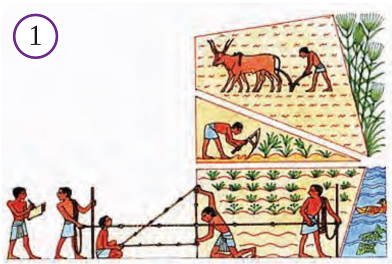
I BAP

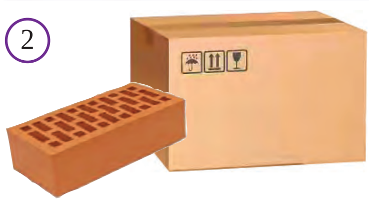
BASLANĞISH GEOMETRIYALIQ MAĞLIWMATLAR. PLANİMETRİYA

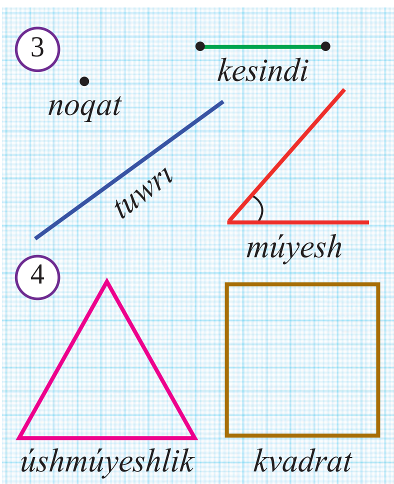


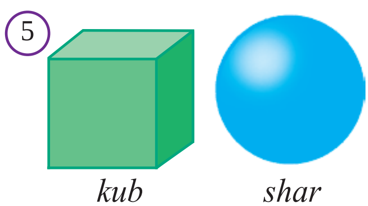


1 GEOMETRIYA PÁNI HÁM PREDMETI. GEOMETRIYA PÁNINIŃ WAZIYPALARÍ









Geometriyaǵa tiyisli dáslepki túsinikler, bunnan 4-5 mıń jıl burın áyemgi Mısrda payda bolǵan. Sol jılları Nil dariyasınıń suwı hár jılı tasıp, egislik maydanların juwıp turǵan. Sonıń ushın, egislik jerlerdi qayta bólistiriw hám salıq muǵdarın anıqlaw ushın bul maydanlarda belgilew hám ólshew islerin orınlawǵa tuwra kelgen (*1-súwret*). Áyemgi grek alımları jer ólshew usılların mısrlılardan úyrenip, onı geometriya dep ataǵan. ***“Geometriya”*** grek sózi bolıp, “geo” – jer, “metriya” – ólshew degen mánisti ańlatıwshı bólimlerden dúzilgen.

Eramızdan aldıńǵı VII–VI ásirlerde Áyemgi Xorezmde de Mısrdaǵı sıyaqlı Ámiwdáriyanıń tómengi bóliminde jer ólshew isleri orınlanǵan.

Geometriyaǵa tiyisli dáslepki túsinikler, áyemgi Bobilde de payda bolǵan. Sonday-aq, tariyxshılar Pifagor teoreması Bobilde tabılǵan dep esaplaydı.

Áyyemgi grek alımı Evklid sol waqıtqa shekem belgili bolǵan geometriyalıq túsinik hám qásiyetlerdi tártipke keltirip, ***“Negizler”*** dep atalǵan kitabında bayan etken. Bul kitap eki mıń jıl dawamında mektepler ushın eń áhmiyetli sabaqlıq wazıypasın atqardı hám pánniń rawajlanıwında úlken áhmiyetke iye boldı. Geometriyanı oqıtıwda házirde usı kitaptaǵı qaǵıydalarǵa súyenedi.

Ertede jasap ótken derlik barlıq alımlar geometriya menen shuǵıllanǵan. Ullı jerlesimiz Maxammad ibn Musa al-Xarezmiy, Axmad Farǵaniy, Abu Rayxan Beruniy, Abu Ali ibn Sino, Umar Hayyam da Evklid “Negizler” in puqta úyrenip, bul pánniń rawajlanıwına óz úlesin qosqan. Shıǵıs mámleketlerinde geometriya ***handasa*** dep atalǵan hám oǵan úlken áhmiyet berilgen. Bul pikirdi, injener sóziniń negizi “handasa” ekenligi de tastıyqlap turadı.

Bizdi qorshap turǵan hár bir predmet qanday da bir formaǵa iye. Máselen gerbishti alayıq. Ol 6-klastan sizge tanıs bolǵan tuwrı múyeshli parallelepiped formasında boladı (*2-súwret*). Bunnan basqa onıń 8 tóbesi bar – bular noqatlar boladı, 12 qırı bar – bular kesindiler boladı, 6 qaptal (tárepi) jaǵı bar – bular tuwrımúyeshlikler boladı.

__Geometriya__ – geometriyalıq figuralar hám olardıń qásiyetleri haqqındaǵı pán.

Noqat, tuwrı, kesindi, múyesh, úshmúyeshlik, kvadrat, sheńber, kub, shar, sıyaqlı qatar geometriyalıq figuralar menen siz tómengi klaslarda tanısqansız (*3-5-súwretler*).

3-5-súwretlerde kórsetilgen figuralar tábiyattaǵı túrli denelerdiń geometriyalıq formasınan ibarat. Denelerdi geometriyalıq kóz qarastan úyrengenimizde olardıń tek ǵana formasın esapqa alamız.

Biz noqat, kesindi, múyesh, úshmúyeshllik sıyaqlı tegis figuralardı dápterdiń betine sıza alamız. Kub, piramida, shar sıyaqlı keńisliktegi geometriyalıq figuralardı bolsa sıza almaymız. Biraq olardıń kórinisin dápterde súwretlewimiz múmkin.

Planimetriya geometriyanıń baslanǵısh bólimi bolıp, ol tegisliktegi geometriyalıq figuralardıń qásiyetlerin úyrenedi. Keńisliktegi figuralardıń qásiyetlerin bolsa geometriyanıń ***stereometriya*** dep atalatuǵın bólimi úyrenedi. Biz geometriyanı úyreniwdi planimetriyadan baslaymız.

6

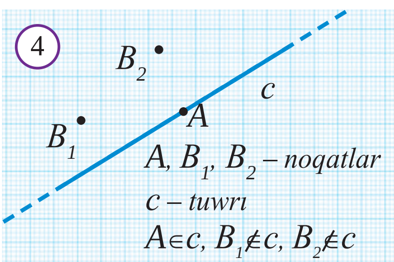
Evklid
(Eramızdan aldıńǵı III ásir)
Áyyemgi grek alımı, geometriya páninińqáliplesiwinde úlken orın tutqan –"Negizler" miyneti menen tanıqlı.

__Planimetriya__ – geometriyanıń baslanǵısh bólimi bolıp, ol tegisliktegi geometriyalıq figuralardıń qásiyetlerin úyrenedi.

Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Geometriyaǵa tiyisli dáslepki maǵlıwmatlar qay jerde hám qalay payda bolǵan?
2. Geometriya sóziniń mánisi hám ushın ol usı at penen atalǵan?
3. Geometriya rawajlanıwına úles qosqan qaysı alımlardı bilesiz?
4. 6-súwrette Xiwa qalasında Kok Minar imaratı qanday geometriyalıq formada? Minaranıń sırtında qanday geometriyalıq formalardı kóriw mumkin?
5. Geometriya páni neni úyrenedi?
6. Planimetriya geometriyanıń qanday bólimi? Streometriya-she?
7. Streometriyanin qanday ózine tán tárepleri bar?
8. Dógerek átirapımızdan geometriyalıq figuralardı esletiwshi predmetlerge mısallar keltiriń hám olardı dápterińizge sızıń.
9. 3-5-súwretlerde kórsetilgen figuralardıń qaysı ózgesheliklerine qarap toparlarǵa ajıratıw múmkin? Bul ózgeshelikler qanday?
10. Planimetriya 3-5-súwretlerde kórsetilgen figuralardıń qaysılarınıń qásiyetlerin úyrenedi?

2 EŃ ÁPIWAYÍ GEOMETRIYALÍQ FIGURALAR: NOQAT, TUWRI HÁM TEGISLIK



Noqat, tuwrı sızıq hám tegislik – geometriyanıń tiykargı túsinikleri boladı. Geometriya paninin daslepki tusinikleri bolganlıqtan olarǵa tarip berilmeydi. Sonıń menen birge olar basqa tusiniklerdi kiritiw ushin tiykar wazıypasın orınlaydı.

Qálemniń ushın qaǵazǵa, pordı taxtaǵa tiygizgende qalǵan iz yamasa aspandaǵı juldızlardı (*1-súwret*) alıp qaraytuǵın bolsaq, olar kózimizge sonday kishi bolıp kórinedi, olardıń ólshemlerin esapqa almasaq ta boladı. ***Noqat*** – áne usınday, ólshemlerin esapqa almasa da bolatuǵın nárselerdiń geometriyalıq kórinisi boladı. Evklid "Negizler" dep atalǵan miynetinde noqattı hesh bir bólimge iye bolmaǵan figura sıpatında táriyplegen.

Abtomobil joli boylap tartilgan siziqlar (*2-súwret*), sım aǵashqa kerip tartılǵan elektr sımları, aspanǵa qarap baǵdarlanǵan lazer nurı (*3-súwret*), kerip tartılǵan darwaz sımı sıyaqlı denelerdiń geometriyalıq kórinisi – ***tuwrı sızıq*** boladı. Jaqtılıq nurları da tuwrı boylap tarqaladı. Tiykarında tuwrı sheksiz dawam etetuǵın figura boladı. Biz onı qaǵaz, klass taxtasında súwretlegende kishi bólegin sızamız. Biraq tuwrı barqulla hár eki tárepke sheksiz dawam etken boladı.

Pol, stoldıń ústińgi beti, diywal, patalok, dápterdiń eti, tınıq kóldegi suw beti (*3-súwret*), usı sıyaqlılardıń geometriyalıq kórinisi ***tegislik*** boladı.

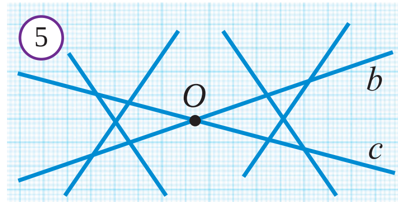
Noqatlar úlken latın háripleri $A, B, C, D, \ldots$, tuwrılar kishi latın háripleri $a, b, c, d, \ldots$ menen belgilenedi hám *"A noqatı", "a tuwrısı" túrinde oqıladı* (*4-súwret*).

> *Tegislikten qanday tuwrı sızıq alınbasın, bul tuwrıǵa tiyisli bolǵan noqatlar da, tiyisli bolmaǵan noqatlar da bar boladı.*

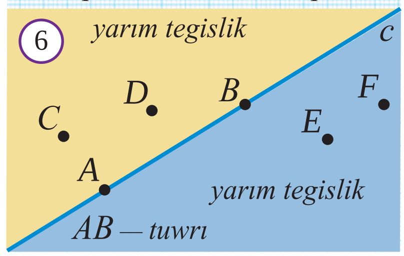
Máselen, 4-súwrette A noqatı c tuwrısına tiyisili, B_1 hám B_2 noqatı c tuwrısına tiyisli emes. Bunı qısqasha $A\in c$ hám $B_1\notin c,\ B_2\notin c$ túrinde belgileymiz. "A noqat c tuwrısına tiyisili, B_1 hám B_2 noqatlar c tuwrısına tiyisili emes" dep oqıymız. Bunı qısqasha, "A tiyisili c ga, B_1 hám B_2 tiyisili emes c ga" dep oqıymız.

Eger O noqatı b tuwrı sızıqda, c tuwrı sızıqqa da tiyisli bolsa, b hám c tuwrı sızıqları O noqatında kesilisedi (*5-súwret*). Bunda O noqatı b menen c tuwrı sızıqlarınıń kesilisiw noqatı dep ataladı.

6-súwrette kórsetilgen tuwrı A hám B noqatlarınan ótedi.



O noqat — b hám c tuwrı sızıqlarınıń kesilisiw noqatı.



Hár qanday eki noqattan tek bir tuwrı ótedi.

Bul qásiyet boyınsha, tuwrınıń eki noqatı kórsetilse, bul tuwrı anıqlanǵan boladı. Sonıń ushın anıqlanǵan tuwrını onda jatqan eki noqat járdeminde de belgilew múmkin. 6-súwrette AB *tuwrı sızıq* kórsetilgen.

Eskertiw: *Aldaǵı waqıtta eki tuwrı (eki noqat, eki yarımtegislik, ...) dep aytılǵanda eki hár qıylı tuwrı (eki noqat, eki yarımtegislik, ...) túsiniledi.*

Hár bir tuwrı tegislikti eki bólekke: eki yarımtegislikke ajıratadı.

Qaralıp atırǵan tuwrı yarımtegisliklerdiń hár ekewine de tiyisli dep qaraladı. Ol ózi ajıratıp bólgen yarımtegisliklerdiń ulıwma shegarası boladı, 6-súwrette c tuwrı sızıq tegislikti eki yarımtegislikke ajıratıwı súwretlengen.

Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Geometriyanıń tiykargi túsiniklerin aytıń. Olar qanday belgilenedi?

2. Noqat, tuwri sızıq hám tegislikti siz qanday súwretley alasiz?

3. Áńlatpalardı oqıń, tusindiriń hám sızıń: a) $A \in b$; b) $C \notin b$; $C \notin AB$.

4. A hám B noqatları d tuwrı sızıqqa tiyisli, C noqatı bolsa d tuwrı sızıqa tiyisli emes. AB hám AC tuwrı sızıqları haqqında ne aytıw múmkin?

5. AB hám AK tuwrıları neshe ulıwma noqatqa iye bolıwı múmkin?

6. c tuwrı sızıq sızın ham onda A noqatın belgilen. c tuwri siziqtan parqlı AB tuwrısın júrgiziń. B noqatı c tuwrı siziginda jata ma?

7. a) Bir; b) eki; c) úsh noqattan neshe tuwrı ótkeriw múmkin? Juwabıńızdı tiykarlap beriń.

8*. Qálegen úshewi bir tuwrıda jatpaytuǵın a) úsh; b) tórt noqat arqalı usı noqatlardı jup-jubı menen tutastırıwshı neshe tuwrı júrgiziw múmkin?

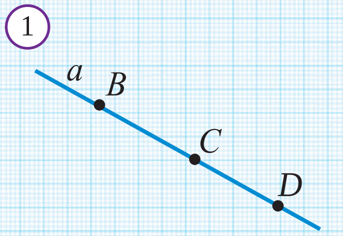
9*. Tórt tuwrınıń hár ekewiniń kesilisken noqatları belgilengen. Noqatlar sanı kóbi menen neshew boladı? Tuwrılar besew bolsa-she?

10. Tegislikte bes noqattı sonday jaylastırıń , olardıń hár ekewi arqali tuwrı sıziq ótkizgende, tuwrı sızıqlar besew bolsın.

11. 5-súwrette neshe tuwrı siziq bar? Olar neshe noqatta kesilisedi?

12. 6-súwrettegi figuralar arasındaǵı qatnaslardı belgiler járdeminde jazıń.

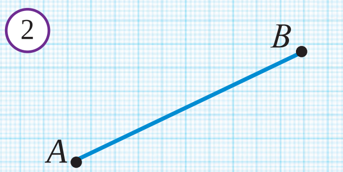
3 KESINDI HÁM NUR



Eger *a* tuwrısında úsh *A*, *B*, *C* noqatları alınsa (1-súwret), olardıń tek birewi — *B* noqatı qalǵan ekewi, yaǵnıy *A* hám *C* noqatlarınıń arasında jatadı. *A* hám *B* noqatları *C* noqatınıń bir tárepinde, *B* hám *C* noqatları bolsa *A* noqatınıń bir tárepinde jatadı.

> *Bir tuwrıda belgilengen qálegen úsh noqattıń tek birewi qalǵan ekewiniń arasında jatadı.*

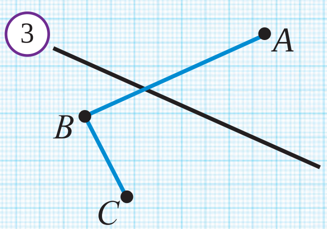
> ***Kesindi*** *dep, tuwrınıń eki noqatı hám olardıń arasında jatqan noqatlarınan ibarat bolǵan bólegine aytıladı.*



AB — kesindi
A, B — kesindiniń ushları

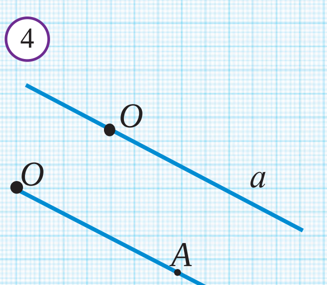
2-súwrette kesindi súwretlengen *A* hám *B* noqatları ***kesindiniń ushları*** yamasa ***shetki noqatları*** delinedi. Olardıń arasındaǵı noqatlar bolsa kesindiniń ***iishki noqatları*** dep ataladı. Kesindi óziniń shetki noqatları járdeminde "*AB* kesindi" túrinde belgilenedi. Bul kesindini "*BA* kesindi" túrinde jazıwǵa da boladı.

Eger eki noqat bir yarımtegislikke tiyisli bolsa, ushları usı noqatlarda bolǵan kesindi yarımtegisliktiń shegarasın kesip ótpeydi, keri jaǵdayda kesip ótedi (3-súwret).



> ***Nur*** *dep, tuwrınıń qaysı bir noqatınan bir tárepte jatqan barlıq noqatlarınan ibarat bolǵan bólegine aytıladı.*

a tuwrısında jatqan *O* noqatı bul tuwrını **(bir-birin toltırıwshı)** ***eki nurǵa*** ajıratadı. *O* noqatı bul nurdıń ***ushı*** yamasa ***baslanǵısh noqatı*** dep ataladı. Nurdıń ushı O hám qaysı bir *A* noqatı arqalı "*OA* nur" túrinde belgilenedi (4-súwret). Usınday jazıwda nurdıń ushı birinshi orında jazıladı.



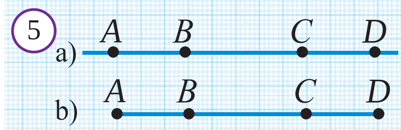
OA — nur
O — nurdıń ushı

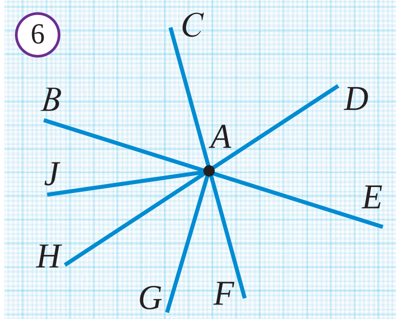
Ayırım jaǵdaylarda *OA* nurı "***O noqatınan shıǵıwshı nur***" dep te aytıladı.

Nurdı jaqtılıq nurınıń geometriyalıq kórinisi sıpatında qarawǵa da boladı. "Nur" ataması usıdan kelip shıqqan.

Soraw, másele hám tapsırmalar

1. 5.*a*-súwrette *B* noqatı qaysı noqatlar arasında jatadı? Qaysı noqatlar *C* noqatınan bir tárepte jatadı?
2. Kesindi hám nurǵa sıpatlama beriń. Olar qanday belgilenedi?
3. Tuwrıda *C* hám *D* noqatları berilgen. *CD* hám *DC* tuwrıları útpe-úst túseme? *CD* hám *DC* nurlarıshe?
4. Kesindi, nur hám tuwrı bir-birinen nesi menen parqlanadı?
5.* a) bir; b) eki; c) úsh; d) 10; e) *n* noqat tuwrını neshe bólekke bóledi?
6. 5*b*-súwrette neshe kesindi bar?
7. 6-súwrette neshe nur bar?
8. Bir tuwrı siziqda jatqan 2 noqat usı tuwrısiziqda jatqan neshe nurdı anıqlaydı? 3 noqat-she?
9. Tegislikte jatqan eki tuwrı siziq, usı tegislikti neshe bólekke bóledi?
10. Tuwrı hám onda jatpaytuǵın *A*, *B*, *C* noqatları berilgen. *AB* kesindisi berilgen tuwrını kesip ótedi, *AC* kesindisi bolsa kesip ótpeydi. *BC* kesindisi bul tuwrını kesip óte me?
11. ***Geometriyaliq súwretlew.*** Tuwrı sızıq ham onıń ústinde jaylasqan *A*, *B*, *C*, *D* noqatları suwretlen. Formasına qaramastan tómendegı sorawlarga juwap beriń.



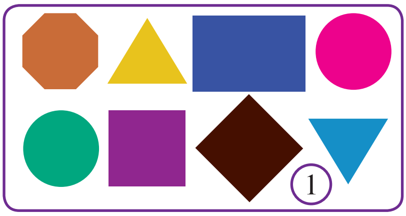


1. Eger *AB*, *BC* hám *CD* kesindileri tuwri siziqti kesip ótse, *AD* kesindi oni kesip óteme, kesip ótpeyme?
2. *AC* hám *BC* berilgan to‘g‘ri chiziqni kesgan, ammo *BD* kesmagan holda-chi?
3. *AB* hám *CD* berilgan to‘g‘ri chiziqni kesgan, ammo *BC* kesmagan holda-chi?
4. *AB* hám *CD* berilgan to‘g‘ri chiziqni kesmasdan, *BC* kesgan holda-chi?
5. Eger *AB*, *BC* hám *CD* berilgan to‘g‘ri chiziqni kesmasa, *AD* haqida nima deyish mumkim?
6. Eger *AC* ham, *BC* ham, *BD* ham berilgen tuwri siziqti kesip ótpese, *AD* kesindi haqqinda ne aytiw mumkin? Juwabinizdi qagazga jazin, keyin sizilma jardeminde tiykarlan.

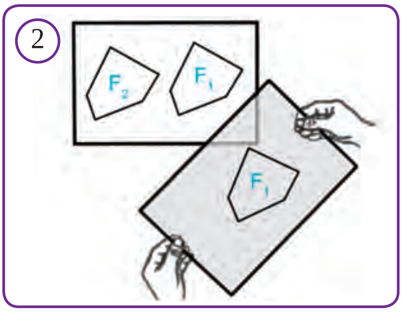
Súwrette súwretlengen quyash nurı menen geometriyadaǵı nur figurasınıń uqsaslıq tárepleri haqqinda fikir bildiriń. Olardıń qanday parqlı tárepleri bar?

4 KESINDILERDI SALISTIRIW

Aktivlestiriwshi shınıǵıw



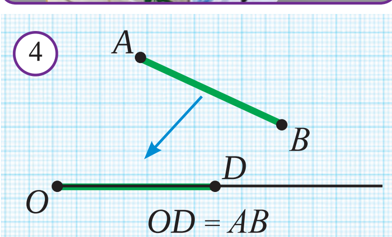
1. 1-súwrettegi figuralardıń qaysıları ústpe-úst túset?
2. Dógerek átirapıńızdan forması da, ólshemleri de bir qıylı bolǵan nárselerge mısallar keltiriń.



Teń figuralar dep, birin ekinshisiniń ústine betpe-bet ústpe-úst túsetuǵınday etip qoyıw múmkin bolǵan figuralarǵa aytıladı.

Bir geometriyalıq figuranı ekinshisiniń ústine qoyıw túsinigi menen aktivlestiriwshi shınıǵıwlarda tanısıp óttik. Bul túsinikti ámelde tómendegishe kóz aldımızǵa keltiriw múmkin. Bir figuranı ekinshisiniń ústine qoyıw ushın, dáslep kalka (jıltır) qaǵazına birinshi figuranıń nusqasın kóshirip úlgi alamız. Keyin kalka (jıltır) qaǵazın tegislep boylap jıljıtıp, birinshi figuranıń úlgisin ekinshi figura menen dál ústpe-úst túsetuǵınday etip qoyıwǵa háreket etemiz *(2-súwret)*. Eger bunıń múmkinshiligi bolsa, bul figuralar teń boladı.

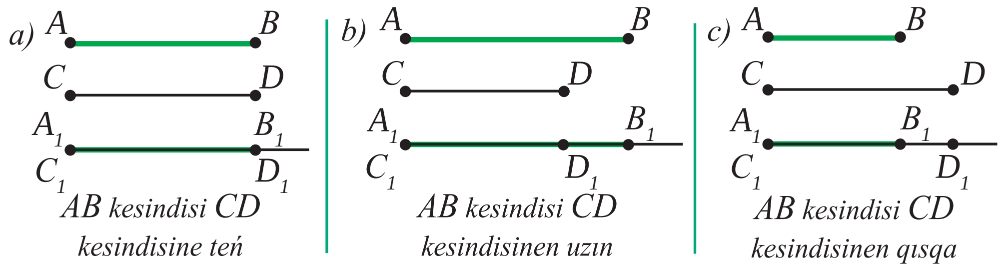
Geyde bir figuranı ekinshisine dál ústpe-úst qoyıw ushın, dáslep figuranıń nusqası túsirilgen kalka qaǵazdı awdarıp alıwǵa tuwra keledi. 3-súwrette usınday jaǵday súwretlengen.



Ushı O noqatında bolǵan nur hám qálegen AB kesindisi berilgen bolsın. Bir ushı usı nurdıń ushı, ekinshi ushı bolsa nurda jatatuǵın hám AB kesindige teń bolǵan kesindini nurdıń ústine qoyıw múmkin (*4-súwret*) ekenligi kórinip tur. Bunday kesindi jalǵız bolıp, ol berilgen kesindini berilgen nurǵa qoyıw delinedi. Bunı, aldımızda qısqasha «Kesindini nurǵa qoyıw» dep júrgizemiz.

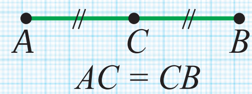
Qálegen nurdıń ústine onıń ushınan baslap berilgen kesindige teń bolǵan jalǵız kesindini qoyıw múmkin.

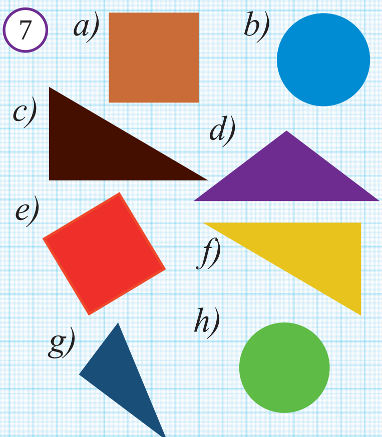
Eki kesindini óz ara salıstırıw ushın, hár eki kesindi bir nurdıń ústine qoyıladı. Keyin bolsa, tómendegi jaǵdaylardan qaysı biri bolıwına qarap, kesindilerdiń óz ara teńligi yamasa uzın-qısqalıǵı (yaǵnıy úlken-kishiligi) haqqında juwmaq shıǵarıladı (5-súwret).

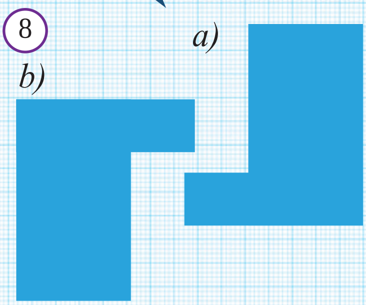
5


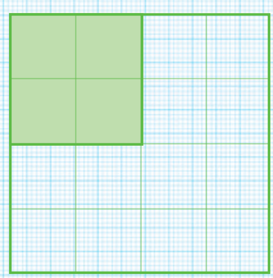
***Kesindiniń ortası** dep, onı teń eki kesindige bóliwshi noqatqa aytıladı.*

6-súwrette *AB kesindisiniń ortası bolǵan C* noqatı kórsetilgen. Figurada teń kesindiler bir qıylı sandaǵı sızıqshalar menen belgilenedi.

6


7


8


9


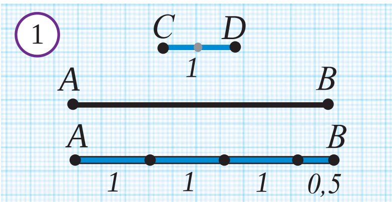
Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Qanday figuralardı óz ara teń dep ataymız?
2. 7-súwrettegi figuralardıń qaysıları óz ara teń?
3. Tómendegi hárip belgileriniń qaysıları geometriyalıq figura sıpatında óz ara teń?

   a, b, g, d, i, y, n, o, p, u, q
4. 8*a*-súwrette berilgen figuranıń ólshemlerin ózgertpesten qaǵazǵa sızıp, qırqıp alıń. Onı 8*b*-súwrettegi geometriyalıq figuranıń ústine qoyıw arqalı, olardıń teń yamasa teń emesligin anıqlań.
5. Qanday figuralar óz ara teń boladı?
6. Kesindiler qalay salıstırıladı?
7. Kesindiniń ortası degen ne?
8. Tuwrıda *A, B, C, D* noqatları berilgen. Ushları usı noqatlarda bolǵan neshe kesindi bar? Olardı jazıń?
9. Dápterinizge qandayda bir kesindini sızıń hám onıń ortasın kóz benen shamalap tabıń. Nátiyjeni sızǵısh járdeminde tekseriń. Shınıǵıwdı tákirarlań.

10* Diyqanniń kvadrat formasinda jer tamarqasi bar edi. Ol tamarqasiniń sherek bólegine 9-súwrette kórsetilgendey etip ózi ushin qaldirdi. Qalǵan bólegin hár qiyli formada bóleklerge bólip, tórt balasina bólistirdi. Diyqan buni qalay amelge asirdi?

5 KESINDINIŃ UZINLIĞI HÁM ONIŃ QÁSIYETLERI



Kesindilerdi nurdıń ústine qoyıw arqalı salıstırıw aytarlıqtay qolaylı emes. Kesindilerdiń qaysı biri uzın yamasa qısqa ekenligin (yağnıy úlken yamasa kishi ekenligin), olardıń uzınlıqların salıstırıw arqalı anıqlawğa boladı.

Qanday da bir kesindini birlik kesindi dep alıp, onıń uzınlığın 1 ge teń dep qabıl etemiz. Qalğan kesindilerdiń uzınlıqların usı birlik kesindiniń uzınlığına salıstırıp anıqlaymız. ***Kesindiniń uzınlığı*** oń san bolıp, ol kesindige birlik kesindi hám onıń bóleklerin neshe márte qoyıw múmkin ekenligin kórsetedi. 1-súwettegi *CD* kesindisin birlik kesindi dep alıp, onıń uzınlığın 1 ge teń desek, onda *AB* kesindisiniń uzınlığı 2 ge teń bolatuğınlığı kórinip tur. Sebebi, *AB* kesindisine *CD* kesindisi eki márte jaylasıp tur. 1-súwrettegi *CD* kesindisin birlik kesindi dep alsaq, onda AB kesindisiniń uzınlığı 3,5 ke teń boladı. Sebebi, *AB* kesindisine *CD* kesindisi pútinligishe úsh márte hám onıń yarımı jaylasıp tur.

Hár qanday kesindi belgili bir uzınlıqqa iye bolıp, ol oń san menen ańlatıladı.

Tuwrıda jatıwshı *A*, *B* hám *C* noqatları berilgen bolıp, *B* noqatı *A* hám *C* noqatları arasında jaylasqan bolsa, *AC* kesindisiniń uzınlığı *AB* hám *BC* kesindileriniń uzınlıqlarınıń qosındısınan ibarat boladı, yağnıy $AC = AB + BC$ (*2-súwret*). Kesindilerdiń uzınlıqları haqqındağı bul tastıyıqlawdı dáillewsiz qabıl etemiz.

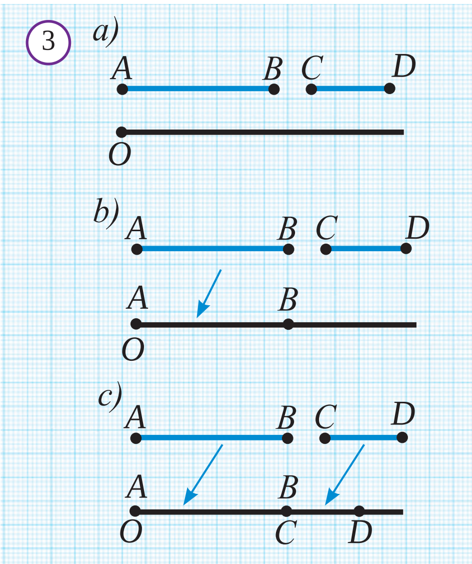
Eger tuwrıda jatıwshı B noqatı A hám C noqatları arasında jaylasqan bolsa, AC kesindisiniń uzınlığı AB hám BC kesmalar uzınlıqlarınıń qosındısına teń boladı:

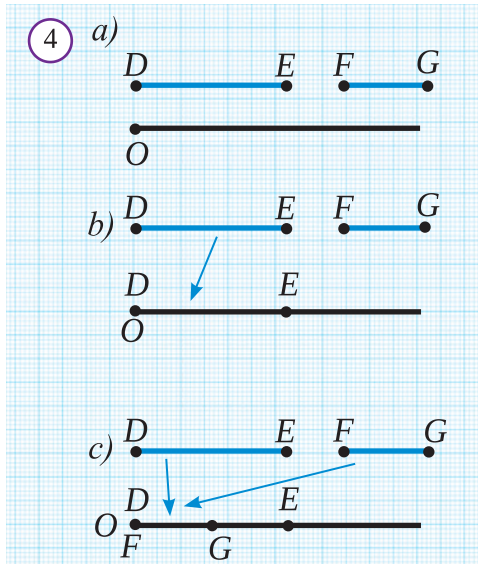
$$\mathbf{AC = AB + BC.}$$

Joqarida keltirilgen tastiyiqlaw kesindiler ustinde qosiw hám aliw amellerin aniqlawga imkan beredi. *O* nur, *AB* hám *CD* kesindileri berilgen bolsin *(3a-súwret)*. *O* nurga *AB* kesindini qoyamiz *(3b-súwret)*. Son *b* nurga *CD* kesindini qoyamiz *(3c-súwret)*.

Natiyjede payda bolgan *AD* kesindi *AB* hám *CD* ***kesindilerinin qosındısi*** dep ataladi. Bul kesindiler ushin $AD = AB + CD$ teńlik orınlı.

Kesindilerdi alıw ameli hám usi tarizde orinlanadi. *O* nur, *DE* hám *FG* kesindiler berilgen hámde $DE > FG$ bolsın (*4a-súwret*). *O* nurda aldın kesindilerden uzini – *DE* ni qoyamız (*4b-súwret*). Son jáne *O* noqattan baslap *FG* kesindini qoyamız (*4c-súwret*). Payda bolgan *GE* kesindi *DE* hám *FG* ***kesindiler ayırması*** dep ataladı. Kesindilerdiń uzınlığı ushin $GE = DE – FG$ teńlik orınlı boladı.





AB kesindiniń uzınlıǵı *A* hám *B* noqatlar arasındaǵı ***aralıq*** dep te ataladı.

Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Kesindinin uzinlıgı degende neni tusinesiz?

2. Qanday kesindilerge óz ara teń kesindiler dep aytamız?

3. Kesindiniń qásiyetlerin aytıń.

4. Kesindiniń ayırması hám qosındısı neni ańlatadı?

5. Aralıq dep nege aytıladı?

6. Dunya kartasına qaralsa, Jazoyr Tokio menen Los Anjeles arasında *(5-suwret)*. Yaponiyaliq oqıwshi “Tokio Jazoir menen Los-Anjeles” arasinda, AQShlik talaba bolsa “joq Los-Anjeles Jazoir menen Tokio arasinda” dep turip aliwi mumkin.Buni qalay tusinesiz?

7. Eger *AB* hám *DE* kesindiler bir nurda jaylasqan bolsa $AB=10\,sm$, $DE=20\,sm$ bolsa, *E* noqat *AB* kesindisi ortasinda jatiwi mumkinbe? Juwabınızdı tiykarlań.

8*. *AB* kesindi berilgen. Uzınlıgı: a) $2AB$; b) $AB:2$; c) $AB:4$ bolgan kesindilerdi jasan.

9*. Tuwrı sızıqtaǵı *A*, *B*, *C* noqatlar ushın $AB=5{,}6\,sm$, $AC=8{,}9\,sm$ hám $BC=3{,}3\,sm$ ekenligi málim. *A*, *B*, *C* noqatlar qaysı biri qalǵan ekewiniń arasında jatadı?

10. Tuwri sızıqta *A*, *B*, *C*, *D* noqatlar berilgen. *D* noqat *B* hám *C* noqatlar arasında jatadi. $DC=4{,}2\,sm$ hám $BD=2{,}4\,sm$ ekenligi malim. *AB* kesindi *DC* kesindiden eki marte uzın. *AC* kesindiniń uzınlıgın tabıń.

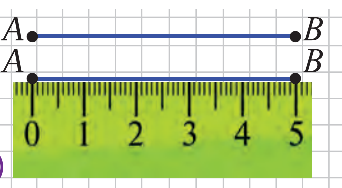
6 KESINDILERDI ÓLSHEW

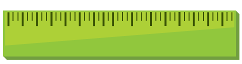
Áyyemgi zamannan berli adamlar uzınlıqtı ólshewde túrli uzınlıq birliklerinen paydalanıp kelgen. Orta Aziyada buwın, qarıs, qulash, shaqırım sıyaqlı uzınlıq birliklerin qollanǵan. “Baburname”da 1 elik ≈ 2 sm, 1 tutam = 4 elik, 1 qari = 6 tutam, 1 qadam = 1,5 qari, 1 mil = 4000 qadam, 1 sharıy ≈ 2,8 km birlikleri keltirilgen. Túrli ólshem birliklerinen paydalanıw qolaysızlıq tuwdırǵan. Sonlıqtan, XVlll ásirden baslap dúnya boyınsha xalıq aralıq uzınlıq ólshem birligi sıpatında ***metr*** qabıl etilgen.

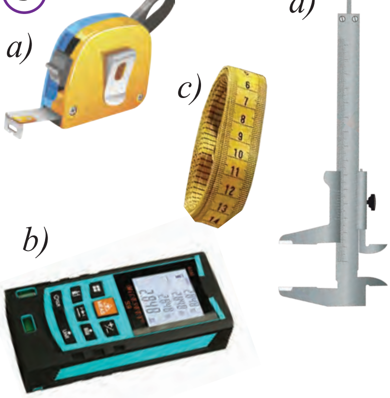
Siz uzınlıq birligi bolǵan metr etalonı menen 6-klass “Fizika” sabaqlıǵında tanısqansız. Ol jerde metrge qara-ǵanda birqansha úlken yamasa kishi uzınlıqlardı ólshew ushın qollanılatuǵın birliklerde keltirilgen edi. Sonlıqtan:

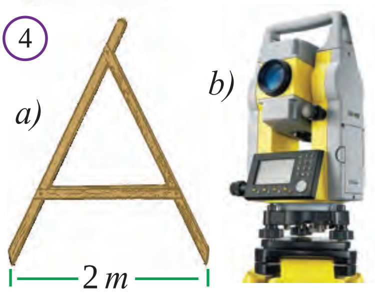
$$1\ km = 1000\ m; \quad 1\ dm = 0{,}1\ m;$$

$$1\ sm = 0{,}01\ m; \quad 1\ mm = 0{,}001\ m.$$

1


2


3


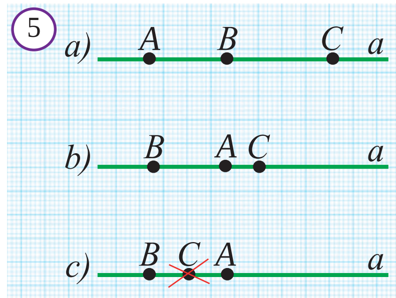
4


Kesindilerdiń uzınlıǵı túrli ásbaplar járdeminde ólshenedi. Olardıń eń ápiwayısı shkalalı, yaǵnıy bóliniw noqatlarına iye bolǵan sızǵısh boladı *(2-súwret)*. Kesindi uzınlıǵınıń muǵdarı tańlanǵan uzınlıq ólshem birligine baylanıslı boladı. Eger uzınlıq birligi sıpatında uzınlıǵı 1 sm ge teń bolǵan kesindini alatuǵın bolsaq, 4-súwrette berilgen kesindiniń uzınlıǵı 5 sm ge teń boladı hám $AB = 5$ *sm* dep jazıladı. Eger uzınlıq ólshem birligi retinde uzınlıǵı 1 millimetrge teń kesindini alatuǵın bolsaq, $AB = 50$ *mm* boladı.

Ayırım jaǵdaylarda kesindiniń uzınlıǵınıń ólshem birligi kórsetilmesten jazıladı. Máselen, $AB = 5$. Bunnan AB kesindisiniń uzınlıǵı 5 ólshem birligine teń dep túsiniledi.

Jer ustunde hám qurilista túrli ólshew jumislarin amelge asiriw ushin ruletka, (*3a-súwret*), lazerli ólshew asbaplarınan (*3b-súwret*) paydalanıladı. Jenil sanaatta tigiwshi metri (*3c-súwret*) injenerlik ham ustashiliq shtangen sirkul (*3d-súwret*) qollaniladi. Dalada bolsa Dala curkulinan paydalaniladi. Házirde jer olshew jumislari juda joqari aniqliqqa iye bolgan electron teodolit (*4d-súwret*) degen asbap qurallardan paydalanamiz.

Másele. Bir tuwrıda jatıwshı A, B hám C noqatları ushın $AB=8$ *sm*, $BC=11$ *sm* bolsa, AC kesindisiniń uzınlıǵı nege teń?



Yechilishi: Quyidagi hollarni qaraymiz:

1) A, B, C noqatları a tuwrısında 5*a*-súwrette kórsetilgen tártipte jaylasqan bolsın. Kesindilerdiń uzınlıqlarınıń qásiyeti boyınsha $AC=AB+BC=8+11=19$ (*sm*) boladi.

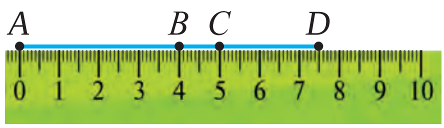
2) A, B hám C noqatlar a tuwrısında 5*b*-súwrette kórsetilgen tártipte jaylasqan bolsın. Bul jaǵdayda kesindi uzınlıǵınıń qásiyeti boyınsha $BA+AC=BC$, yamasa $AC=BC-BA=11-8=3$ (*sm*) bo'ladi.

3) C noqatı 5*c*-súwrettegidey B hám A noqatları arasında jaylasa almaydı. Sebebi $AB<BC$.

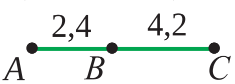
Juwabı: 19 *sm* yamasa 3 *sm*.

Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Qadimde qollanilgan qanday uzinliq birliklerin bilesiz?
2. Hazir amelde qanday uzinliq birlikleri bar?
3. Uzınlıqti olsheytugin qanday asbaplardi bilesiz?
4. Tomendegi suwretlerden AB, AC, AD, BC, BD, CD, kesindiler uzinliqlardi aniqlan.



5. a) $AC=?$ b) $AB=3$, $AC=2BC$, $BC=?$ c) $AB=24$, $BC=AC+6$, $AC=?$

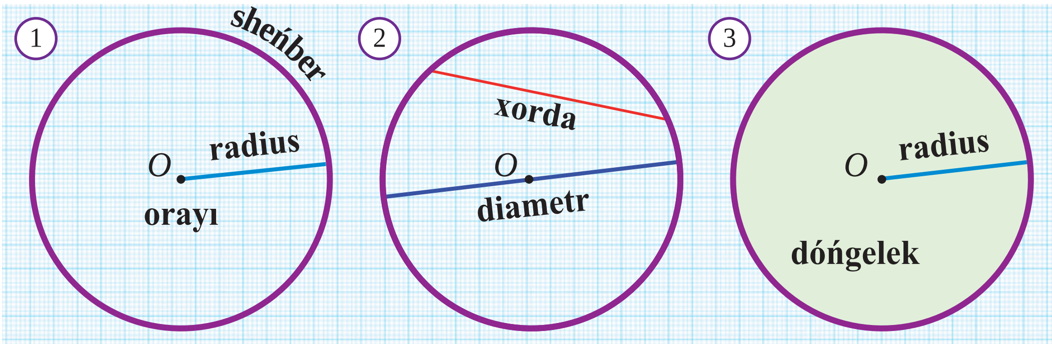


6. Eger $B\in AC$, $AB=7{,}2$ *sm*, $AC=2$ *dm* bolsa, BC nı tabıń.
7. Eger $C\in AB$, $D\in AB$, $AB=5$, $AC=2{,}2$ hám $BD=3{,}6$ bolsa, CD nı tabıń.
8. Tuwrı siziqdan kóz benen shamalap, a) 3 *sm*; b) 7 *sm*; c) 10 *sm* bolǵan kesindi bólip alıń. Keyin isti qansha anıq orınlaǵanıńızdı sızǵısh benen tekseriń.
9. Tuwrı siziqtaǵı A, B, C noqatları ushın $AB=600$ *m*, $BC=200$ *m* bolsa, AC nı tabıń.

10*. Tuwrı siziqtaǵı A, B, C hám D noqatları ushın $AB=2$, $AC=CB$, $2AD=3BD$ bolsa, CD nı tabıń.

11. Tuwri siziqtagi uzınlıqları $AB=1{,}2$ *sm*, $CD=2{,}8$ *sm* bolǵan kesindilerden paydalanıp uzınlıǵı a) 4 *sm*; b) 1,6 *sm*; c) 0,4 *sm* bolǵan kesindilerdi jasań.
12. Uzınlıǵı 9 *sm* bolgan: AB kesindi sızıń. AB nurinda sonday C noqatti belgilen, a) $AC-BC=1$ *sm*; b) $AC+BC=11$ *sm* bolsin;

7 SHEŃBER HÁM DÓŃGELEK

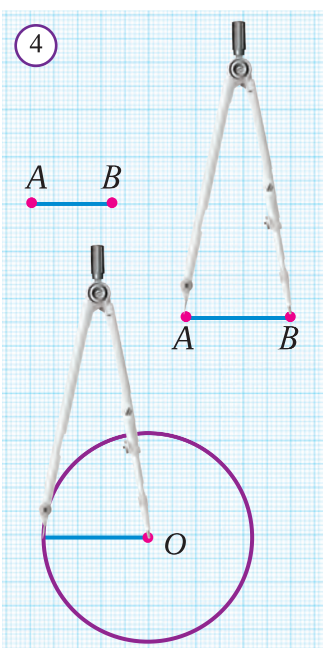


Málim qásiyetlerdi qanaatlandırıwshı barlıq noqatlardan ibarat figuraǵa ***noqatlardiń geometriyalıq orni*** dep ataladı.

Noqatlardıń geometriyalıq ornına sheńber hám dóńgelek mısal bola aladı.

Berilgen noqattan teńdey aralıqta jaylasqan noqatlar kópligine ***sheńber*** dep ataladı. O noqat sheńberdiń ***orayı*** (*1-súwret*). Sheńberdiń qálegen noqatınan onıń orayına shekemgi aralıq ***radiusi*** dep ataladı. Sheńberdiń qálegen eki noqatın tutastırıwshı kesindi sheńber ***xordası*** dep ataladı. Sheńber orayı arqalı ótishi xorda ***diametr*** dep ataladı. Diametr – eń úlken xorda (*2-súwret*).

Dóńgelek dep tegisliktiń sheńber menen shegaralanǵan bólegine aytıladı. Sheńberdiń orayı radiusi hám diametri usi sheńber shegaralaǵan dóńgelekke qaratada aytıladı (*3-súwret*).



Sheńberdi súwretlewde cirkuldan paydalanamiz. Orayi berilgen O noqatta, radiusi AB kesindisinen ibarat sheńber cirkul járdeminde sızıladı 4-suwrette kórsetilgen. Eger sheńber sızıp soń, qayshı járdeminde qıyıp alınsa, eki dóńgelek payda boladı – biri qaǵaz dońgelek, ekinshisi – oniń ornında qalǵan tesik. Sheńber (dońgelek) diametri oraydan ótkeni ushin ol eki radiustan ibarat boladi (2-suwret). Demek diametr uzinliǵi radius uzinliǵinan eki márte uzin eken.

Ameliy shiniǵiw

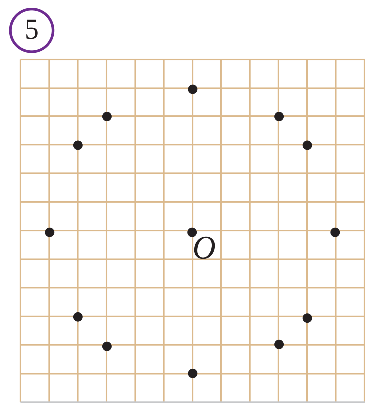
Sheńberdi ketekli dápterde cirkulsız sızıw.

1. Ketekli dapterge 5-suwrette kórsetilgendey etip, noqatlardi belgileń. Onda noqatlardiń jaylasqan ornına itibar beriń.
2. Payda bolǵan 12 noqatti izbe-iz iymek sızıq penen tutastırıp shıǵıń.

Nátiyjede orayı O noqatta bolǵan sheńber súwreti payda boladı. Bul usıldı (noqatlardıń ornı) yadda saqlap qalıń. Ol sizge cirkuldan paydalanbastan sheńber sızıwda qollanıladı.

Súwretlerde súwretlengen urıp shertiwshi muzika ásbaplarınıń dóńgelek formada bolıw sebebi nede dep oylaysız?

Soraw, másele hám tapsırmalar



1. Sheńber hám dóńgelekke anıqlama beriń sizip kórsetiń.
2. Sheńberdiń orayi, radiusi xorda hám diametri ne dep ataladi?
3. Sheńberdiń qaysı xordası eń uzın boladı?
4. Cirkul isletpesten sheńber sızıwdıń qanday usılların bilesiz?
5. Ne ushın arba, velosiped, abtomobillerdiń dóńgelekleri sheńber sıyaqlı ekenligin bilesizbe?
6. Ne ushın qudıqlardıń qaqpaqları kvadrat formada emes, dóńgelek formada boladı?
7. AB kesindisi berilgen. Diametri usı kesindi bolǵan sheńber jasaw ushın dáslep ne islew kerek?
8. Atirapińızdan sheńberge mısal bolatuǵın 10 predmet atın jazıń.
9. Sheńber radiusi: a) 18 *mm*; b) 45 *sm*; c) 2 *m* 11 *sm* bolsa, onıń diametrin tabıń.
10. Dóńgelek diametri: a) 10 *sm*; b) 7 *sm*; c) 1 *m* 14 *sm* bolsa, onıń radiusın tabıń;
11. Orayı berilgen tuwrı sızıqta jatıwshı hám radius: a) 5 *sm* ga; b) 7 *sm* ga; c) 4,6 *sm* ge teń bolǵan sheńber sızıń.
12. Tómendegi ańlatpanıń qaysı biri orayı O noqatta, radius R ǵa teń bolǵan sheńber yaki dóńgelekke tiyisli A noqattı ańlatadı:

$$OA = R,\ OA \le R,\ AO > R.$$

13. Sheńberdıń diametri radiustan 65 sm uzın. Sheńberdıń diametrin tabıń.
14. Radiusı 8 *m* bolǵan dóńgelektiń eń ulken xordasın tabıń.

8 AMELIY SHINIĞIW

Aktiwlestiriwshi ámeliy shınıǵıwlar

Qarısıńız hám adımıńızdıń uzınlıǵın ólshep, eslep qalıń. Olardı biliw sizge kúndelikli turmısta kóp jaǵdaylarda kerek boladı.

1. Qolıńızdaǵı sabaqlıqtıń uzınlıǵı, eni hám qalıńlıǵın sızǵısh járdeminde ólsheń.
2. Qolıńızdaǵı sabaqlıqtıń bir betiniń qalıńlıǵın qalay ólshew múmkin?
3. Klaslaslarıńızdıń boyın shamalap ólsheń hám salıstırıń. Boyı eń uzın klaslasıńızdı anıqlań.
4. Qarısıńızdı sızǵısh járdeminde santimetrlerde ólsheń, keyin bir neshe predmetlerdiń ólshemlerin (partanıń enin, uzınlıǵın hám biyikligin, aynanıń biyikligin hám enin, taxtanıń uzınlıǵın hám enin) qarıslap ólsheń hám santimetrlerde ańlatıń.
5. Adımıńızdıń uzınlıǵın ólsheń. Mektep imaratınıń uzınlıǵın hám enin, sport maydanshasınıń uzınlıǵın hám enin adımlap ólsheń hám metrlerde ańlatıń.
6. Qolıńızda 30 *sm* sızǵısh bar. Siz onıń járdeminde klas bólmesiniń uzını hám enin ólshewińiz kerek. Bul wazıypanı qalay etip orınlaǵan bolar edińiz? Eger sızǵısh ornına uzınlıǵı 5 *sm* shırpi bolsa-she?
7. Ózbekstannıń kartasınan, berilgen masshtab boyınsha túrli qalalar arasındaǵı aralıqlardı tabıń *(1-súwret)*. Jer tegis emes shar sıyaqlı bolǵanı ushın karta boyınsha ólshengen aralıq juwıq boladı. Qalalar arasında aralıq bir neshe kilometrlerge sozılǵan boladı. Soǵan qarap Tashkent hám Buxara qalaları arasındaǵı aralıqtı 407 km atirapinda dep juwmaq jıǵarıw mumkin.

1

Úlgi:
Tashkent hám Buxara qalaları arasındaǵı aralıqtı tabıw.
Kartadan sızǵısh járdeminde ólshep, 4,07 *sm* ekenligin tabamız. Keyin masshtab boyınsha, 4,07 • 100 *km* = 407 *km* ekenligin anıqlaymız. Juwabı: 407 *km*.

2

Kóplegen mámleketlerde, xalıq aralıq ólshem birliklerinen tısqarı tómendegi uzınlıq ólshem birlikleri de qollanıladı:

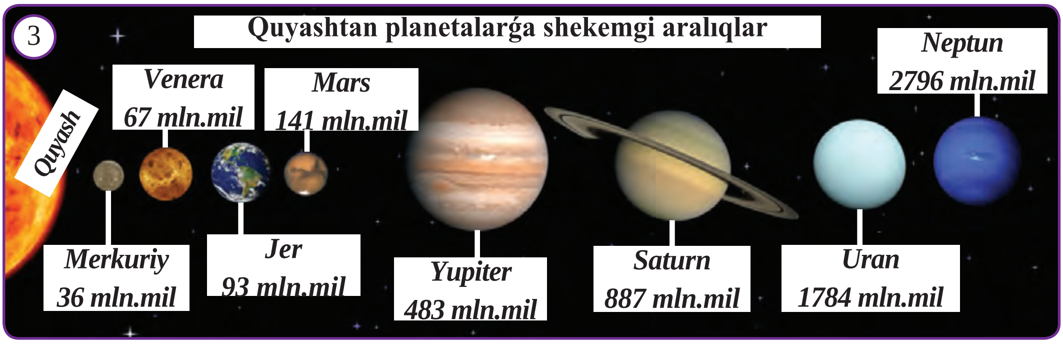
1 *dyuym* = 2,54 *sm*, 1 *mil* = 1,609 *km*.

8. Televizor hám kompyuter monitorınıń diagonalı (2-súwret) dyuymlarda ólshenedi. 15, 17 hám 19 dyuymlı monitor diagonalın santimetrlerde ańlatıń.

9. 3-súwrette berilgen maǵlıwmatlardan paydalanıp, Jerden Quyashqa shekem hám basqa planetalarǵa shekem bolǵan aralıqtı tabıń hám onı kilometrlerde ańlatıń.

10. Eger bir shaqırım 900 *m* ekeni belgili bolsa, Buxara hám Samarqand qalaları arasındaǵı aralıqlardı shaqırımlarda ańlatıń.

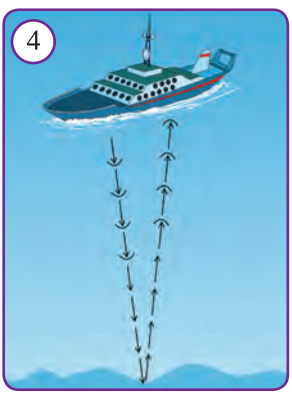
3



5-bettegi I bap tituli boyınsha

1. 3-súwrettegi Fargona olimpiya rezervleri kolledji binası hám onıń átirapındaǵı geometriyalıq figuralardıń atamaların jazıń. Olardan qaysı biri óz ara teń?
2. 4-súwretegi charxpalek qanday formada? Onıń elementlerin kórsetiń.
3. 7-súwrette gerbishler qanday formada? Olardıń ólshemlerinen kelip shıǵıp, qaysısı birewlik, biryarımlıq yaki ekewlik dep atalıwın túsindiriń.

4



Qızıqarlı másele

Qashıqlıqtı ses penen ólshew. Teńizde júzip júrgen keme ushın teńiz tereńligin biliw júdá zárúrli esaplanadı. Bunıń ushın teńizdiń túbine ses signalı jiberiledi hám sestiń teńiz túbine urılıp qansha waqıtta qaytıp kelgeni ólshenedi. Bul waqıttıń yarımın sestiń suwdaǵı tezligi – 1490 *m/s* qa kóbeytip teńiz túbiniń tereńligi anıqlanadı.

Eger bul waqıt: a) 3; b) 5; c) 5,6 sekundtı quraǵan bolsa, teńiz túbi neshe metr tereńlikte?

9 BAP BOYINSHA TAKIRARLAW

1. Gaplerdiń mánisine qarap toltiriń:

1. Tegislikte eki noqat arqalı .... tuwrı sızıq ótkiziw mumkin.
2. Eki tuwrı sızıq tek ǵana .... kesilisedi.
3. Tuwru sızıqtıń bir noqatı hám onan bir tárepinde jatqan noqatlardan ibarat bólegi .... dep ataladı.
4. Tuwrı sızıq tegislikti .... ajıratadı.
5. Kesindini teń .... ajıratadı.
6. Teń kesindilerdiń .... ham teń boladı.

2. Tómendegi gaplerde qate bolsa, onı tabıń hám duzetiń:

1. Tegisliktegi erikli eki tuwrı sızıq tek bir ulıwma noqatqa iye boladı.
2. Erikli noqat arqalı tek eki tuwrı sızıq ótkiziw mumkin.
3. Tegisliktegi eki tuwrı sızıq onı eki yarım tegislikke ajıratadı.
4. Kesindini ekige boliwshi noqat kesindiniń ortası dep ataladı.
5. Tegislikte gi erikli *A, B, C* noqatlar ushın $AB + BC = AC$ *teńlik orınlı*.

3. Berilgen qasiyetke iye bolǵan atamanı dápterińizge jazıń:

Belgili bir uzınlıqqa iye	Dálillewsiz qabıl etilgen sóz
Kesindini teń ekige bóledi	Ólshemge iye emes

4. Berinshi baǵanada berilgen geometriyalıq tusiniklerge ekinshi baǵanadan tiyisli qasiyet yaki tastıyıqlawdısáykes qoyıń:

Tusinik	*Talqılaw, qásiyet*
1. Noqat	A. Geometriya sózi mánisi
2. Tuwrı sızıq	B. Tuwrı sızıqtaǵı noqattan bir tárepide jatıwshı noqatlar
3. Kesindi	C. Ólshemi bolmaǵan geometriyaliq figura
4. Jer ólshew	D. Tuwrı sızıqtıń eki noqat arasındaǵı bólegi
5. Nur	E. Tegisliktegi geometriyaliq figuralardı uyrenedi
6. Teń figuralar	F. Tegisliktiń tuwrı sızıq ajıratqan bólimlerınen biri
7. Yarım tegislik	G. Bólimlerge iye emes
8. Planimetriya	H. Dál usnpe-ust tusetugın etip qoyiw mumkin

5-bettegi I bap tituli boyınsha

1. 6-suwrette trotuar plitkaları qanday formada? Olardıń qaysıların trotuarǵa jatqızıwda, basqa formalardan paqdalanbastan amelge asırıwǵa boladı?
2. 5-suwrettegi jol belgileri qanday geometrik formalarda. Olardıń formaları hám reńlerı hár qıylılıǵı sebebi nede dep oylaysız?

5. Testler (durıs juwabın tabıń):

1. Táriplemesiz qabıl etilgen tiykarǵı geometriyalıq túsiniklerdi kórsetiń:

   a) tegislik; b) noqat; c) kesindi; d) nur; e) tuwrı sızıq.

   A) a; b; c; B) b; c; e; D) a; b; c; e; E) a; b; e.

2. Geometriya pán sıpatında qaysı mámlekette qáliplesken?

   A) Áyyemgi Mısr; B) Bobil; D) Greciyada; E) Qıtay.

3. Hesh qanday úshewi bir tuwrıda jatpaytuǵın tórt noqat berilgen. Usı noqatlardıń hár bir jubı arqalı tuwrılar júrgiziledi. Olardıń sanın tabıń.

   A) 1; B) 4; D) 5; E) 6.

4. *AB* kesindini eki tuwrı sızıq kesip óce, kóbi menen neshe *AB* kesindisinde jatqan kesindi payda boladı?

   A) 3; B) 4; D) 5; E) 6.

5. Úsh tuwrı sızıq tegislikti eń kóbi menen neshe bólekke ajıratıwı múmkin?

   A) 4; B) 5; D) 6; E) 7.

6. Máseleler

1. Eger $AB = 1{,}8\ m$, $AC = 1{,}3\ m$ hám $BC = 3\ m$ bolsa, *A, B* hám *C* noqatları bir tuwrıda jata ma?

2. *A*, *B* hám *C* noqatlarbir tuwrıda jatadı. Eger $AB = 2{,}7\ m$, $AC = 3{,}2\ m$ bolsa, *BC* kesindisiniń uzınlıǵın tabıń.

3. Uzınlıǵı 15 m bolgan *AB* kesindisinde *C* noqatı belgilengen. Eger:

a) *AC* kesindisi *BC* kesindisinen 3 *m* uzın;

b) *C* noqat *AB* kesindisiniń ortası bolsa;

c) *AC* hám *BC* kesindileriniń uzınlıqları 2:3 qatnasta bolsa, *AC* hám *BC* kesindileri uzınlıqların tabıń.

4. *A, B, C, D* noqatları bir tuwrıda jatadı. Egar *B* noqatı *AC* kesindisiniń, *C* noqatı bolsa *BD* kesindisiniń ortası bolsa, $AB = BC = CD$ *ekenligin kórsetiń*.

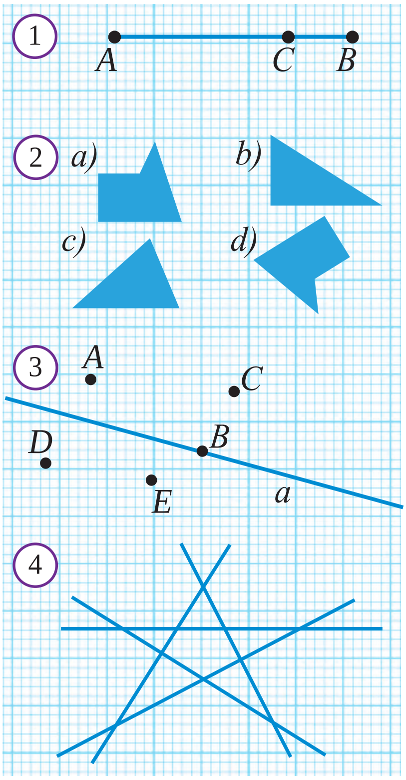
5. Hesh birewi bir tuwrıda jatpaytuǵın úsh: a) 6; b) 7; c) 10 noqattıń hár ekewi arqalı tuwrı júrgizilgen. Jámi neshe tuwrı júrgizilgen?

6. *OA* hám *OB* nurları qashan ústpe-úst túsedi?

7. *AB* nurında *C* noqatı, *BA* nurında *D* noqat sonday etip alınǵan, $AC = 0{,}7$ hám $BD = 2{,}1$. Egar $AB = 1{,}5$ bolsa, *CD* nı tabıń.

8. *A*, *B* hám *C* noqatları tegislikte sonday etip jaylasqan, a) $AC + CB = AB$; b) $AB + AC = BC$. Qaysı noqat qalǵan ekewiniń arasında jatadı?

10 1-BAQLAW JUMÍSÍ



Baqlaw jumısı eki bólimnen ibarat:

I. Teoriyalıq bólim. Usi waqıtqa shekem uyrenilgen geometriyalıq figuralardı sanań, Olarǵa taripleme beriń hám olardıń qásiyetlerin jazıń.

II. Ameliy bólim. Tómendegi máselelerden tórtewin sheshiw talap etiledi:

1. Bir tuwrıda jatıwshı *A*, *B* hám *C* noqatları ushın $AB=9$ *sm*, $AC=12$ *sm* bolsa, *BC* kesindisiniń uzınlıǵın tabıń.
2. $AB=48$, $AC=3BC$, $BC=?$ (*1-súwret*)
3. Sheńberdiń radiusı diametrinen 20 *sm* qısqa. Sheńberdiń diametrin tabıń.
4. * Dóńgelek diametri 36 *sm*. Dóńgelek orayınan 19 *sm* uzaqlıqtaǵı noqat usı dóńgelekke tiyisli bolama?
5. 2-suwrettegi figuralardan qaysı biri teń?
6. 3-suwretten imkanı bolsa kóbirek noqat, tuwrı sızıq tegislik hám yarım tegislikler arasinda qatnasıqlardı aytıń hám olardı kiritilgen belgiler járdeminde jazıń.
7. 4-suwrette neshe tuwrı sızıq suwretlengen. Olardıń hár ekewiniń kesisiw noqatı neshew?
8. Tómendegi cifr belgileriniń qaysıları geometriyalıq figura sıpatında óz ara teń?

9. Dápterińizge uzınlıǵı 12 *sm* bolgan *MN* kesindi sızıń. Bul kesindi ortasısda noqattı belgileń. Soń *MK* hám *KN* kesindileri ortaları bolǵan *E* hám *F* noqatları hámde *EF* kesindi ortasın belgileń. *K* noqat *EF* kesindisi ortası bolıwın tiykarlań.

10. Uydiń tóbesine shekem, Bastirmasina shekem, ayna hám esik ustine shekem bolǵan biyiklik lerdi aǵash reyka hám sızǵısh jardeminde ólshew mumkin? (*5-súwret*)
11. 5-suwrettegi geomertiyalıq figuralar atamaların jazıń. Suwretten óz ara teń geometriyalıq figuralardı anıqlań.

Ameliy kompetensiyalardı rawajlandırıwshı qosımsha materiyallar

1. ***1-másele.*** Eki *a* hám *b* tuwrı sızıq *C* noqatta kesilesidi. *a* tuwrı sızıq *D* noqattan ótedi. *b* tuwrı sızıq hám *D* noqattan óteme?

Sheshiliwi. *b* tuwrı sızıq *D* noqattan óte almaydı. Sebebi *a* hám *b* tuwrı sızıqlarinıń ekewide *C* hám *D* noqatlarınan ótken bolar edi. Bul bolsa noqattan tek bir tuwrı sızıq ótkiziw mumkin qasiyetine qarsı keledi. Sol ushın, *b* tuwrı sızıq *B* noqatınan ótiwi mumkin emes.

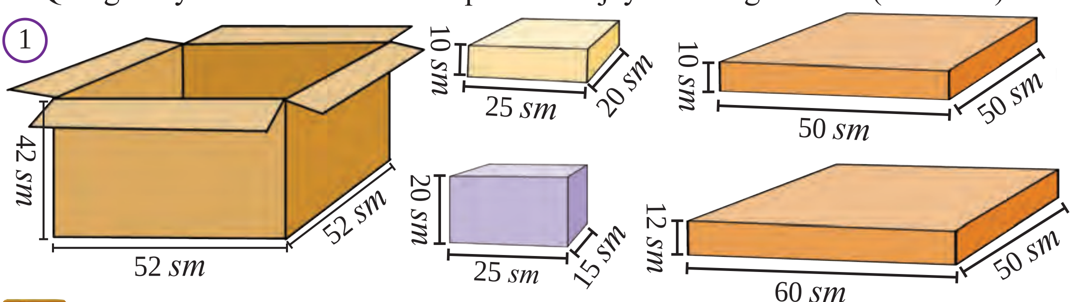
Bul maseleni sheshiw arqalı tuwrı sızıqlardıń tómendegi jáne bir qasiyetin bilip aldıq.

Qásiyet. Eger eki tuwrı sızıq kesilisse, olar tek bir noqatta kesilesedi.

2. ***2-másele.*** *C* noqat *AB* tuwrı sızıqqa tiyisli. *AB* hám *AC* tuwrı sızıqlar turlu-she bolıwı mumkin be?

Sheshiliwi. *AB* hám *AC* tuwrı sızıqlarınıń har ekewi de *A* hám *C* noqatlardan ótedi. Malim bolıwınsha, eki noqattan tek bir tuwrisızıq ótiwi mumkin. Sol sebepli bul tuwrı sızıqlar ustpe-ust tusedi, yaǵniy basqasha bola almaydı.

3. Qunıǵa buyımlardıń hár birinen qanshadan jaylastırıw ǵa boladı (*1-súwret*)?



Tariyxdan úzindiler

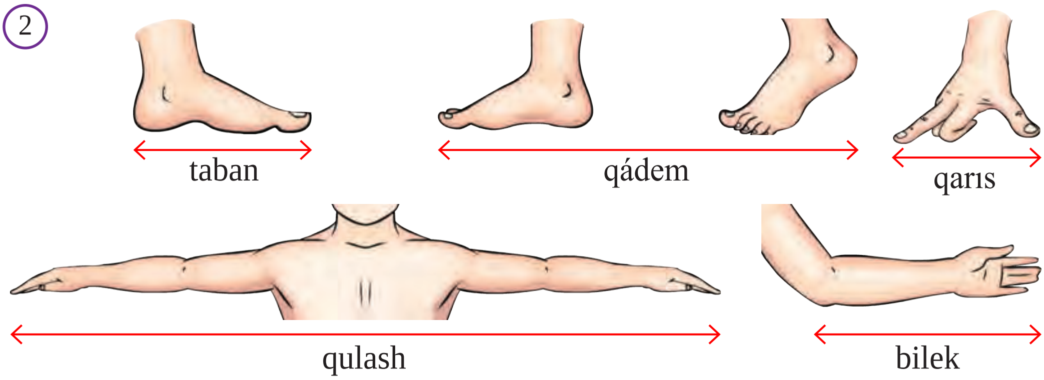
Nildi jılawlaǵan Ferǵanalı danıshpan

Tariyxıy maǵlıwmatlar boyınsha, jurtımızda jetisip shıqqan Axmad al-Ferǵaniy (13-súwret) 861-jılı Qaqıra qalası janındaǵı Nil dáriyasındaǵı suw qáddin ólsheytuǵın "Nilometr" (yaǵnıy "Nil ólshegish") dep atalǵan qurılmanı payda etken (14-súwret). İlimiy-texnikalıq hám arxitekturalıq jaqtan júdá jetik esaplanǵan hámde ózinde ájayıp geometriyalıq sheshimlerdi jámlegen bul qurılmada alıp barılǵan ólshew isleri uzaq jıllar dawamında dıyqanshılıq ushın júdá zárúr bolǵan hám ol házirge shekem saqlanıp qalǵan. Axmad Ferǵaniy óziniń "Usturlab yasash haqida risola " atamasındaǵı miynetinde astranomiya ushın zárúrli qásiyet – Ptolomey teoremasınıń ájayıp dálillemesin bergen. Axmad al-Ferǵaniydiń húrmetine Ayda tabılǵan krater atalǵan hám Qaqıra qalasında estelik ornatılǵan.

5-bettegi I bap titulında babamız Axmet Ferganiyge Fergana qalasında ornatılǵan estelik (5-bettegi I bap titulında 1-suwret) hám Nil dáriyasında qurılgan "Nilometr" imarat suwretlengen.

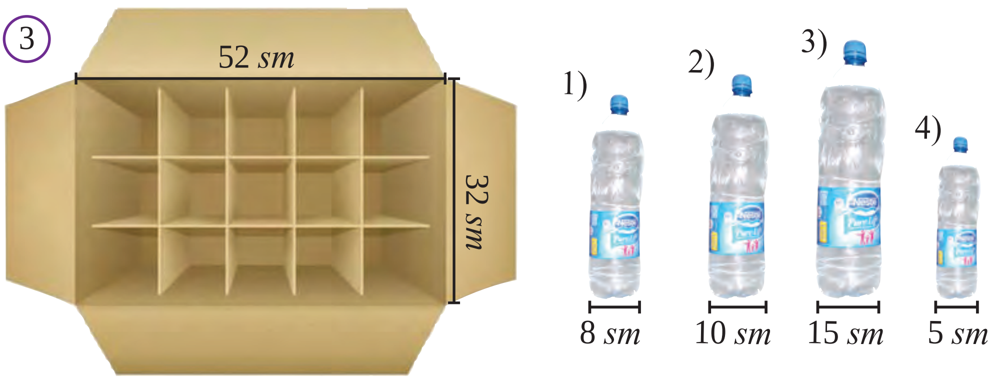
4. Qol hám ayaq jardeminde amelge asirılatuǵın ólshew birlikleri (*2-súwret*).

2



5. Qutınıń keteklerine qaysı ıdıstaǵı suwdan qanshadan jaylasadı? Qaysıları jaylaspaydı (3-suwret)? Ne sebepten?

3



Ameliy shinıǵıw hám dálillew

1. Fazılbekke laboratoriya ushın 30 sm etip ólshew qırqıp tapsirıldı. Ol óz jumısın tezlestiriw ushın qanday jol tutbaqta? Siz jane qaysı hallarda usı usıllardan paydalanǵan bolar edińiz? *(4-suwret)*

2. Saydbek qarindasınıń boyın ólshemekshi. Olshewdi anıq hám ańsat ámelge asırıw ushın ogan qanday maslahat Bergen bolar edińiz? (*5-súwret*)

4

5

II BAP

MÚYESH

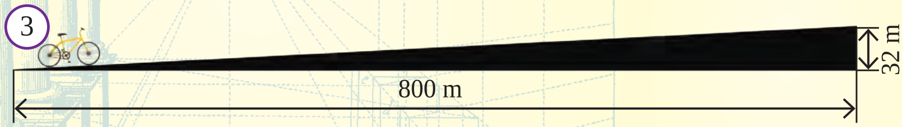
BURCHAK*

*múyesh

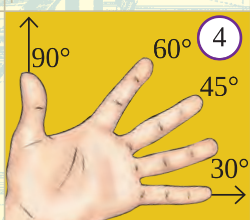
1

2

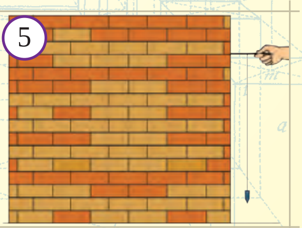
3



4



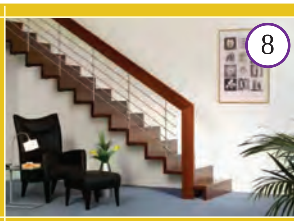
5



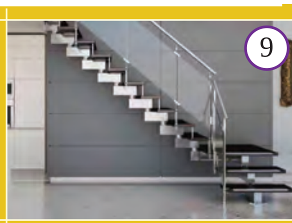
6

7

8



9



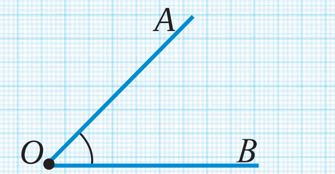
10

11 MÚYESH. MÚYESHLERDI SALISTIRIW

> ***Múyesh** dep noqat hám onnan shıǵıwshı eki nurdan ibarat bolǵan figuraǵa aytıladı.*

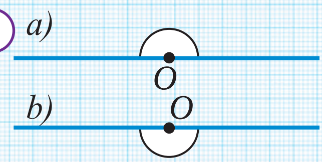
Múyeshti payda etken nurlar ***múyeshtiń tárepleri***, olardıń ulıwmalıq tóbesi bolsa ***múyeshtiń tóbesi dep ataladı***. 1-súwrete múyesh súwretlengen. Onda *O* noqatı múyeshtiń tóbesi, *OA* hám *OB* nurlar bolsa onıń tarepleri. Bul múyesh $\angle AOB$ yamasa $\angle BOA$ túrinde belgilenedi hám *"AOB múyeshi"*, *"BOA múyeshi"* dep oqıladı. Bunday jazıwda múyeshtiń tóbesi barqulla ortada jazıladı. Sonday-aq bul múyesh qısqasha *"$\angle O$"* túrinde de belgilenip, *"O múyeshi"* dep oqıladı. Súwrette múyeshti ajıratıp kórsetiw ushın, geyde onıń eki tárepi 1-súwrette kórsetilgenindey etip doǵa tárizli sızıq penen tutastırıp qoyıladı.

1



$\angle AOB$ — AOB múyeshi
O — múyeshtiń tóbesi
OA, OB — múyeshtiń tárepleri

2



$\angle O$ — jayıq múyesh

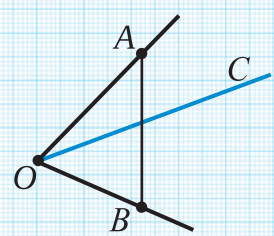
> ***Jayıq múyesh** dep tárepleri bir-birin tolıqtırıwshı nurlardan ibarat bolǵan múyeshke aytıladı.*

2-súwrette jayıq múyeshler kórsetilgen.

Jayıq muúyeshten ózgeshe $\angle O$ múyeshi berilgen bolsın. Tóbeleri usı múyeshtiń tareplerinde bolǵan qanday da bir *AB* kesindisin qaraymız (*3-súwret*).

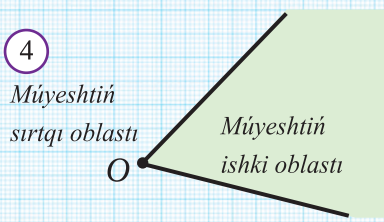
Eger múyeshtiń tóbesinen shıǵıwshı *OC* nurı (3-súwret) *AB* kesindisin kesip ótse, bul nurdı ***múyeshtiń tárepleriniń arasınan ótedi***. Múyeshtiń tárepleriniń arasınan ótiwshi nur eki múyeshke ajıraladı.

3



OC – múyesh tárepleri arasınan ótiwshi nur.

4



$\angle O$ múyeshi jayıq bolǵanda, onıń tóbesinen shıǵıwshı hám tареplerinen ózgeshe hár qanday nurdı, onıń tárepleri arasınan ótedi, deymiz.

4-súwrette kórsetilgen *O* múyeshi tegislikti eki bólekke ajıratatuǵını belgili.

Tegisliktiń múyesh tárepleriniń arasınan ótiwshi qanday da bir nurdıń jatırǵan bólegi ***múyeshtiń ishki oblastı***, ekinshisi bolsa ***sırtqı oblastı*** dep ataladı.

Qálegen *OB* nurı hám jayıq bolmaǵan *A* múyeshi berilgen bolsın (*5a-súwret*). *OB* nurı jatqan tuwrı tegislikti eki yarım tegislikke ajıratatuǵını belgili. *A* múyeshke teń, bir tárepi *OB* nurı menen ústpe-úst túsetuǵın, ekinshi tárepi berilgen yarım tegislikte jatatuǵın múyeshti jalǵız túrinde qoyıw múmkinligi kórinip tur (*5b-súwret*). Figurada múyeshlerdiń teńligi hár qıylı sandaǵı doǵalar menen belgilenedi.

Jayıq bolamaǵan A muyesh, qálegen nur hám shegarasında bul nur jatqan yarımtegislik berilgeb bolsın. Onda A múyesh yarım tegislikke bir tárepi nurdiń ústine túsetuǵın etip jalǵız usılda qoyıw múmkin.

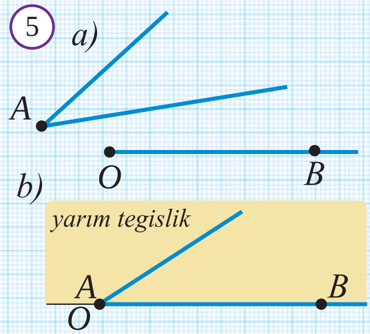
Endi múyeshler qalay salıstırılıwin qarap óteyik. Eki múyeshti óz ara salıstırıw ushın, bul múyeshler qanday da bir nurdan baslap berigen yarım tegislikke qoyıladı. Soń bolsa, tómendegi jaǵdaylardıń qaysı biri júz beriwine qarap, múyeshlerdıń óz ara teńligi yamasa úlken-kishiligi haqqında juwmaq shıǵarıladı:

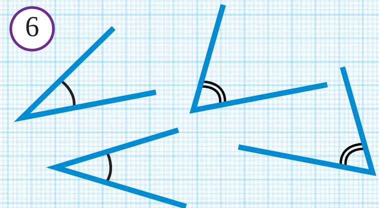
$A_1B_1C_1$ hám $A_1B_1C_1$ dı O nurına qoyǵanımızda *(7-súwret)*:

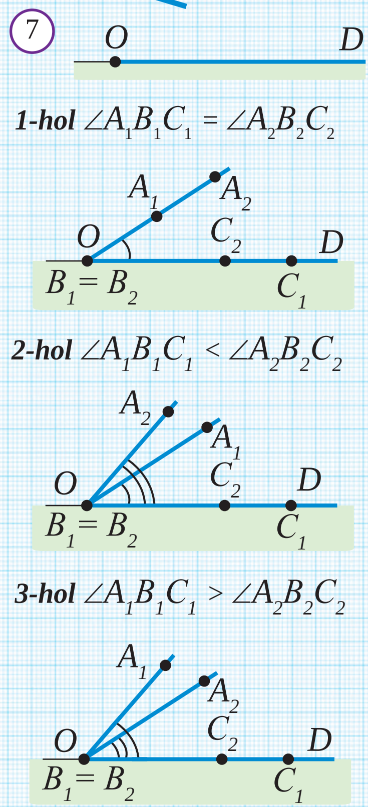
1-jaǵday. B_1A_1 hám B_2A_2 tárepleri ústpe-ust túsedi. Bul jaǵdayda $A_1B_1C_1$ hám $A_2B_2C_2$ múyeshler teń dep ataladı: $A_1B_1C_1 = A_2B_2C_2$.

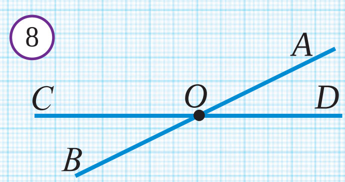
2-jaǵday. B_1A_1 tárep A_2OD múyesh úshinde jaylasadı. Bul jaǵdayda $A_1B_1C_1$ múyesh $A_2B_2C_2$ múyeshten kishi boladı: $A_1B_1C_1 < A_2B_2C_2$.

3-jaǵday. B_2A_2 tárep A_1OD múyesh úshinde jaylasadı. Bul jaǵdayda $A_1B_1C_1$ múyesh $A_2B_2C_2$ múyeshten úlken boladı: $A_1B_1C_1 > A_2B_2C_2$.





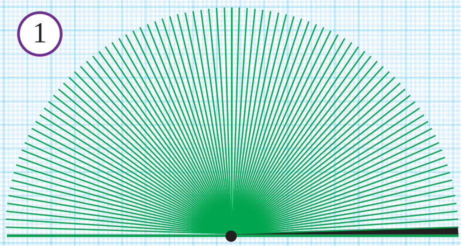




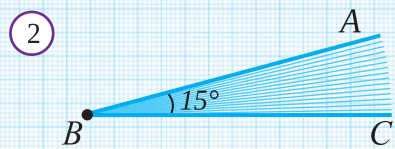
Soraw, másele hám tapsırmalar

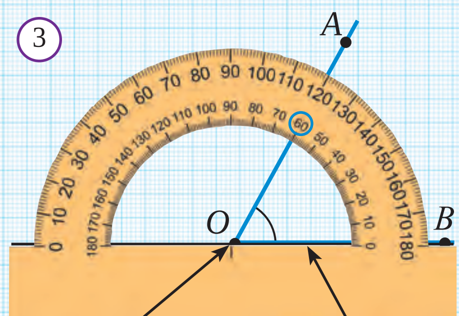
1. Múyeshke tariplep beriń.
2. Múyeshtiń qanday elementleri bar?
3. Múyesh qanday jazıladı hám oqıladı?
4. Múyesh sızılmada qanday belgilenedi?
5. Jayıq múyesh qanday?
6. Múyesh qanday etip ekige ajıratıladı?
7. Múyesh tegislikti qanday bóleklerge ajıratadı?
8. 8-súwrette súwretlengen múyeshlerdi jazıń.
9. “Múyeshti nurdan berilgen yarım tagislikke qoyıw” degende neni túsinesiz?
10. Qashan múyeshler óz ara teń boladı?
11. Qashan bir múyesh ekinshisinen úlken yamasa kishi boladı?

12 MÚYESHLERDI ÓLSHEW. TRANSPORTIR



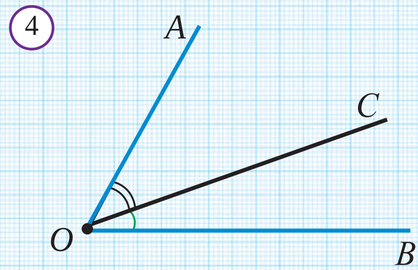
1 graduslı múyesh





transportirdiń orayı

transportirdiń ultanı



$\angle AOB = \angle AOC + \angle COB$

Jayıq múyesh onıń tárepleri arasında jatıwshı nurlar menen 180 teń múyeshke bólingen bolsın. (1-súwret). Bul múyeshlerdiń birewin ólshew birligi – ***birlik múyesh*** sıpatında alıw qabıl etilgen. Onıń múyesh shaması ***bir gradus*** dep ataladı hám 1º dep belgilenedi. Qálegen múyeshtiń gradus ólshemin usı birlik tiykarında anıqlaw múmkin. ***Múyeshtiń*** gradus ólshemi múyeshtiń ishki oblastına neshe birlik múyesh hám onıń bólekleri jaylasıwın kórsetedi.

2-súwrette súwretlengen *ABC* múyeshi 15º qa teń. Sebebi onıń ishki oblastına 15 birlik múyesh jaylasadı.

> *Hár qanday múyesh tayar gradus ólshemine iye bolıp, onıń mánisi oń san menen ańlatıladı. Jayıq múyeshtiń gradus ólshemi 180º qa teń.*

Múyeshlerdiń gradus ólshemi ***transportir*** dep atalatuǵın ásbap jádeminde ólshenedi. Transportir menen tómengi klaslarda tanısqansız. Onıń shkalalı doǵa tárizli bólegi sızıqlar menen 180 teń bólekke bólingen bolıp, hár bir bólek bir gradustı ańlatadı. 3-súwrette transportir járdeminde múyeshlerdi ólshew barısı súwretlengen. Súwrette kórip turǵanıńızday *AOB* múyeshiniń shaması 60 gradusqa teń hám bul $\angle AOB=60°$ túrinde jazıladı. Birdey gradus ólshemge iye múyeshler óz ara teń boladı, hám kerisinshe óz ara teń múyeshlerdiń gradus ólshemleri de teń boladı. Úlken muyeshtiń gradus ólshemleri de úlken boladı hám kerisinshe.

Múyeshlerdi ólshewde gradustıń úleslerinen de paydalanıladı. 1° tıń 1/60 bólegi **“minut”**, 1/3600 **“sekund”** dep ataladı hám sáykes túrde «′» hám «″» túrinde belgilenedi. Máselen, shaması 45 gradus 38 minut 59 sekundqa teń múyesh 45°38′59″ túrinde jazıladı. 1°=60′, 1′=60″ ekenligi belgili.

AOB múyeshi berilgen bolıp, onıń tárepleri arasında jatıwshı qálegen *OC* nurı onı AOC hám COB múyeshlerge ajıratsın (4-súwret). Bul jaǵdayda AOB múyeshiniń gradus ólshemi AOC hám COB múyeshleriniń gradus ólshemleriniń qosındısına teń boladı:

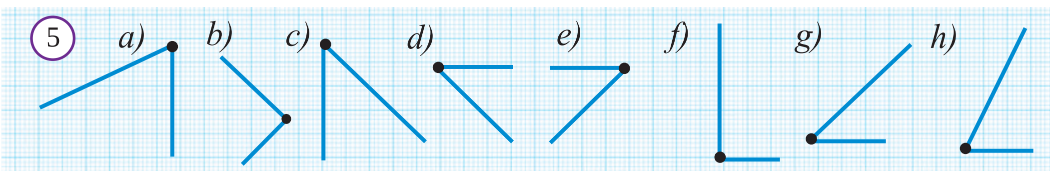
$$\angle AOB = \angle AOC + \angle COB$$

Bul qásiyetti tómendegishe ańlatıw múmkin:

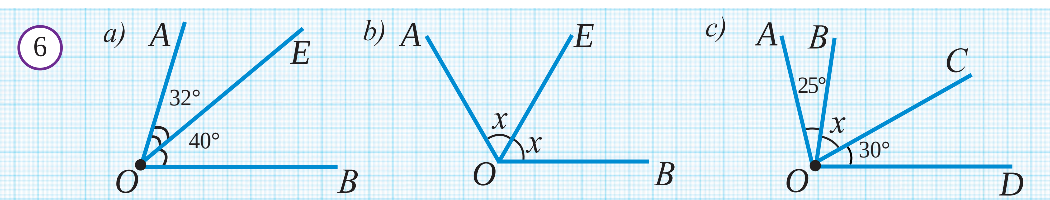
Múyeshtiń gradus ólshemi, múyeshtiń tárepleri arasınan ótiwshi qálegen nur ajıratqan múyeshlerdiń gradus ólshemleriniń qosındısına teń.

Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Múyeshtiń gradus ólshemi dep nege aytiladı?
2. Jayıq múyesh neshe gradus?
3. 1° qa teń múyesh degende qanday múyeshti túsinesiz?
4. Eki múyeshtiń gradus ólshemleri teń bolsa, olar teń bola ma?
5. Transportir járdeminde 5-súwrette berilgen múyeshler arasinan teń múyeshlerdi anıqlań.



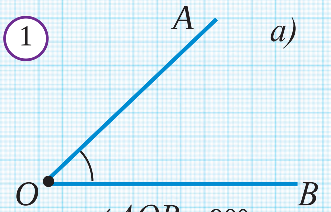
6. Transportir járdeminde 10°, 30°, 70°, 100° hám 160° lı múyeshlerdi jasań.
7. a) $\angle AOB = ?$ (*6a-súwret*); b) $\angle AOB = 120°$, $x = ?$ (*6b-súwret*); c) $\angle AOD = 105°$, $x = ?$ (*6c-súwret*).



8. Berilgen OD nurına 150° lı ABC múyeshti qoyıń.
9. OB nurda 60° hám 120° lı múyeshler jasań. Qanday múyeshler payda boldı?
10*. Eger a) $\angle AOE = 20°$, $\angle EOB = 40°$, $\angle AOB = 60°$; b) $\angle AOE = 80°$, $\angle EOB = 120°$; c) $\angle AOE > \angle AOB$ bolsa, OE nur $\angle AOB$ tárepleriniń ortasınan óte me?
11. Dápterińizge nur sızıń hám oǵan kózińiz benen shamalap ápiwayı sızǵısh járdeminde 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90°, 120° hám 150° lı múyeshlerdi qoyıń. Sońınan payda bolǵan múyeshlerdi transportir járdeminde ólsheń hám qanshelli durıs sızǵanıńızdı tekseriń. Shınıǵıwlardı tákirarlań.
12. Strelkalı saatta: a) 3:00; b) 6:00 bolǵanda saat hám minut tilleri payda etken múyesh neshe gradusqa teń boladı.
13. Hár biri 100°lı eki múyesh qoyılsa, payda bolgan múyesh ólshemi 200° emes, balki 160° qa teń boladı. Sebebi?

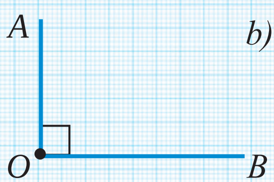
13 MÚYESHTIŃ TÚRLERI: TUWRI, SÚYIR HÁM DOǴAL MÚYESHLER. BISSEKTRISA

1



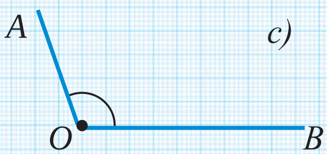
$\angle AOB < 90°$

Súyir múyesh



$\angle AOB = 90°$

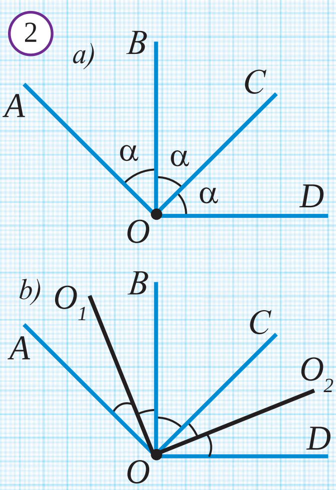
Tuwrı múyesh



$90° < \angle AOB < 180°$

Doǵal múyesh

2



Aldıńǵı sabaqlarda aytıp ótkenimizdey, jayıq múyeshtiń gradus ólshemi 180° qa teń. Bunı qısqasha: *"Jayıq múyesh 180° qa ten"* dep te aytamız. Múyeshler shamasına qarap túrlerge ajıratıladı. Eger múyeshtiń gradus ólshemi:

90° dan kishi bolsa *(1.a-súwret)*, ***súyir múyesh***,

90° qa teń bolsa *(1.b-súwret)*, ***tuwrı múyesh***,

90° penen 180° arasında bolsa *(1.d-súwret)*, ***doǵal múyesh*** dep ataladı.

Sızılmada múyeshtiń tuwrı múyesh ekenligin kórsetiw ushın óz aldına, 1. b-súrettegidey belgilenedi.

*Múyeshtiń tóbesinen shıǵıp, onı teń eki múyeshke ajıratıwshı nur **múyesh bissektrisası** dep ataladı.*

3-súwrette AOB múyeshiniń OC bissektrisası súwretlengen.

Másele. Eger $\angle AOD=135°$, $\angle AOB=\angle BOC=$ $=\angle COD$ bolsa (*2a-súwret*):

a) sızılmada neshe súyir, doǵal hám tuwrı múyesh bar?

b) AOB hám COD múyeshleriniń bessektrisaları arasındaǵı múyeshti tabıń.

Sheshiliwi: a) $\angle AOB=\angle BOC=\angle COD=\alpha$ bolsın. Bul jaǵdayda, múyeshlerdi ólshewdiń tiykarǵı qásiyeti boyınsha, $\angle AOD=\alpha+\alpha+\alpha=135°$. Bunnan $\alpha=45°$. Demek, $\angle AOC=2\alpha=90°$, $\angle BOD=2\alpha=90°$. Solay etip, sızılmada 3 súyir, 2 tuwrı hám 1 doǵal múyesh bar.

b) OO_1 hám OO_2 — sáykes bissektrisalar bolsın (*2.b-súwret*). $\angle AOB=\angle COD=45°$ bolǵanı ushın, múyesh bissektrisasınıń anıqlaması boyınsha,

$$\angle O_1OB = \angle O_2OC = \frac{\alpha}{2} = 22{,}5°.$$

Izlenip atırǵan múyesh bolsa:

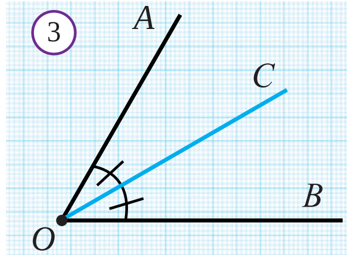
$$\angle O_1OO_2 = \angle O_1OB + \angle BOC + \angle COO_2 = \frac{\alpha}{2} + \alpha + \frac{\alpha}{2} = 2\alpha = 90°,$$

yaǵnıy O_1OO_2 — tuwrı múyesh.

Esletpe. Adette múyesh hám olardıń olshemlerı grek alipbesınıń kishi hárıplerı menen α (alfa), β (beta), γ (gamma) sıyaqlı belgilenedi.

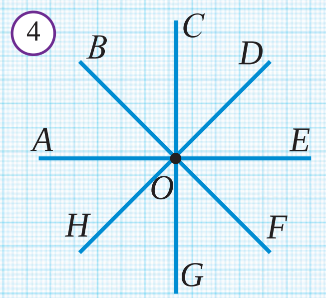
Soraw, másele hám tapsırmalar

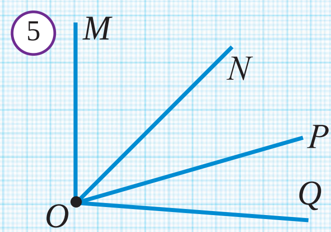
1. Qanday múyesh tuwrı múyesh delinedi? Dógerek átiraptan tuwrı múyeshke mısallar keltiriń.
2. Súyir hám doǵal múyeshler bir-birinen qanday ózgeshelikke iye?
3. Úsh múyesh sızıń. Olardı sáykes túrde $\angle AOB$, $\angle MNL$, $\angle PQR$ menen belgileń. Transportir menen olardı ólsheń hám túrlerin anıqlań.
4. OA nurın sızıń. Transportir járdeminde gradus ólshemi sáykes 25°, 72° hám 146° bolǵan $\angle AOB$, $\angle AOC$ hám $\angle AOD$ múyeshlerin jasań.
5. Tuwrı múyeshtiń bissektrisası onıń tárepi menen qanday múyesh payda etedi?
6. 4-súwrette neshe: a) súyir; b) doǵal; c) tuwrı; d) jayıq múyesh bar?
7. 5-súwrette neshe súyir hám neshe doǵal múyesh bar?
8. Qaǵazdıń betin búklep tuwrı múyesh payda ete alasız ba.
9. Qashan saattıń saat hám minut tilleri tuwrı múyesh payda etedi.
10* Saattıń saat tili: a) 1 saatta; b) 6 saatta; c) 2 minutta neshe gradusqa burıladı?
11. Saattıń minut tili: a) 1 minutta; b) 5 minutta; c) 0,5 saatta neshe gradusqa burıladı?
12* 6-súwrette saatlardaǵı saat hám minut tilleri payda etken múyeshti anıqlań.
13. Múyesh bissektrisasına anıqlama beriń.
14. AOB múyesh OC, OD hám OE nurları menen teńdey tórt múyeshke bólingen. Bul nurlar qaysı múyeshlerdiń bessektrisaları boladı?
15. $ABCD$ tuwrı tort múyeshlik sızıń. A hám C noqatların tutastırıń. Tómendegi múyeshlerdi transportir menen ólsheń: ACD, ACB, CAD, CAB.
16. Qanday múyesh bissektrisası onı eki tuwrı múyeshke ajıratadı?

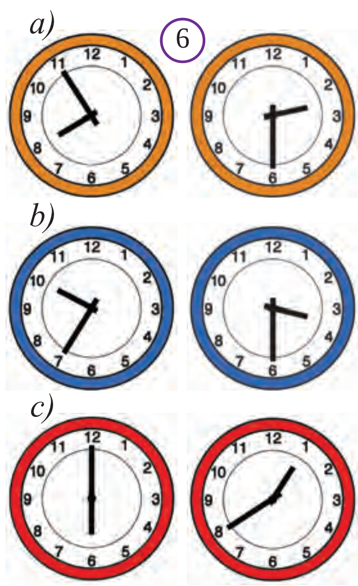


$\angle AOC = \angle COB$

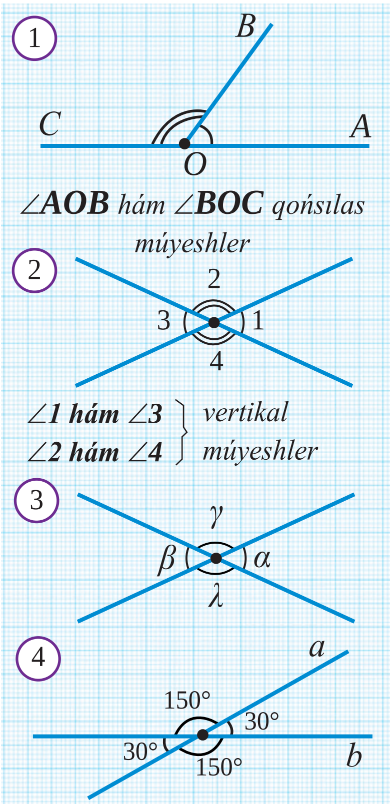
OC — AOB burchak bissektrisasi







14 QOŃSILAS HÁM VERTIKAL MÚYESHLER HÁM OLARDIŃ QÁSIYETLERI



Qońsılas múyeshler dep, bir tárepi ulıwma, qağan tárepleri tuwrını payda etiwshi múyeshler jubına aytıladı.

1-súwrette AOB hám BOC qońsılas múyeshleri súwretlengen. Bunda OC hám OA nurları bir tuwrıda jatadı.

Aktivlestiriwshi shınığıw

a) Qońsılas múyeshlerdiń qosındısı jayıq múyesh bolatuğının kórsetiń.

b) Eger qońsılas múyeshler óz ara teń bolsa , olar tuwrı múyesh bolatuğın kórsetiń.

c) 2-súwrette kórsetilgen, eki tuwrınıń kesilisiwinen payda bolğan $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ hám $\angle 4$ múyeshlerinen qaysıları óz ara qońsılas múyehler juplığın payda etedi?

Qásiyet. **Qońsılas múyeshlerdiń qosındısı 180º qa teń.**

Vertikal múyeshler dep, eki tuwrınıń kesilsiwinen payda bolğan hám óz ara qońsılas bolmağan múyeshlerdiń juplığına aytıladı.

3-súwrette $\angle\alpha$ hám $\angle\beta$ vertikal múyeshler. Sonday-aq, $\angle\gamma$ hám $\angle\lambda$ de vertikal múyeshler juplığın payda etedi.

Endi vertikal múyeshlerdiń tómendegi qásiyetlerin dálilleymiz.

Qásiyet. **Vertikal múyeshler óz ara teń.**

Aytayıq, $\angle\alpha$ hám $\angle\beta$ vertikal múyeshleri berilgen bolsın (3-súwret). $\angle\alpha = \angle\beta$ bolıwın dálilleymiz.

Dálillew: $\angle\alpha + \angle\gamma = 180°$, sebebi $\angle\alpha$ hám $\angle\gamma$ qońsılas múyeshler.

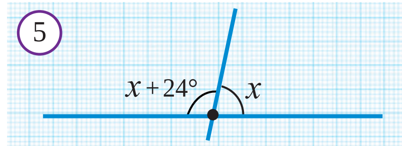
$\angle\gamma + \angle\beta = 180°$, sebebi $\angle\gamma$ hám $\angle\beta$ ler de qońsılas múyeshler boladı.

Bul eki teńlikten $\angle\alpha + \cancel{\angle\gamma} = \cancel{\angle\gamma} + \angle\beta$, yağnıy $\angle\alpha = \angle\beta$ ekenligin payda etemiz.

Qásiyet dálillendi.

Solay etip, eki tuwrı kesiliskende vertikal hám qońsılas múyeshler payda boladı. Qońsılas múyeshlerdiń jupliğı óz ara jayıq múyeshti payda etetuğını belgili. Olardiń biri 90º dan úlken bolsa, ekinshisi 90º dan kishi boladı. Qońsılas múyeshlerdiń kishisiniń gradus ólshemi ***tuwrılardıń arasındağı múyesh*** dep qabıl etilgen. 4-súwrettegi tuwrılar arasındağı múyesh 30º tı payda etedi. Bunı basqasha túrde "***tuwrılar 30º lı múyesh astında kesilisedi***" dep te ataymız.

Másele. Eki tuwrınıń kesilisiwinen payda bolǵan múyeshlerdiń biri ekinshisinen 24º úlken bolsa, bul múyeshlerdi tabıń.



Sheshiliwi. Eki tuwrınıń kesilisiwinen payda bolǵan múyeshler qońsılas hám vertikal múyeshler bolatuǵınlıǵı belgili (5-súwret). Vertikal múyeshler óz ara teń boladı.

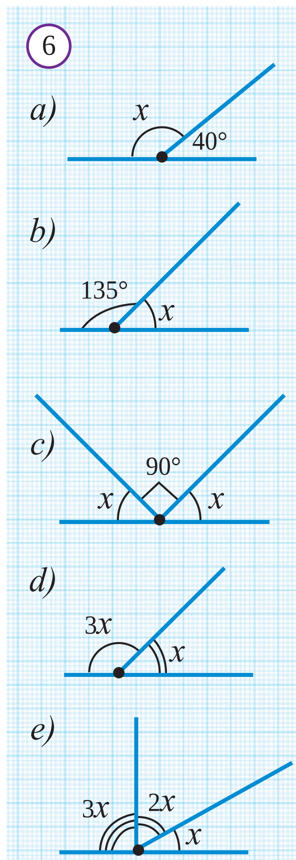
Demek, másele shártinde berilgen múyeshler qońsılas múyeshler eken. Olardıń birewin (kishisin) x penen belgilesek, ekinshisi, $x+24°$ qa teń boladı. Qońsılas múyeshler qásiyeti boyınsha, $x+x+24°=180°$.

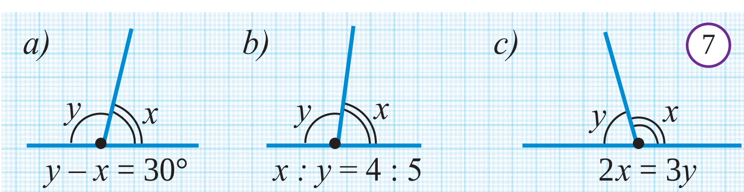
Bunnan $x=78°$ hám $x+24°=102°$ ekenligin anıqlaymız. Demek, a hám b tuwrıları kesiliskende 78°, 102°, 78° hám 102° lı múyeshler payda boladı.

Juwabı: 78°, 102°, 78° hám 102°.

Soraw hám máseleler

1. Qanday múyeshler qońsılas múyeshler delinedi?
2. Qońsılas múyeshlerdiń qosındısı nege teń? Juwabıńızdı túsindiriń.
3. Qońsılas múyeshler óz ara teń bolıwı múmkin be?
4. Qanday múyeshler vertikal múyeshler dep ataladı?
5. Vertikal múyeshlerdiń tiykarǵı qásiyetin túsindiriń.
6. 20°, 30°, 45°, 90° lı múyeshlerge qońsılas bolǵan múyeshlerdi tabıń?
7. Eger qońsılas múyeshlerdiń biri ekinshisinen úsh márte úlken bolsa, onda olardı tabıń.
8*. Qońsılas múyeshlerdiń ekewi de: a) súyir; b) tuwrı; c) doǵal múyeshler bola ala ma?
9. Eger eki múyesh teń bolsa, olarǵa qońsılas bolǵan múyeshler de teń bola ma?
10. 6-súwrette belgisiz x múyeshti tabıń.
11. Eger qońsılas múyeshlerdiń gradus ólshemleriniń qatnası a) 2:7; b) 11:25; c) 1:9 bolsa, onda olardı tabıń.
12. 7-súwrettegi figuraǵa qarap másele dúziń hám onı sheshiń.





15 GEOMETRIYANI ÚRENIWDE PIKIRLER IZBE-IZLIGI HÁM BAYLANISLILIǴI

Usı waqıtqa shekem qatar geometriyalıq figuralar hám olardıń qásiyetleri menen tanısıp shıqtıq. Máselen, ótken sabaqta vertikal múyeshler menen tanıstıq hám olardıń óz ara teń bolıwın kórsettik. Esleseńiz, bul qásiyet penen tek tanısıp qalmastan, onı dálilledik. Bul ***"dálillew"*** túsinigi menen birinshi márte tanısqanımız boldı. Geometriyaǵa birinshi bolıp ***"dálillew"*** túsinigin alıp kirgen matematik – eramızdan aldıńǵı 625 – 527 jıllarda jasaǵan Milettik grek alımı Fales bolıp esaplanadı.

Qanday da bir tasıyıqlawdıń durıslıǵın logikalıq pikirler járdeminde keltirip shıǵarıw ***dálillew*** dep ataladı. Durıslıǵın dálillew jolı menen dálillenetuǵın tastıyıqlaw bolsa ***teorema*** dep ataladı. Teorema ádette shárt hám juwmaq bólimlerinen ibarat boladı. Teoremanıń birinshi – shárt bóliminde neler berilgeni bayan etiledi. Ekinshi – juwmaq bóliminde bolsa neni dálillew kerekligi ańlatıladı. Máselen, tómendegi teoremanı alıp qarayıq:

Eger qońsılas múyeshler óz ara teń bolsa, olardıń hár ekewide tuwrı múyesh boladı.

Bul teoremanıń shárt bólimi, "óz ara qońsılas múyeshlerdiń teńligi bolsa, juwmaq bólimi "olardıń tuwrı múyeshi boladı" degeninen ibarat. *Teoremanı dálillew* – onıń shártinen paydalanıp, usı waqıtqa shekem belgili bolǵan maǵlıwmatlarǵa súyenip, pikir júritip, juwmaq bóliminde ańlatılǵan tastıyıqlawdıń durıslıǵın keltirip shıǵarıw bolıp esaplanadı. Teoremanıń shárt hám juwmaq bólimlerin anıqlastırıp alıw teoremanı aydınlastıradı, onı túsiniw hám dálillew procesin jeńillestiredi. Sonıń ushın teoremanı dálillewden aldın onı shárt hám juwmaq bólimlerge ajıratıp, qayta jazıp alıw maqsetke muwapıq boladı. Máselen, joqarıda keltirilgen teoremanı tómendegi kóriniste qayta jazıp alıw múmkin:

Berilgen: A hám B qońsılas múyeshler, $\angle A = \angle B$ ⇒ ***Dálillew kerek:*** $\angle A = \angle B = 90°$

Teoremanıń shárti ***Teoremanıń juwmaǵı***

Ulıwma alǵanda, teoremanı shárt hám juwmaq bólimlerinde ajıratıp, tómendegi sxema kórinisinde kórsetiw múmkin:

Eger **A tastıyıqlawı orınlı** bolsa, **B tastıyıqlawı orınlı** boladı.

Teoremanıń shárti ***Teoremanıń juwmaǵı***

Baslanǵısh tusinik hám aksiomalar. Noqat, tuwrı hám tegislik sıyaqlı túsinikler geometriyanıń baslanǵısh túsinikleri bolıp esaplanadı. Olarǵa anıqlama bermedik. ***Geometriyanıń baslanǵısh tusinikleri*** anıqlamasız tuwrıdan-tuwrı kiritiletuǵın túsinikler. Geometriyanı bir imarat dep alsaq, bul túsinikler onıń fundamenti. Baslanǵısh túsinikler tiykarında basqa jańa figura hám túsinikler haqqında túsinik beriledi, yaǵnıy olar ***táriyplenedi***. Sabaqlıqta táriypler belgisi menen ayrıqsha kórsetilip ajıratıladı, sebebi olar geometriyanı úyreniwde áhmiyetli orın tutadı.

Sonday-aq, usı waqıtqa shekem noqat, tuwrı hám tegisliktiń óz-ózinen payda bolǵan qatar qásiyetlerin de dálillewsiz, tuwrıdan-tuwrı qabıl ettik. Bunday qásiyetler ***aksiomalar*** dep ataladı. Eger itibar bergen bolsańız, sabaqlıqtaǵı barlıq aksiomalardı tiykarǵı teksten ayrıqsha kórsetilip, belgisi astında berip keldik. Usı waqıtqa shekem tanısıp shıqqan aksiomalarǵa mısallar keltiremiz (qalǵanların sabaqlıq betlerinen tawıp, jazıp shıǵıń):

1. Tegisliktegi tuwrı qanday alınbasın, usı tuwrıǵa tiyisli bolǵan noqatlar da, tiyisli bolmaǵan noqatlar da bar.

2. Hár qanday eki noqattan tek ǵana bir tuwrı júrgiziw múmkin.

3. Tuwrıda alınǵan qálegen úsh noqattan tek ǵana birewi qalǵan ekewiniń arasında jatadı.

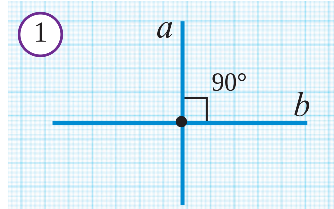
Geometriyada túsinikler belgili úzliksizlik hám logikalıq izbe-izlikte kiritiledi. Dáslep geometriyanıń fundamenti – baslanǵısh túsinikler táriyplemesiz hám aksiomalar dálillewsiz, tuwrıdan-tuwrı qabıl etiledi. Keyin, bul fundament tiykarında jańa túsinikler táriyplenedi hám olardıń jańa qásiyetleri anıqlanadı. Bul qásiyetlerden bir neshewi dálillewsiz, aksioma sıpatında qabıl etiledi. Qalǵan qásiyetler bolsa teoremalar kórinisinde ańlatıladı hám aksiomalarǵa tiykarlanıp logikalıq pikirlewler qurlında dálillenedi. Pikir júritiw waqtında dálillenbegen qásiyetlerden, olardıń durıslıǵı anıq kórinip turǵan bolsa da olardan paydalanıw múmkin emes – bul geometriyanıń logikalıq qurılısına qarsı boladı.

Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Teorema degen ne? Ol qanday bólimlerden ibarat?
2. Teoremalar qanday dálillenedi?
3. Teoremenı dálillew degende neni túsinesiz?
4. Teoremenı aliń hám onı bóleklerge ajıratıń.
5. Anıqlama degen ne? Qanday túsinikler táriypsiz qabıl etiledi?
6. Aksioma degen ne?
7. Geometriyada túsinikler qanday izbe-izlikte qabıl etilgen?
8. Eger figuranıń qásiyeti sızılmada ashıq-aydın kórinip turǵan bolsa, bul qásiyetti dálillemesten qabıl etiwge bolama?
9. Tómende keltirilgen tastıyıqlawlardıń qaysıları dálillewsiz qabıl etilgen:
1) hár qanday eki noqat arqalı tek bir tuwrı júrgiziw múmkin;
2) jayıq múyesh tuwrı múyeshten eki márte úlken;
3) qońsılas múyeshlerdiń qosındısı 180° qa teń;
4) hár bir kesindiniń tek ǵana bir ortası bar;
5) hár bir oń san ushın uzınlıǵı usı sanǵa teń bolǵan kesindi bar boladı.
10. Usı tastıyıqlawdı dálillewsiz qabıl etiwge bola ma: "Tuwrıda jatıwshı A, B, C, D noqatları ushın $AB=CD$ bolsa, AD hám BC kesindileriniń ortaları ústpe-úst túsedi"?

16 PERPENDIKULYAR TUWRI SIZIQLAR

Aktivlestiriwshi shınığıw



$a \perp b$ – a tuwrısı b tuwrısına perpendikulyar

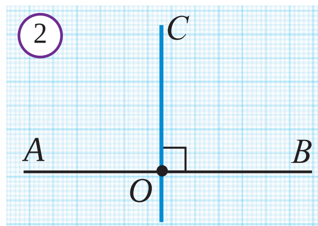
Eki tuwrı kesiliskende payda bolǵan múyeshlerdiń birewi tuwrı múyesh bolsa (1-súwret), qalǵan múyeshleri haqqında ne aytıw múmkin?

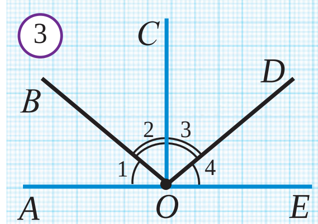
Tuwrı (90º lı) múyesh astında kesilisiwshi tuwrılar ***perpendikulyar tuwrılar*** dep ataladı.

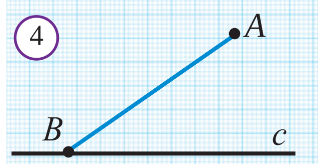
1-súwrette bir-birine perpendikulyar a hám b tuwrıları súwretlengen. Bul tuwrılardıń perpendikulyarlıǵı arnawlı belgi járdeminde $a \perp b$ túrinde jazıladı hám "a tuwrısı b tuwrısına perpendikulyar" dep oqıladı. Perpendikulyar tuwrılardıń kesilisiwinen tórt tuwrı múyesh payda boladı.

Perpendikulyar tuwrılarda jatqan kesindiler (nurlar) de bir-birine perpendikulyar dep júritiledi.

Tuwrınıń qálegen noqatınan oǵan perpendikulyar bolǵan jalǵız tuwrı júrgiziw múmkin.







Dálillew. Aytayıq, AB tuwrı hám ondaǵı O noqatı berilgen bolsın *(2-súwret)*. OB nurǵa tóbesi O noqatta bolǵan, 90° lı COB múyeshin qoyıw múmkin ekenligi belgili. Onda CO tuwrısı AB tuwrısına perpendikulyar tuwrılar boladı.

Múyeshti nurǵa qoyıw aksiomasınan perpendikulyardıń jalǵızlıǵı kelip shıǵadı.

Teorema dálillendi.

1-másele. Eger 3-súwrette $\angle 1=\angle 4$, $\angle 2=\angle 3$ bolsa, $CO \perp AE$ bolıwın kórsetiń.

Sheshiliwi: Aytayıq $\angle 1=\angle 4=\alpha$, $\angle 2=\angle 3=\beta$ bolsın. Múyeshlerdi ólshewdiń qásiyeti boyınsha

$\angle AOE=\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=\alpha+\beta+\alpha+\beta=2\alpha+2\beta=180°$,

$2(\alpha+\beta)=180°$, yaǵnıy $\alpha+\beta=90°$ boladı. Onda,

$\angle AOC=\angle 1+\angle 2=\alpha+\beta=90°$ bolǵanı ushın, $CO \perp AE$ boladı.

2-másele. Eger 5-suwrette $\angle ABC=\angle DBE$ bolsa, $\angle ABD = \angle CBE$ ekenligin kórsetiń.

Sheshiliwi. Berilgen $\angle ABC = \angle DBE$ tenglikning har ikkala tomoniga $\angle CBD$ ni qo'shamiz. $\angle ABC + \angle CBD = \angle CBD + \angle DBE$

biraq, $\angle ABC + \angle CBD = \angle ABD$ hám

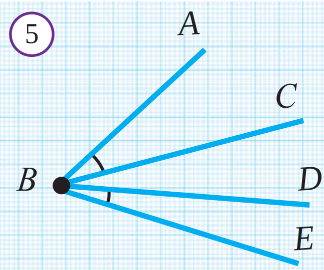
$\angle CBD + \angle DBE = \angle CBE.$

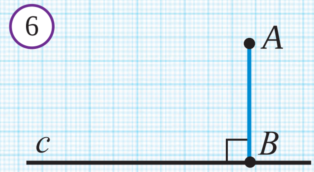
Demek, $\angle ADD = \angle CBE.$

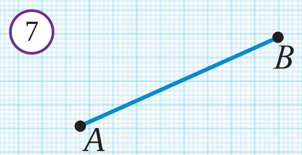
Eger AB kesindi c tuwrı sızıqqa túsirilgen perpendikulyar bolsa, onda AB kesindi A ***noqatınan c tuwrı sızıqqa tusırılgen perpendikulyar*** delinedi. 6-súwrette A noqatınan c tuwrı sızıqqa túsirilgen AB perpendikulyar suwretlengen. Bunda B noqat perpendikulyardıń ***ultanı*** dep ataladı.

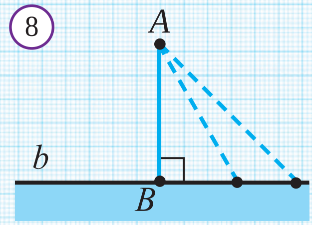
Eger AB kesindi c tuwrı sızıqqa túsirilgen perpendikulyar bolmasa, onda AB kesindi ***qıya*** delinedi. 4-súwret.

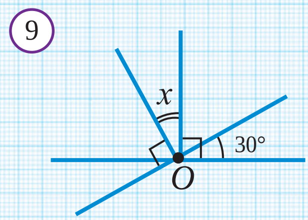
A hám B noqatlardı tutastırıwshı eń qısqa "jol", bul AB kesindisi ekenligi belgili (7-súwret). Sonlıqtan tómengi klaslarda AB kesindisiniń uzınlığın ***A hám B noqatları arasındağı aralıq*** dep qabıl etken edik. Usığan uqsas, ***A noqatınan b tuwrısına shekem bolğan aralıq*** dep, A noqatınan b tuwrısına túsirilgen AB perpendikulyardıń uzınlığın qabıl qılamız. Bul aralıq A noqatınan b tuwrı sızıqqa túsirilgen barlıq qıyalardıń uzınlığınan kishi boladı (8-súwret). Bul tastıyıqlawdıń dálilleniwine keyin toqtalamız.

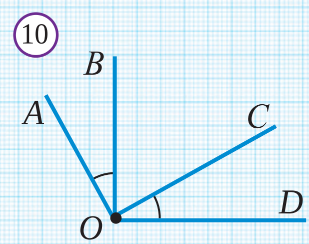












Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Qashan tuwrılar perpendikulyar boladı? Juwabıńızdı sızılmada kórsetip beriń.
2. Berilgen tuwrıda jatıwshı noqattan oğan neshe perpendikulyar tuwrı júrgiziw múmkin? Juwabıńızdı túsindiriń.
3. Tuwrı múyeshtiń ólshemi neshe gradusqa teń?
4. Berilgen noqattan tuwrığa túsirilgen perpendikulyar dep nege aytıladı?
5. Berilgen noqattan tuwrığa túsirilgen qıya degen ne?
6. Berilgen A noqatınan tuwrığa neshe perpendikulyar túsiriw múmkin?
7. 9-súwrettegi belgisiz múyesh x tı tabıń.
8. 10-súwrette eger $OB \perp OD$ hám $OA \perp OC$ bolsa, $\angle AOB = \angle COD$ bolatuğının kórsetiń.
9. Eki A hám B noqatlar arasındağı aralıq nege teń?
10. Noqattan tuwrığa shekemgi bolğan aralıq degen ne?

17 KERISINSHE OYLAP DÁLILLEW USILI

"Kerisinshe oylap dálillew usılı" tómendegi apiwayı logikaliq máselege tiykarlangan. Aytayıq, jolda ketip baratırıp joldıń ekige ajıralǵan bólimine dus keldińiz (*1-súwret*). Bul jollardıń tek birewi mánzilińizge, qalaǵa alıp barıwın bilesiz. Jol kórsetiwshi taxtashada birinshi jol mánzilińizge alıp barıwı kórsetilgen. Siz bul jazıwǵa isenbedińiz hám ekinshi jol boyınsha jolıńızdı dawam ettińiz. Júrip-júrip basqa jerge, tanıs emes awılǵa barıp qaldıńız. Bul jaǵdayda birinshi bolıp oyıńızǵa qanday pikir keledi? Álbette, «Taxtashadaǵı jazıw durıs eken!», – degen pikir keledi (*2-súwret*).

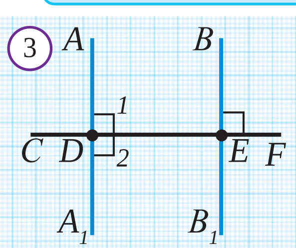
Kerisinshe oylap dálillew usılında da usıǵan uqsas jol qollanıladı. Teorema shártin payda etken tastıyıqlaw orınlı dep alınadı. Bul jaǵdayda bir-birin biykar etiwshi eki túrli tastıyıqlawdan ("jol" dan) tek ǵana birewi orınlı bolıwı múmkin.

Eger bul "jol" daǵı logikalıq pikirlewlerdiń durıslıǵı dáslep anıqlanǵan (yamasa qabıl etilgen) qaysı bir qásiyetke qarama-qarsı juwmaqqa alıp kelse, bul tańlap alınǵan "jol" dıń nadurıs ekenligin bildiredi. Bul bolsa, óz gezeginde, birinshi "jol" durıs ekenligin, yaǵnıy teorema shártinde keltirilgen tastıyıqlaw orınlı bolǵanda onıń juwmaǵında keltirilgen tastıyıqlaw orınlı bolatuǵının bildiredi. Solay etip, teorema dálillengen bolıp esaplanadı.

Kerisinshe oylap dálillew usılın qollanıp teoremalardı dálillewde tómendegilerge itibar beriwimiz kerek: a) dálillewdi talap etken tastıyıqlawǵa keri bolǵan gápti durıs dúziń; b) oylanǵan tastıyıqlaw hám basqa belgili bolǵan qásiyetler tiykarında durıs juwmaq shıǵarıw; d) pikr júritiw dawamında dáslep belgili bolǵan qásiyetlerge qarama-qarsı bolǵan nátiyjeni anıqlaw.

Bir tuwrıǵa perpendikulyar bolǵan eki tuwrı óz ara kesilispeydi.

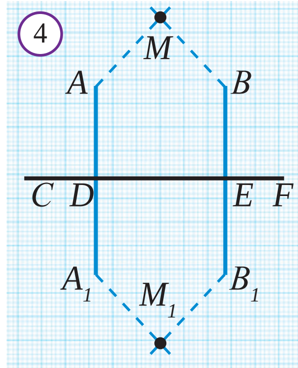
AA_1, BB_1 hám CD tuwrısızıqlar, $AA_1 \perp CD$ hám $BB_1 \perp CD$ (*3-súwret*) ⇒ AA_1 hám BB_1 tuwrılar óz ara kesilispeydi



Dálillew. Oyıńızda 3-súwretti CF ǵa perpendikulyar tuwrı boylap búklep, joqarıǵı yarım tegislikti tómengi yarım tegislikke ústpe-úst qoyamız. 1- hám 2- múyeshler teń bolǵanı ushın CA nur CA_1 nurı menen ústpe-úst túsedi. Usıǵan uqsas DB nurı DB_1 nurı menen ústpe-úst túsedi.

Berilgen teoremanı dalillew ushın "kerisinshe oylap dálillew" usılın qollanamız. Oylaymız: teoremanıń shárti orınlanǵan bolsa da, onıń juwmaǵı orınlı bolmasın, yaǵnıy

AA_1 hám BB_1 tuwrıları qandayda bir M noqatında kesilissin (*4-súwret*). Bul jaǵdayda, joqarǵı yarım tegislikti tómengi yarım tegislikke ústpe-úst qoyǵanımızda M noqatı AA_1 hám BB_1 tuwrılarında jatıwshı, tómengi yarım tegisliktegi M_1 noqatı penen ústpe-úst túsedi. Nátiyjede, M hám M_1 noqatlarınan eki AA_1 hám BB_1 tuwrıları ótedi. Biraq bul hár qanday eki noqattan tek ǵana bir tuwrı ótedi degen aksiomaǵa qarama-qarsı. Demek, biziń oylaǵanımız nadurıs: AA_1 hám BB_1 tuwrıları óz ara kesilisiwi múmkin emes. ***Teorema dálillendi.***



Tuwrıda jatpaytuǵın noqattan usı tuwrıǵa perpendikulyar etip birewden artıq tuwrı júrgiziw múmkin emes.

Bul qásiyetti kerisinshe oylaw usılı járdeminde óz betinshe dálilleń.

Smartfonlar ushin múyeshti ólsheytuǵın programmalar islep shıǵılǵan bolıp, olar járdeminde múyeshlerdi aralıqtan turıp ólshew múmkin. Súwrette Mısır piramidası tóbesindegi múyeshti ólshew usı programma járdeminde ólshew súwretlengen.

Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Kerisinshe oylap dálillew usılı qanday qaǵıydaǵa tiykarlanǵan?

2. A, B, C noqatları bir tuwrıda jatsa hám: a) AB=3,6; BC=5,4; AC=9; b) AB=2,4; BC=4,2; AC=1,8 bolsa, C noqatınıń A hám B noqatları arasında jatpaytuǵının dálilleń. Bul noqatlardan qaysı biri qalǵan ekewiniń arasında jatadı?

3*. Qońsılas múyeshlerdiń bissektrisaları arasındaǵı múyeshti tabıń.

4*. Vertikal múyeshlerdiń teńligin kerisinshe oylaw usılı menen dálilleń.

5*. Eger $\angle AOB$= 58°, $\angle BOC$=17° hám $\angle AOC$=41° bolsa, OA, OB hám OC nurlarınıń qaysı biri qalǵan ekewiniń arasında jatadı.

6. Eki múyeshtiń kesilisiwinen payda bolǵan múyeshlerden ekewiniń qosındısı 120°. Bul múyeshlerdi tabıń.

7. Eki múyeshtiń kesilisiwinen payda bolǵan múyeshlerden ekewiniń ayırması 20°. Bul múyeshlerdi tabıń.

8*. Vertikal múyeshlerdiń bissektrisaları bir tuwrıda jatıwın dálilleń.

9*. Tegislikte A, B, C noqat berilgen: AB=2,6, AC=8,3, BC=6,7. Bul noqatlardıń bir tuwrıda jatpaytuǵının dálilleń.

10*. Eki tuwrınıń kesilisiwinen payda bolǵan eki múyeshtiń qosındısı 180° qa teń emes. Bul múyeshlerdiń vertikal múyeshler ekenligin dálilleń.

18 ÁMELIY SHINIǴIW

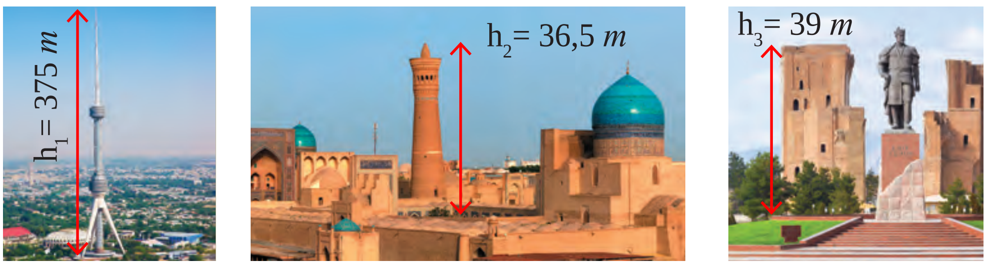
1. Biyiklikti tuwrı ólshew.

Bazı bir deneniń biyikligi oniń eń biyik noqatinan ultanında jatqan tegislikke túsirilgen perpendikulyar uzınlıǵı bolıp tabıladı. Eger bunday perpendikulyardı túsiriw imkanı bolmasa oǵan teń bolǵan kesindi biyik sıpatında qaraladı.1-súwret. Máselen, imarat, piramida, minara biyikligi yamasa qudıq tereńligi hám basqalar. Bazıda tegisliktegi tegis fuguralar biyikligi usılay anıqlanadı.

a) Chaynek, kese, gúze, qazan, sıyaqlı úy buyımları biyikligin usılay anıqlanadı.

b) Tuwrı múyeshli parallelepiped, úshmúyeshli piramida, konus hám shar geometriyalıq figura(dene) modelleriniń biyikligin ólsheń.

1



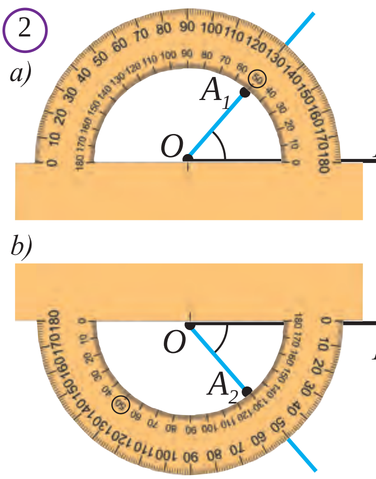
2. Transportirden tuwrı paydalaniw.

1. Erikli *OB* nurı sızıp alınadı.
2. Transportir ultanı berilgen *OB* nur ústine, orayı *O* noqatta 2-súwrettegi jaǵdaylardıń birindey etip jaylastırıladı.
3. Transportir shkalasınan múyeshlerdiń berilgen gradius ólshemi kórsetilgen bólimi tabıladı hám onıń tuwrısına $A_1(A_2)$ noqat qoyıladı.
4. *O* hám $A_1(A_2)$ noqatlar arqalı nur ótkizemiz. Natiyjede berilgen gradius ólshemi A_1OB (A_2OB) múyeshi payda boladı.

2

a)

b)



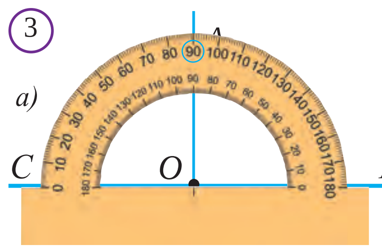
3. Tuwrı sızıqqa perpendikulyar ótkiziw quralları:

1-usıl. Transportir járdeminde (*3a-súwret*).

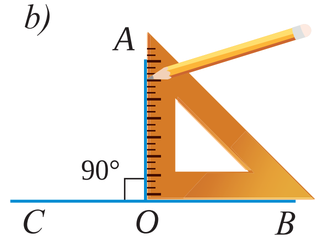
2-usıl. Tuwrı múyeshli sızǵısh (goniya) járdeminde (*3b-súwret*).

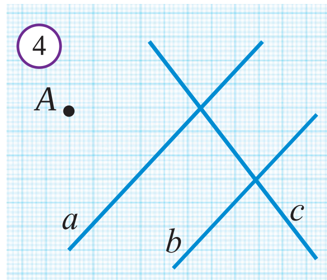
3

a)



4. a) transportir; b)Tuwrı múyeshli sızǵısh jardeminde berilgen tuwrı sızıqqa onda jatıwshı noqattan ótiwshi perpendikulyar tuwrı sızıq jasań.
5. *d* tuwrı sızıqta *ABC* noqatları belgileń hám transportir jardeminde bul noqatlardıń hár biri arqalı *d* tuwrı sızıqqa perpendikulyar bolǵan tuwrı sızıqlardı júrgiziń.
6. *b* tuwrı sızıq sızıń hám onda jatpaytuǵın *A* noqattı belgileń. Goniya jardeminde *A* noqattan ótiwshi *b* tuwrı sızıqqa perpendikulyar tuwrı sızıq sızın.
7. Goniya jardeminde *A* noqatınan *a*, *b*, hám *c* tuwrı sızıqqa shekemgi aralıqtı tabıń *(4-súwret)*.

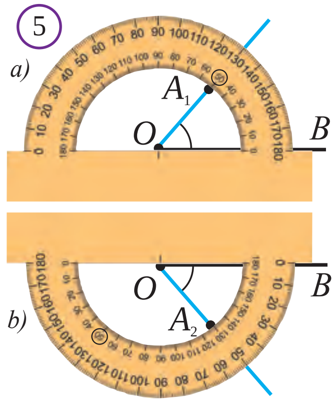




8. Berilgen *OB* nurǵa 50º lı múyesh qoyıń.

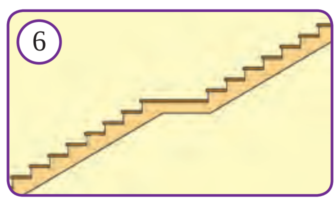
Sheshiliwi. *OB* tuwrı sızıq tegislikti eki yarım tegislikke ajıratadı. Transportirdiń ultanı *OB* nur ústine, orayı *O* noqatqa 2 túrli usılda qoyamız. Bunda *OB* nurǵa 0º saykes keletuǵın shkalada 50º qa saykes keliwshi bólinbesi tabıladı hám jasaladı. Demek berilgen nurdan hár bir yarım tegislikke bir 50º lı múyesh qoyıw múmkin. 5-súwret:

$$\angle A_1OB = \angle A_2OB = 50°.$$

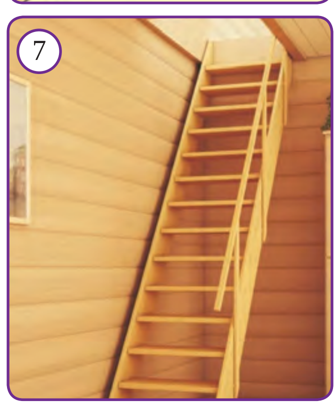


9. Zinapoya múyeshi.

Zinapoyalar turli múyeshler astında qurıladı. Bir qarawda, zinapoya qansha jatıq bolsa, ol sonsha qolay bolıp kórinedi. Biraq júdá jatıq zinapoya paydalaniw onsha qolay emes. Sonıń ushın kishi múyesh astında kórinetuǵın jaǵdayda 6-súwretegidey quriladı.



Qurılıs boyınsha 30º-45º arasındaǵı zinapoyalar qolay esaplanadı. Kóp qabatlı jaylarda zinapoyalar ádette 35º-40º etip qurıladı, Negizinde 45º dan úlken múyesh astında qurilǵan zinapoyalar az orın iyeleydi. Biraq bunday zinapoyalardan kóterilgende balalar hám qariyalar qıynaladı. Bólmeniń ishinen túynik arqalı tóbege shıǵıw ushın zinapoya ti qurılaı, sebebi bul jaǵdayda zinapoyalar ushin ajıratılǵan orın tar boladı (7-súwret). Eger úyińizde jeterli gerbish bar bolsa, olardan túrli múyesh astında zinapoya jasap, ańsat yaki qiyınlıǵın sınap kóriń.



19 BAP BOYINSHA TAKIRARLAW

1. Gáplerdiń mánislerine qarap tolıqtırıń:

1. Noqat hám ushları usı noqatta bolǵan .... ibarat figuraǵa múyesh dep ataladı.
2. Jayıq múyeshtiń gradus ólshemi .... teń.
3. Múyeshtiń tóbesinen shıǵıp, onı .... múyeshtiń bissektrisası dep ataladı.
4. Ulıwma tárepke iye bolıp, qalǵan eki tárepi tuwrını payda etiwshi múyeshler .... dep ataladı.
5. Vertikal múyeshlerdiń bissektrisaları .... payda etedi.
6. Eger qońsılas múyeshler ...., olar tuwrı múyeshler boladı.

2. Tómendegi gáplerde qáte bolsa, onı tabıń hám dúzetiń:

1. Qosındısı 180º qa teń bolǵan múyeshler qońsılas múyeshler boladı.
2. Múyeshtiń tóbesinen ótip, onı teń ekige bóliwshi tuwrı múyeshtiń bissektrisası dep ataladı.
3. Eki tárepi de nurlarda jatıwshı múyesh jayıq múyesh dep ataladı.
4. Eki tuwrı sızıqtıń kesilisiwinen payda bolǵan múyeshlerge vertikal múyeshler dep ataladı.
5. Berilgen nurdıń basına tek bir tuwrı múyesh qoyıwǵa boladı.
6. Vertikal múyeshlerdiń qosındısı 180° qa teń.

3. Tómende berilgen qásiyetke iye bolǵan geometriyalıq figuranı ońbaǵanadaǵı sáykes qatarǵa jazıń:

Qosındısı 180º qa teń	Tárepleri nurlardan ibarat
Shaması 180º qa teń	Múyeshti teń ekige bóledi
Tuwrılar kesiliskende payda boladı	

4. Birinshi baǵanada berilgen geometriyalıq túsiniklerge ekinshi baǵanadan tiyisli qásiyet yaki talqılawlardı sáykes qoyıń:

Geometriyalıq túsinik	*Talqılaw, qásiyet*
1. 1 gradus	A. Qosındısı 180º qa teń
2. Jayıq múyesh gradius ólshemi	B. Óz ara teń múyeshler
3. Vertikal múyesh	C. 180°
4. Qońsı múyesh	D. Tuwrı múyeshtiń 1/90 bólegi
5. Teorema	E. Dálilleniwsiz qabıl etiletuǵın tastıyıqlaw
6. Aksioma	F. Dálilleniwi kerek bolǵan tastıyıqlaw
7. Bissektrisa	G. Múyeshti teń ekige bóledi

1. Transportir járdeminde bir tárepi ulıwma bolǵan 10º, 20º, 40º, 60º, 90º, 130º, 170º lı múyeshlerdi jasań.

2. Jayıq múyeshtiń bissektrisası onıń tárepleri menen qanday múyeshti payda etedi?

3. Múyeshtiń bissektrisası onıń tárepi menen 30º lı múyesh payda etken bolsa, múyeshtiń ózi neshe gradus?

4. Múyeshtiń bissektrisası onıń tárepleri menen doǵal múyesh payda etiwi múmkin be?

5. $\angle AOB=50°$, $\angle BOC=80°$ bolsa, *AOB* hám *BOC* múyeshleriniń bissektrisaları arasındaǵı múyeshti tabıń. Másele neshe sheshimge iye.

6. 15° lı múyeshke 10 márte úlkeytiwshi lupa (ayna) arqalı qaralǵanda, neshe graduslı múyesh kórinedi?

7. a) 90°; b) 60°; c) 50°; d) 20° lı múyeshtiń bissektrisasın transportir járdeminde jasań.

8*. $\angle AOB=120°$ bolǵan múyeshtiń *OK* bissektrisasın transportir járdeminde jasań. Sońınan payda bolǵan *AOK* hám *KOB* múyeshleriniń bissektrisaların jasań hám bul bissektrisalardıń arasındaǵı múyeshti tabıń.

9. 1-súwrette neshe vertikal múyesh juplıǵı súwretlengen?

10*. Eger saattiń saat hám minut tiller arasındaǵı múyesh 45º bolip, minut tili 6 da turgan bolsa, saat qaysı waqıttı korsetip túrǵan boladı?

11. *AOB* hám *BOC* qońsılas múyeshler ekenligi belgili. Eger:

a) *AOB* múyeshi *BOC* múyeshinen 40° úlken;

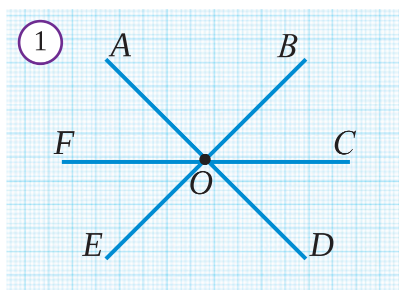
b) *AOB* múyeshi *BOC* múyeshinen 4 márte kishi;

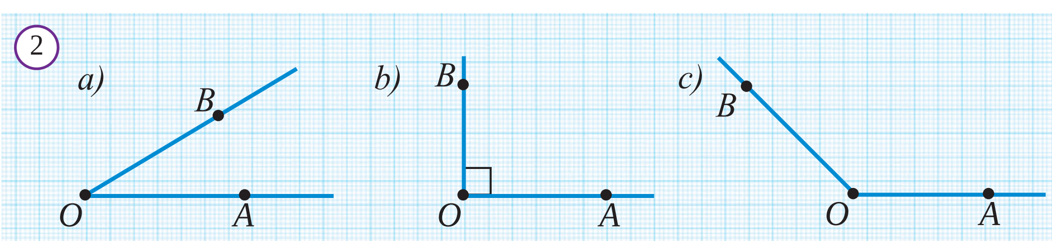
c) $\angle AOB = \angle BOC + 44°$;

d) $\angle AOB = 5 \cdot \angle BOC$ bolsa, bul múyeshlerdi tabıń.

12. Eki tuwrınıń kesilisiwinen tórt múyesh payda boladı. Olardıń ekewiniń gradus ólshemleriniń qosındısı 100º qa teń bolsa, bul tórt múyeshtiń gradus ólshemlerin tabıń.

13. 2-súwrettegi múyeshlerdiń táreplerine *A* hám *B* noqatları arqalı perpendikulyar tuwrı sızıqlar júrgiziń. Bul tuwrı sızıqlardıń kesilisiw noqatında qanday múyeshler payda boladı?





20 2- BAQLAW JUMISI

Úlgili baqlaw jumısı eki bólimnen ibarat bolıp, birinshi bólimge tómende keltirilgen máselelerge (yaki usıǵan uqsas máseleler)den 3ewi beriledi. Ekinshi bólimde bolsa, tómende keltirilgen testlerden besewi beriledi.

Máseleler:

1. *MN* hám *KL* tuwrılarınıń kesilisiwinen payda bolǵan *MOL* hám *KON* vertikal múyeshleriniń qosındısı 148° qa teń. *MOK* múyeshin tabıń.
2. Qońsılas múyeshlerdiń ayırması 60° qa teń. Bul múyeshlerdiń kishisin tabıń.
3. Múyesh bissektrisası usı múyeshtiń tárepi menen 66° lı múyesh payda etedi. Bul múyeshke qóńsılas bolǵan múyeshti tabıń.

4*. Qońsılas múyeshlerdiń bissektrisaları tuwrı múyesh astında kesilisiwin dálilleń.

Testler (berilgen juwaplardıń ishinen eń durıs bolǵan birewin anıqlań):

1. Eki qońsılas múyeshtiń ayırması 24° qa teń bolsa, olardıń kishisin tabıń:

A) 72°; B) 76°; D) 78°; E) 82°.

2. Eki tuwrınıń kesilisiwinen payda bolǵan múyeshlerdiń úshewiniń qosındısı 200° qa teń. Múyeshlerdiń kishisin tabıń:

A) 20°; B) 40°; D) 60°; E) 80°.

3. Múyesh bissektrisası onıń tárepi menen 60° lı múyesh payda etedi. Berilgen múyeshke qońsılas bolǵan múyeshti tabıń:

A) 30°; B) 60°; D) 90°; E) 120°.

4. Saat 4 bolǵanda, saat hám minut tilleri arasındaǵı múyesh neshe gradus boladı?

A) 60°; B) 75°; D) 105°; E) 120°.

5. $AB = 6,\ C \in AB,\ AC = 3BC,\ BC = ?$

A) 1; B) 1,5; D) 2; E) 3.

6. Saattıń saat tili 30 minutta neshe gradusqa burıladı?

A) 180°; B) 15°; D) 60°; E) 30°.

7. $AB = 18$, $C \in AB$, $AC - BC = 4$, $BC = ?$

A) 7; B) 8; D) 10; E) 11.

8. Vertikal múyeshlerdiń qosındısı 180º qa teń. Bul múyeshlerdi tabıń:

A) 60° hám 120°; B) 45° hám 135°;
D) 90° hám 90°; E) 45° hám 45°.

9. 1-súwrette $x = ?$.

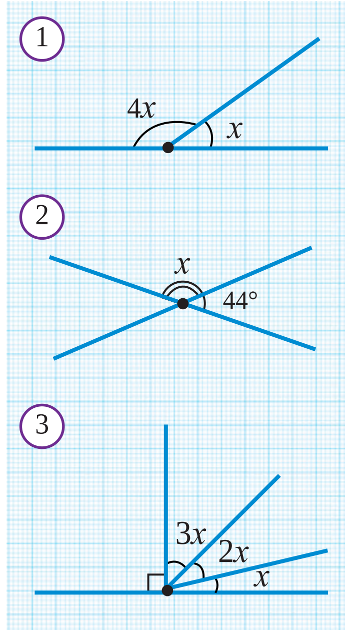
A) 30°; B) 36°; D) 45°; E) 60°.

10. 2-súwrette $x = ?$.

A) 136°; B) 72°; D) 56°; E) 96°.

11. 3-súwrette $x = ?$.

A) 15°; B) 30°; D) 45°; E) 60°.



12. Tómendegi talqılawlardıń durısın tabıń:

A) Tegislikte berilgen noqattan tek ǵana bir tuwrı júrgiziw múmkin;
B) Tuwrınıń qanday da bir noqatınan bir tárepine jatqan noqatlarıdan ibarat bólegine nur dep ataladı;
D) Tuwrınıń, eki noqatı arasında jatqan noqatlarınan ibarat bolǵan bólegi kesindi dep ataladı;
E) Hár qanday nurǵa tek ǵana bir múyesh qoyıw múmkin.

13. Tómendegi talqılawlardıń durısın tabıń.

A) Qońsılas múyeshler jayıq múyeshler boladı;
B) Eger $AB = 5$ *sm*, $BC = 6$ *sm* bolsa, $AC = 11$ *sm* boladı;
D) Eger múyeshler teń bolsa, olar vertikal múyesh boladı;
E) Eger eki múyesh teń bolsa, olarǵa qońsılas bolǵan múyeshler de teń boladı.

Qızıǵıwshı oqıwshılar úshın.

1. "Geometriya-7" elekron sabaqlıǵınıń tiyisli babı betleri menen tanısıp shıǵıń. Usı bapqa kiritilgen temalarga tiyisli interaktiv animtsiya ańlatpasında berilgen tapsırmalardı orınlań hám test tapsırmaların sheshiw jolı menen óz bilimińizdi sınap kóriń.

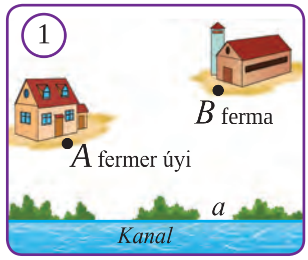
2. Sonday-aq 142-bette keltirilgen internet resurslarınan usı bapqa tiyisli materiyallardı tabıń hám úyrenip shiǵıń.

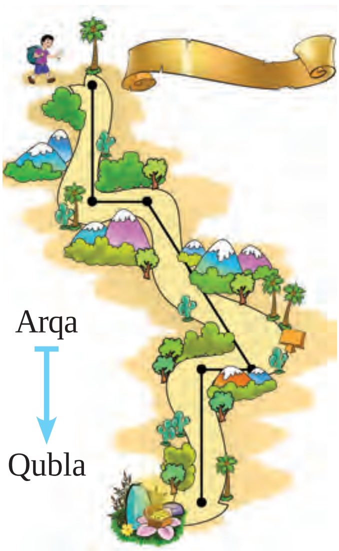
Ameliy kompetensiyalardı rawajlandırıwshı qosımsha materiyallar

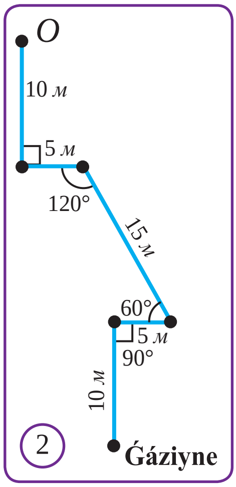
1. Fermer xojalıǵınıń kartası 1-súwrette berilgen.

1) Fermer úyinen fermaǵa alıp barıwshı jol qurmaqshı. Oǵan joldı qaysı sızıq boylap qurıwdı másláhát beresiz? Nege? Sızılmada bul joldı sızıp kórsetiń.

2) Fermer fermasınan kanalǵa alıp barıwshı jol qurmaqshı. Oǵan joldı qaysı sızıq boyınsha qurıwdı másláhát beresiz? Nege? Sızılmada bul joldı sızıp kórsetiń.







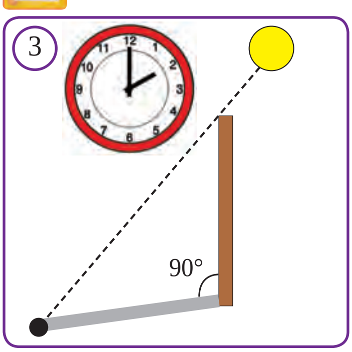
2. Ashıq hawadaǵı geometriyalıq jarısı.

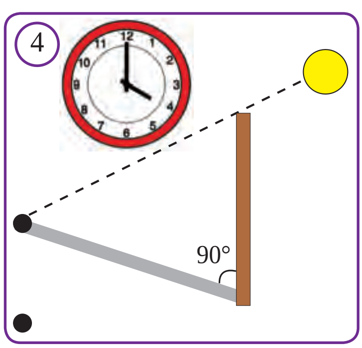
Jarısta klass oqıwshılarınan ibarat eki yamasa onnan artıq toparlar qatnasıwı múmkin. Hár bir toparǵa ruletka hám úlken transportirden paydalanıwǵa ruxsat beriledi.

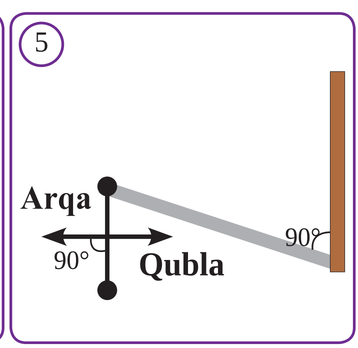
Klasslar mektep maydanshasınıń túrli múyeshlerinde jumıs alıp baradı. "Ǵáziyne" (máselen, shar, konvertte xat,...) aldın-ala maydannıń qanday da bir jerine kómip qoyıladı. Ǵáziynege alıp barıwshı kartalarda oqıtıwshı tárepinen aldın-ala dúziledi hám toparlarǵa tarqatıladı (kartanıń úlgisi 2-súwrette kórsetilgen). Toparlar óz kartalarınan paydalanıp ǵáziyneni tabıwǵa kirisedi. Qaysı topar birinshi bolıp kartada kórsetilgen sınıq sızıq boylap barlıq noqatların anıqlap ǵáziyneni tapsa, sol topar jeńimpaz dep tabıladı.

3. Tapsırma. Úyińizden mektepke keletuǵın joldıń 2-súwrettegi sıyaqlı kartasın dúziń. Shamalap bul joldıń uzınlıǵın anıqlań.

4. Vertikal tayaq jardeminde Arqa hám qublanı anıqlań.







1) Tayaqtı jerge tik oranatamız (Tayaqtın barlıq tárepleri múyeshi jerge qatata 90º) hám, sayasınıń ushin belgilep alamız. Bul batıs belgisi (*3-súwret*).
2) 2 saattan soń ekinshi márte belgileymiz. Bul shigıs belgisi boladı (*4-súwret*).
3) Payda bolǵan kesindi ortasınan tuwrı múyesh astında tuwrısızıq ótkizemiz. Nátiyjede tuwrı múyesh payda boladı. Bul perpendikulyar Arqa hám Qublanı kórsetedi (*5-súwret*).

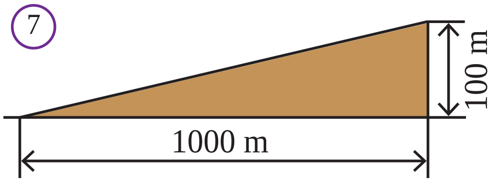
5. Tóbeshiktiń tiklik dárejesi oniń biyikligi hám ultaniniń uzınlıǵı qatnası menen anıqlaw hám procentlerde ańlatıladı (*6-súwret*).

6

$$T = \frac{h}{L} \times 100\% = \frac{16\ m}{100\ m} \times 100\% = 16\ \%$$

6. 7-súwrettegi dońliktiń tiklik dárejesin anıqlań.

7



8

Joldıń dóńlik dárejesin kórsetiwshi jol belgisi (*8-súwret*).

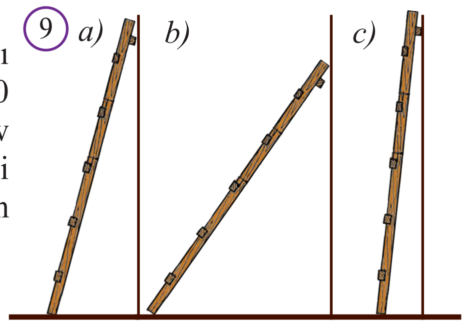
7. $\angle AOB$ berilgen. Tómendegi teńlikler maǵanaǵa iyeme $\angle AOB=\angle BOA$; $\angle AOB=\angle ABO$; $\angle AOB=\angle OAB$?

8. Tuwri tortmúyeshlik formasinda aq qaǵaz betiniń bir múyeshi bissektrisasıń qanday jasaw múmkin?

9. Qaǵaz betinen kesip alinǵan múyeshti qanday usılda teń 4 bólekke bóliw múmkin?

10. Tamnıń tóbesine shıgıw qolay boliwı ushın zángi jerge salıstırganda 750 múyesh astında diywalga tirep qoyıw kerek. 9*a*, 9*b* hám 9*c* súwretlerdegi zángilerdiń qolay yaki qolay emesligin transportir járdeminde anıqlań.

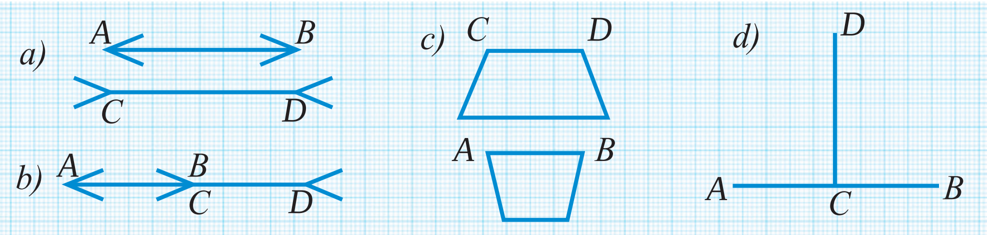
9



11. Bazi bir tuwrı sızıq sızıń Onda jatpaytuǵın bazı bir noqattan tuwrı sizıqqa perpendikulyar hám bir neshe qiyalar júrgiziń. Perpendikulyar hám qiyalar uzınlıqların ólsheń hám salıstırıń. Qaysı kesindi kesindi uzın yaki kishi boladı?Juwablardi oylaw(gipoteza) kórinisinde ańlatıń.

12. 10-súwrette suwretlengen *AB* hám *CD* kesindileri kóz benen shamalap salıstırıń. Soń jumıstı plyonka jardeminde orinlań.

Juwmaq: Geometriyada ólshem hám salistırıw jumısları orınlanıwı lazım: kóz aldawı múmkin!

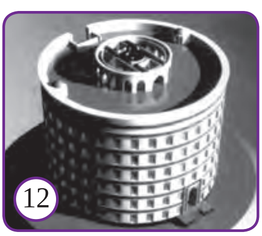
10


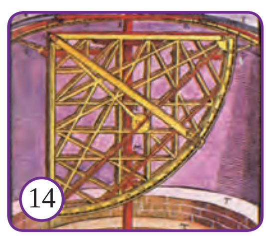
27-bettegi II bap titulı boyınsha

1. 2-súwrettegi haripler múyeshlerin ólsheń. Bul qanday múyeshler?
2. 3-súwrettegi padnustıń qıyalıǵı neshe procentke teń?
3. Múyeshlerdi shamalap barmaqlar járdeminde ólshew (*3-súwret*).
4. Diywaldıń jerge qarata perpendikulyarlıǵın shoqol jardeminde ólshew (*5-súwret*).
5. 7-súwrette qanday múyeshlerdi kórip tursız? Bul súwrettegi zangi hám zinapoyalar haqqında ne ayta alasız?
6. 8–10-súwretlerde zinapoyalardiń hár biri qolayma yaki joq?

Tariyxtan úzindiler

Astrolyabiya (Asturlab) – múyesh ólsheytuǵın ásbap bolıp, ol áyyemgi grek astranomı Gipparx tárepinen eramızdan 180–125 jıl aldın oylap tabılǵan (11-súwret). Kórinisi júdá ápiwayı bolǵan bul ásbapta onlaǵan ólshew jumısların orınlaw múmkin bolǵan. Samarqandtaǵı Uluǵbektiń astranomiyalıq abservatoriyasında da múyesh ólshew jumısları alıp barılǵan. Bul úlken cilindr formasındaǵı úsh qabatlı etip qurılǵan abservatoriyada kóplegen qurılma hám ásbaplar bolǵan (12-súwret). Olardıń eń tiykarǵısı ólshemi hám geometriyalıq sheshimi boyınsha teńsiz bolǵan vertikal kvadrant esaplanadı. Onıń radiusı 42 m bolǵan! Uluǵbek bul qurılma járdeminde 1018 juldızdıń kosmostaǵı ornın hayran qalarlıq anıqlıqta ólshep, óziniń "Ziji jadidi Kóragoniy" degen miynetinde keltirgen. 13-súwrette onıń jer astında saqlanıp, usı kúnge shekem jetip kelgen bólegi súwretlengen. 14-súwrette Evropalı alımlar teleskop oylap tabılıwınan aldın paydalanǵan kvadrant súwretlengen. Ol Uluǵbek kvadrantınan ádewir kishi álbette.


11

12

13

14

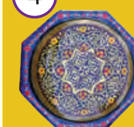
III BAP

2

KÓPMÚYESHLÍKLER HÁM ÚSHMÚYESHLÍKLER

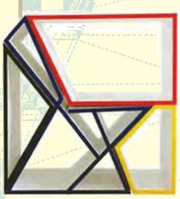
1

3



4

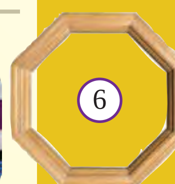
5



7

8

9



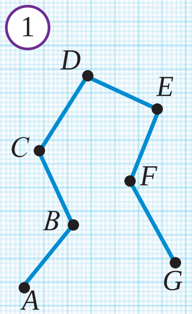
6

10

11

12

21 SINIQ SIZIQ. KÓPMÚYESHLIK



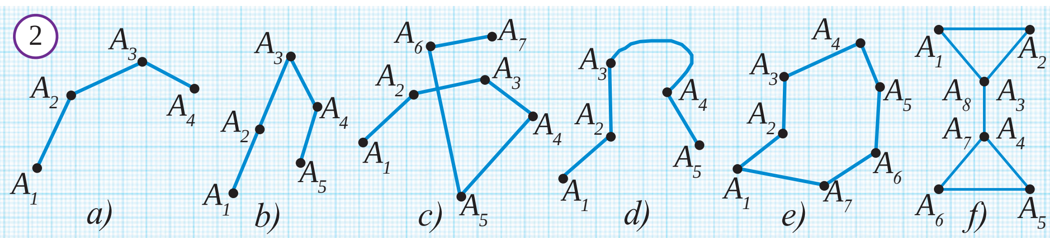
ABCDEFG — ***sınıq sızıq;***
A, B, C, D, E, F, G – ***sınıq sızıqtıń tóbeleri;***
AB, BC, CD, DE, EF, FG — ***sınıq sızıqtıń buwınları (tárepleri).***

İzbe-iz kelgen ekewi bir tuwrıda jatpaytuǵın A_1A_2, A_2A_3,..., $A_{n-1}A_n$ kesindilerinen dúzilgen figuraǵa ***sınıq sızıq*** delinedi.

A_1, A_2,..., A_n noqatları ***sınıq sızıqtıń tóbeleri***, A_1A_2, A_2A_3,..., $A_{n-1}A_n$ kesindileri bolsa ***sınıq sızıqtıń buwınları*** yamasa ***tárepleri*** dep ataladı. 1-súwrette *ABCDEFG* – sınıq sızıq súwretlengen. Sınıq sızıq tárepleriniń qosındısı onıń ***uzınlıǵı*** boladi.

Baslanǵısh hám aqırǵı tóbeleri ústpe-úst túsetuǵın sınıq sızıqtı – ***tuyıq sınıq sızıq*** dep ataymız.

Shınıǵıw. 2-súwrette súwretlengen sızıqlardıń sınıq sızıq bolıwın yamasa bolmaytuǵınının anıqlań hám túsindiriń.

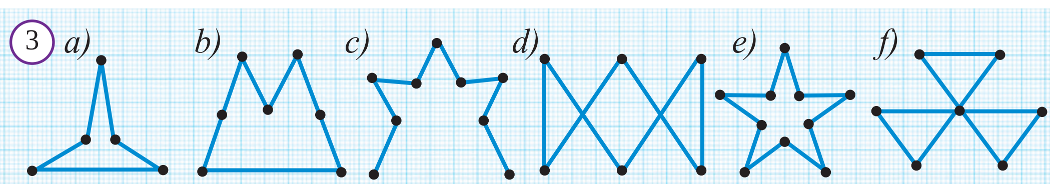


Ózin-ózi kesip ótpeytuǵın sınıq sızıq ***kópmúyeshlik*** dep ataladı.

Basqasha aytqanda, kópmúyeshliktiń tárepleri qońsı bolmasa uliwma noqatqa iye emes.

Aktivlestiriwshi shınıǵıw

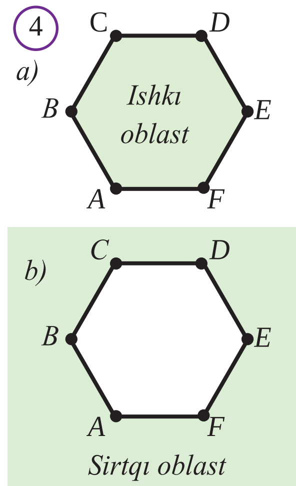
Kópmúyeshliktiń anıqlamasınan kelip shıǵatuǵın ózgesheliklerin sanań hám 3-súwrettegi figuralardıń kópmúyeshlik bolıwın yamasa bolmaytuǵınının anıqlań hám túsindiriń.



Tárepleriniń sanına qarap, kópmúyeshlikler úshmúyeshlik, tortmúyeshlik, besmúyeshlik, altımúyeshlik, ulıwma jaǵdayda ***n-múyesh*** dep ataladı. Sizler bazı-bir kópmúyeshlikler menen tómengi klaslarda tanısqansızlar.

Hár qanday kópmúyeshlik tegislikti eki oblastqa ajıratadı. Kópmúyeshlik penen shegaralanǵan shekli oblast – kópmúyeshliktiń ***ishki oblastı*** dep, ekinshisi – sheksiz oblastı bolsa kópmúyeshliktiń ***sırtqı oblastı*** dep ataladı. 4-súwrette *ABCDEF* altımúyeshliktiń ishki (a-súwret) hám sırtqı (b-súwret) oblastları boyap kórsetilgen.

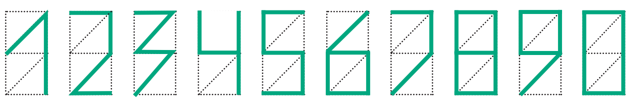
4



Soraw, másele hám tapsırmalar

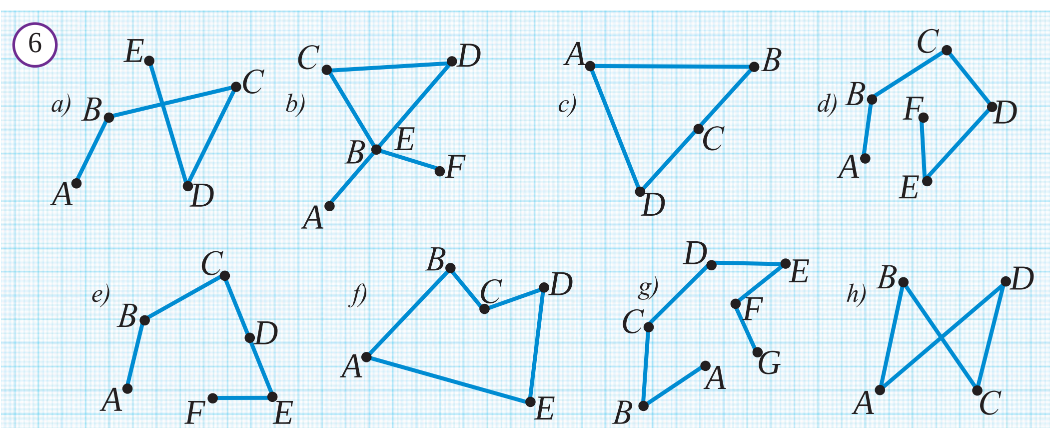
1. Sınıq sızıq degen ne?
2. Sınıq sızıq sızıń, onıń tóbeleri hám buwınların kórsetiń.
3. Sınıq sızıq uzınlıǵı nege teń?
4. Tuyıq sınıq sızıqlarǵa mısallar keltiriń.
5. Klass bólmesinde, mektepte, úyde sınıq sızıqtı esletiw-shi nárselerge mısallar tabıń.
6. Kópmúyeshlik degen ne? Mısallar keltiriń.
7. Kópmúyeshliktiń qanday oblastı bar?

5



8. 5-súwrette súwretlengen cifrlar qanday sınıq sızıqlardı ańlatadı?
9.* 6-súwrette súwretlengen figuralardıń qaysıları: a) sınıq sızıq; b) tuyıq sınıq sızıq; c) kópmúyeshlik bolatuǵının anıqlań.

6



10. 6-súwrette sınıq sızıq tárepleriń sızǵısh jardeminde ólsheń ham hár bir sınıq sızıqtıń uzınlıǵın esaplań.
11. Hár eki qońsılas buwını perpendikulyar bolǵan bes sınıq sızıq sızıń. Bunday sınıq sızıq neshe túrli bolıwı múmkin?

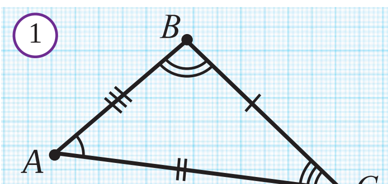
22 ÚSHMÚYESHLIK. ÚSHMÚYESHLIKTIŃ TÚRLERI

Bir tuwrıda jatpaytuǵın úsh noqattı belgileymiz. Olardı óz ara kesindiler menen óz ara tutastırıp shıqsaq, úshmúyeshlik payda boladı (*1-súwret*). Belgilengen úsh noqat úshmúyeshliktiń tóbeleri, kesindiler bolsa úshmúyeshliktiń tareplerinen ibarat boladı. Ádette, "úshmúyeshlik" sózi ornına Δ belgisi qollanıladı. "Δ*ABC*" jazıwı "úshmúyeshlik *ABC*" yamasa "*ABC* úshmúyeshligi " dep oqıladı. ∠*BAC*, ∠*ABC*, ∠*ACB* – úshmúyeshliktiń múyeshleri dep júritiledi. (*1-súwret*).

Úshmúyeshliktiń múyeshlerin ∠*A*, ∠*B*, ∠*C* túrinde de belgilew múmkin. Úshmúyeshliktiń tárepleri hám múyeshleri onıń tiykarǵı elementleri dep ataladı. Úshmúyeshliktiń úsh tárepiniń uzınlıqlarınıń qosındısına, onıń perimetri delinedi. Ol *P* háribi menen belgilenedi. Shuningdek,

BAC múyesh úshmúyeshliktiń AB hám AC tárepleri arasında jatıwshı múyeshi;

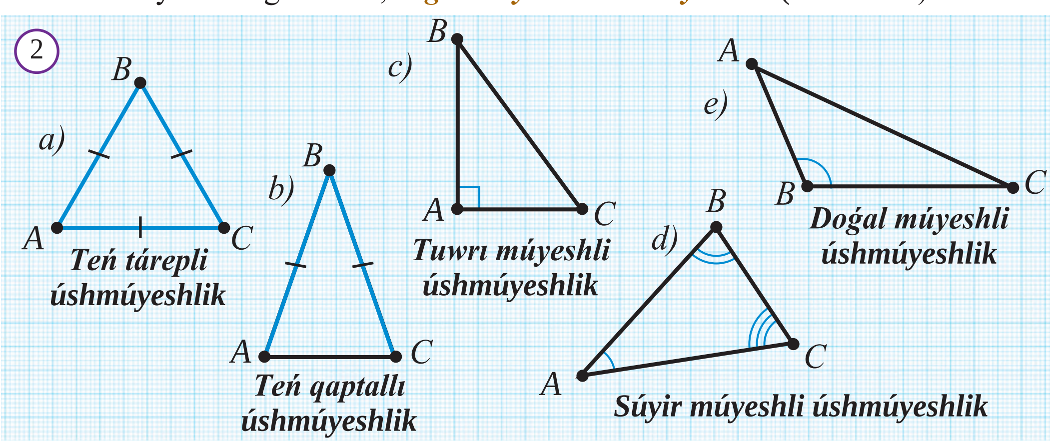
AB hám AC tárepleri BAC múyeshine irgeles jatadı, BC tárepi BAC múyeshiniń qarama-qarsısında jatır sıyaqlı sóz dizbekleri qollanıladi.

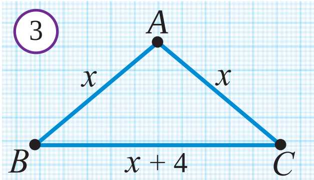


hár qıylı tárepli úshmúyeshlik

Δ*ABC* – úshmúyeshligi
A, B, C noqatları – úshmúyeshliktiń tóbeleri
AB, BC, AC – úshmúyeshliktiń tárepleri
∠*A*, ∠*B*, ∠*C* – úshmúyeshliktiń múyeshleri
P = AB + BC + AC – úshmúyeshliktiń perimetri

Tárepleri hám múyeshlerine qaray úshmúyeshlikler tómendegi túrlerge bólinedi:
– úsh tárepi óz ara teń bolsa, ***teń tárepli úshmúyeshlik*** (*2a-súwret*);
– tareplerinen ekewi óz ara teń bolsa, ***teń qaptallı úshmúyeshlik*** (*2b-súwret*);
– úsh tárepiniń uzınlıqları hár qıylı, ***hár qıylı tárepli úshmúyeshlik*** (*1-súwret*);
– bir múyeshi tuǵri bólsa, ***tuwrı múyeshli úshmúyeshlik*** (*2c-súwret*);
– hámme múyeshi súyir bólsa, ***súyir múyeshli úshmúyeshlik*** (*2d-súwret*);
– bir múyeshi doǵal bólsa, ***doǵal múyeshli úshmúyeshlik*** (*2e-súwret*).





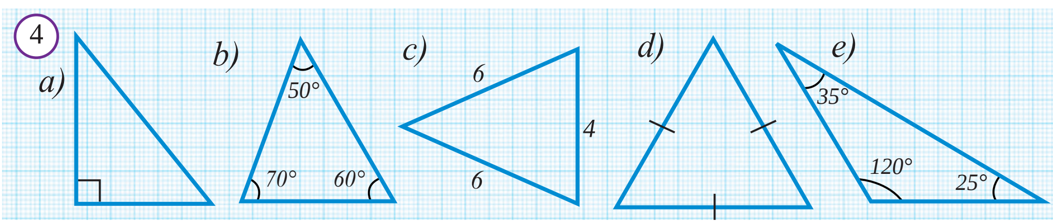
Másele. Perimetri 28 *sm* ge teń bolǵan teń qaptallı úshmúyeshliktiń ultanı qaptal tárepinen 4 sm uzın. Usı úshmúyeshliktiń tárepleriń tabıń.

Sheshiliwi: ABC úshmúyeshliginiń qaptal tárepin x dep belgilesek, ultanı x+4 boladı (*3-súwret*). Onda, másele shártine boyınsha, $P=x+x+x+4=3x+4=28$, $x=8$. Demek, $AB=AC=8$ *sm*; $BC=12$ *sm*.

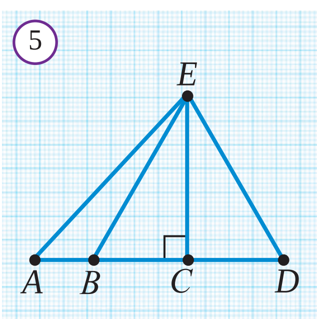
Juwabı: 8 *sm*; 8 *sm*; 12 *sm*.

Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Qanday figura úshmúyeshlik dep ataladı?
2. Úshmúyeshliktiń qanday elementleri bar?
3. Úshmúyeshliktiń perimetri nege teń?
4. PQR úshmúyeshliginde:
a) $\angle P$ qarama-qarsısında qaysı tárep jatadı?
b) PQ tárepine qaysı múyeshler irgeles jatadı?
c) PQ hám QR tárepleriniń arasında qaysı múyesh jaylasqan?
d) PR tárepi qaysı múyesh qarama-qarsısında jatır?
Bul sorawlarǵa figuraǵa qaramay juwap beriwge háreket etiń.
5. Úshmúyeshliktiń qanday túrleri bar? Hár bir úshmúyeshlik túrinen bir úshmúyeshlik sızıń. Olardı belgileń. Úshmúyeshlik túrleriniń anıqlamasınan kelip shıǵıp, olardıń ózgesheliklerin ańlatıń.
6. 4-súwrettegi úshmúyeshliklerdiń túrlerin anıqlań.



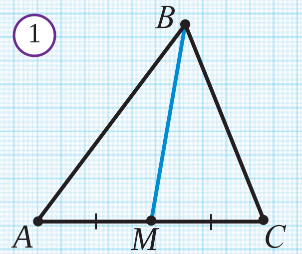
7. Kóz benen shamalap, úsh tárepi teń bolǵan úshmúyeshlik jasań. Sońınan tárepleriń ólshep tekserip kóriń.



8. 5-súwrette bir tóbesi: a) A noqatında; b) B noqatında; c) C noqatında bolǵan neshe úshmúyeshlik bar.
9. 5-súwrette úshmúyeshliktiń qanday túrlerin kórip tursız? Olardı túrleri boyınsha dápterinizge jazıń.
10. Qanday da bir úshmúyeshlikti sızıń hám onı belgileń. Sızǵısh járdeminde tárepleriń ólsheń hám úshmúyeshliktiń perimetrin tabıń.
11. Teń tárepli úshmúyeshliktiń bir tárepi 3 *sm*, ekinshi tárepi 4 *sm*. Onıń perimetrin tabıń.

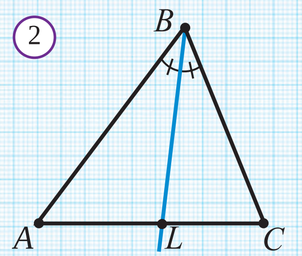
23 ÚSHMÚYESHLIKTIŃ TIYKARǴI ELEMENTLERI: MEDIANA, BIYIKLIK HÁM BISSEKTRISA

ABC úshmúyeshliginiń *B* tóbesin onıń qarama-qarsısında jatıwshı *AC* táreptiń ortası *M* noqatı menen tutastıramız (1-súwret). Payda bolǵan *BM* kesindisi *ABC* ***úshmúyeshliginiń medianası*** dep ataladı.



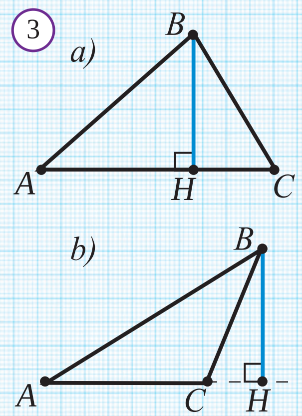
> *Úshmúyeshliktiń tóbesin, usı tóbe qarama-qarsısındaǵı táreptiń ortası menen tutastırıwshı kesindi,* ***úshmúyeshliktiń medianası*** *dep ataladı.*

ABC úshmúyeshliginiń *B* múyeshiniń bissektrisasın júrgizemiz (*2-súwret*). Onıń *AC* tárepi menen kesilisken noqatın *L* menen belgileymiz.



> *Úshmúyeshlik múyeshiniń bisiktrisasınıń úshmúyeshlik ishinde jatqan bólegi (kesindisi)* ***úshmúyeshlik bissektrisası*** *delinedi.*

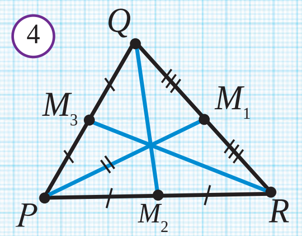
ABC úshmúyeshliginiń *B* tóbesinen, *AC* tárepi jatırǵan tuwrıǵa perpendikulyar túsiremiz (*3a-súwret*). (Itibar beriń: perpendikulyar úshmúyeshlik tárepine túspewi múmkin. Sonıń ushın *B* tóbesi qarsısıindaǵı tárep arqalı ótiwshi tuwrı sızıq qaraymız (*3b-súwret*). Perpendikulyar ultanın *H* penen belgileymiz. Payda bolǵan *BH* kesindisi *ABC* ***úshmúyeshliginiń biyikligi*** dep ataladı:



> *Úshmúyeshliktiń tóbesinen usı tóbe qarama-qarsısındaǵı tárepinde jatırǵan tuwrıǵa túsirilgen perpendikulyar,* ***úshmúyeshliktiń biyikligi*** *dep ataladı.*

Bunda "*B* tóbesinen shıqqan mediana" hámde "*AC* tárepke júrgizilgen mediana" túsinikleri qollanıladı.

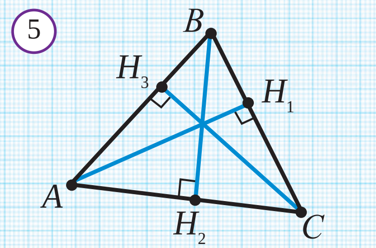
Úshmúyeshliktiń úsh tóbesi bolǵanı sebepli, hár bir úshmúyeshlik úshewden mediana, biyiklik hám bissektrisaǵa iye.

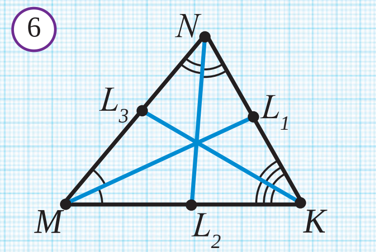


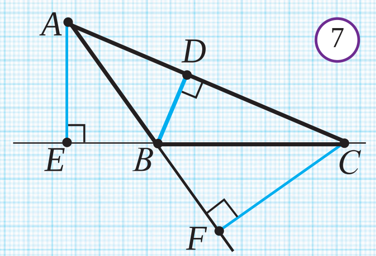
4-súwrettegi PM_1, QM_2 hám RM_3 kesindileri – *PQR* úshmúyeshliginiń medianaları.
5-súwrettegi AH_1, BH_2 hám CH_3 kesindileri – *ABC* úshmıyeshliginiń biyiklikleri.
6-súwrettegi ML_1, HL_2 hám KL_3 kesindileri – *MNK* úshmúyeshliginiń bissektrisalari.
Bul áhmiyetli túsiniklerdiń qásiyetleri menen keyingi sabaqlarda tanısamız.

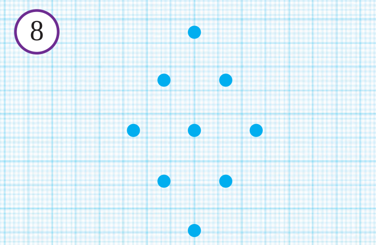
Shınıǵıw. Doǵal múyeshli úshmúyeshliktiń biyikliklerin júrgiziń.

Bajarish: Úshmúyeshliktiń, tiykarınan, doǵal múyeshli úshmúyeshliktiń de úsh biyikligi bar. Doǵal múyeshli *ABC* úshmúyeshlikti qaraymız (*7-súwret*). Doǵal múyeshi tóbesinen túsirilgen *BD* biyiklik úshmúyeshliktiń ishinde jatadı. Súyir múyeshi *A* tóbesinen biyiklik túsiriw ushın, usı múyesh qarama-qarsısındaǵı *BC* tárepin dawam ettiremiz hám *BC* tárepiniń dawamına *A* noqatınan *AE* perpendikulyar túsiremiz. Payda bolǵan *AE* kesindisi *ABC* úshmúyeshliginiń *A* tóbesinen túsirilgen biyikligi boladı. Tap sonday, *AB* tárepiniń dawamına *CF* biyikligin túsiriw múmkin.









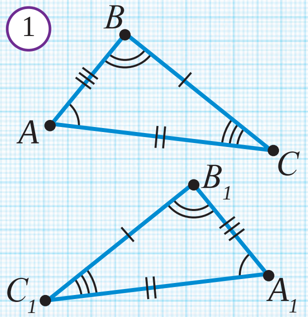
Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Úshmúyeshliktiń medianası degen ne? Úshmúyeshliktiń neshe medianası bar? Sızılmada sızıp kórsetiń.
2. Úshmúyeshliktiń biyikligi degen ne? Úshmúyeshliktiń neshe biyikligi bar? Sızılmada sızıp kórsetiń.
3. Úshmúyeshliktiń bissektrisası degen ne? Úshmúyeshliktiń neshe bissektrisası bar? Sızılmada sızıp kórsetiń.
4. Múyeshtiń bissektrisası menen úshmúyeshliktiń bissektrisası arasındaǵı uqsaslıq hám ózgeshelikti aytıń.
5. Úshmúyeshliktıń qaysı elementleri barqulla úshmúyeshliktiń ishinde jatadı?
6*. Qaysı úshmúyeshlikte úsh biyikligi de úshmúyeshliktiń bir tóbesinde kesilisedi?
7*. Úshmúyeshlliktıń biyikligi onıń úsh tárepinen de kishi bolıwı múmkin be?
8. Perimetri 36 ǵa teń bolǵan úshmúyeshlitiń biyikligi onı perimetrleri 18 hám 24 ke teń bolǵan úshmúyshliklerge ajıratadı. Berilgen úshmúyeshliktiń biyikligin tabıń.
9. Perimetri 36 ǵa teń bolǵan úshmúyeshliktiń bissektrisası onı perimetrleri 24 hám 30 ǵa teń bolǵan úshmúyeshliklerge ajıratadı. Berilgen úshmúyeshliktiń bissektrisasın tabıń.
10. *ABC* úshmúyeshlikte $AB=BC$ hám *BD* medianası 4 sm. Eger *ABD* úshmúyeshliginiń perimetri 12 sm bolsa, *ABC* úshmúyeshliginiń perimetrin tabıń.

Geometriyalıq basqatırmalar

1. Bes birdey shópten 2 úshmúyeshlik jasań.
2. Toǵız birdey shópten 5 úshmúyeshlik jasań.
3. Tóbeleri 8-súwrette kórsetilgen noqatlarda jatatuǵın neshe teń tárepli úshmúyeshlik sızıw múmkin?

24 USHMÚYESHLIKLERDIŃ TEŃLIGINIŃ BIRINSHI (TMT – TÁREP-MÚYESH-TÁREP) BELGISI



$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$:

$AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $AC = A_1C_1$

$\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$,

$\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$,

$\angle ACB = \angle A_1C_1B_1$

Geometriyalıq figuralardıń teńligi túsinigi menen tanısamız. Onı úshmúyeshlikke qollasaq, sonday anıqlanadı: eki úshmúyeshlikten birin ekinshisine dálústpe-úst etip qoyıw múmkin bolsa, olar ***teń*** boladı. 1-súwrette ABC hám $A_1B_1C_1$ – teńdey úshmúyeshlikler súwretlengen. Olardan qálegen birewin ekinshisine ústpe-úst qoyıw múmkin. Bunda, bir úshmúyeshliktiń úsh tóbesi hám úsh tárepi sáykes túrde ekinshi úshmúyeshliktiń úsh tóbesi hám úsh tárepi menen ústpe-úst túsedi. Bunda úshmúyeshliklerdiń múyeshleri de sáykes túrde ústpe-úst túsedi.

ABC va $A_1B_1C_1$ úshmúyeshlikleriniń teńligi

$$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$$

túrinde ańlatıladı. Sızılmada teńdey múyeshler birdey sandağı doğalar menen, teńdey tárepler bolsa birdey sandağı sızıqlar menen 1-súwrette súwretlengenindey ajıratıp kórsetiledi.

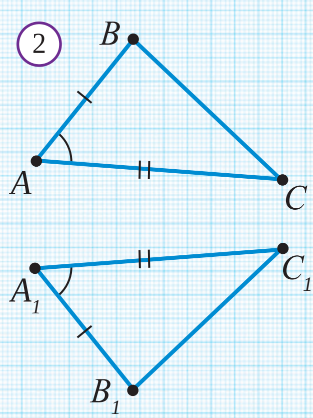
(Úshmúyeshliklerdiń teńliginiń TMT belgisi). **Eger bir úshmúyeshliktiń eki tárepi hám olardıń arasındağı múyeshi ekinshi úshmúyeshliktiń eki tárepi hám olardıń arasındağı múyeshine sáykes túrde teń bolsa, onda bunday úshmúyeshlikler óz ara teń boladı** (*2-súwret*).

ΔABC hám $\Delta A_1B_1C_1$
$AB = A_1B_1,\ AC = A_1C_1,\ \angle A = \angle A_1$ $\Rightarrow$ $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

Dálillew. $\angle BAC=\angle B_1A_1C_1$ bolğanı ushın, $\angle BAC$ úshmúyeshligin $\angle B_1A_1C_1$ ústine, AB nur hám A_1B_1 nurı menen, AC nur A_1C_1 nur menen ústpe-úst túsetuğın etip qoyiw múmkin. B noqatı AB nurda, B_1 noqatı A_1B_1 nurda jatiwi malim, Demek B noqatı hám B_1 noqatı hám bir $AB=A_1B_1$ nur ústinde jatadı. $AB=A_1B_1$ bolğanı ushın B noqatı B_1 noqatı menen ústpe-úst túsedi.

Sonday-aq, C noqatı bolsa C_1 noqatı menen ústpe-úst túsiwi kelip shığadı. Solay etip, ΔABC úshmúyeshligin, $\Delta A_1B_1C_1$ úshmúyeshligine sáykes qoyıw múmkin.

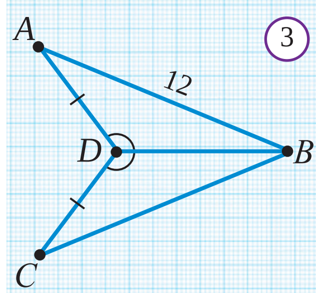
Teorema dálillendi.



Másele. 3-súwrette berilgen maǵlıwmatlar boyınsha BC kesindisin tabıń.

Sheshiliwi: ADB hám CDB úshmúyeshliklerin qaraymız. $AD=DC$, $\angle ADB=\angle CDB$, BD – bul úshmúyeshlikler ushın ulıwma tárep. Demek, úshmúyeshliklerdiń teńliginiń TMT belgisi boyınsha, $\Delta ADB=\Delta CDB$, sonlıqtan, $CB=AB=12$ ekenligi belgili boladı.

Juwabı: 12.



Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Qanday úshmúyeshlikler teń dep ataladı?

2. $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$ teńligi úshmúyeshliklerdiń qaysı elementleriniń teńligin bildiredi?

3. TMT belgisi boyınsha úshmúyeshliklerdiń teńligi qanday elementler boyınsha tabıladı?

4. Úshmúyeshlikler teńliginiń TMT belgisin túsindiriń.

5. 4-súwrettegi belgisiz kesindi xtı tabıń.

6. Eger 5-súwrette $\angle CAB=\angle ABD$ bo‘lsa, $AD=BC$ ekanligini izohlang.

7. 6-súwrette $\angle BAO=\angle BCO$ ekenligin kórsetiń.

8. 7-súwrette $\angle ABC=\angle CDA$ ekenligin dálilleń.

9. 8-súwrette $\Delta ABC=\Delta ABD$ ekenligin dálilleń.

10. AD hám BC kesindileri O noqatında kesilisedi hám bul noqatta ekige bólinedi (*9-súwret*). AB hám DC noqatların tutastırıń. Soń,

a) $\Delta AOB=\Delta DOC$;

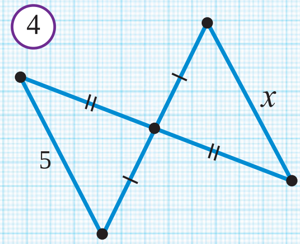
b) $BD=AC$;

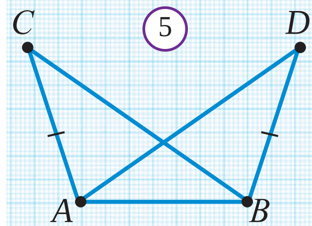
d) $\Delta ABD=\Delta DCA$ ekenligin dálilleń.

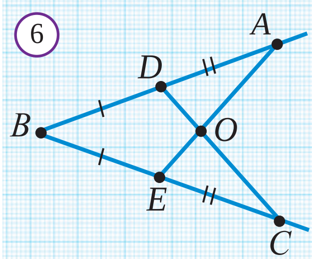
e) Eger AOB úshmúyeshliginde $\angle A=35°$ hám $\angle B=62°$ bolsa, DOC úshmúyeshliginiń D hám C múyeshlerin tabıń.

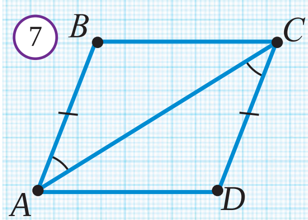
11. 10-súwrettegi belgisiz múyesh xtı tabıń.

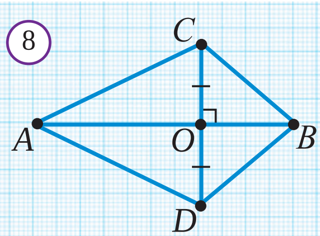
12. Bir úshmúyeshliktiń perimetri ekinshi úshmúyeshliktiń perimetrinen úlken. Bul úshmúyeshlikler teń bolıwı múmkin be?

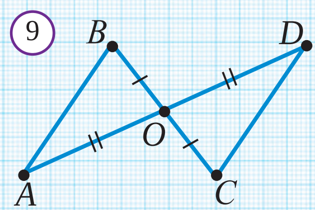


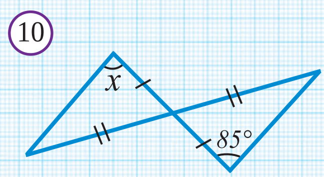






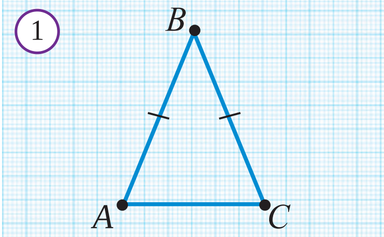






25 TEŃ QAPTALLI ÚSHMÚYESHLIKTIŃ QÁSIYETLERI

Eki tárepi teń bolǵan úshmúyeshlikti ***teń qaptallı úshmúyehlik*** deb ataǵan edik. Teń qaptallı úshmúyeshliklerdiń teń tárepleri onıń ***qaptal tárepleri***, úshinshi tárepi bolsa, onıń ***ultanı*** dep ataladı. (*1-súwret*)



ABC – *teń qaptallı úshmúyeshlik*
AB, BC – *qaptal tárepleri*
AC – *ultanı*, B – *tóbesi*

Teń qaptallı úshmúyeshiktiń ultanındaǵı múyeshleri teń.

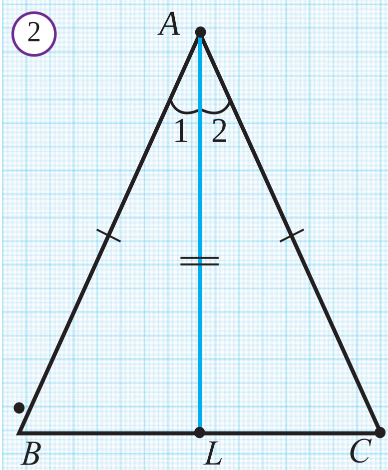
$\Delta ABC,\ AB = AC \Rightarrow \angle B = \angle C$

Dálillew. Aytayıq, AL, ABC úshmúyeshliginiń bissektrisası bolsın (2-súwret). BAL hám ACL úshmúyeshliklerin qaraymız. Birinshiden, AL tárepi ulıwma, ekinshiden, teorema shárti boyınsha $AB=AC$ (ΔABC – teń qaptallı). Úshinshiden, $\angle 1=\angle 2$, sebebi AL – bissektrisa.

Demek, úshmúyeshliklerdiń teńliginiń TMT belgisi boyınsha, $\Delta ABL=\Delta ACL$ boladi.

Eki múyesh teń bolsa, teń tárepler arasındaǵı múyeshler teń bóladı.

Demek, $\angle B = \angle C$. ***Teorema dálillendi.***



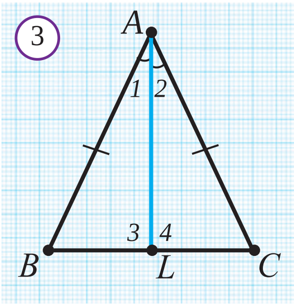
Geometriyalıq izertlew

Bir neshe teń qaptallı úshmúyeshlik sızıń. Onıń tóbesinen bissektrisasın júrgiziń. Bissektrisa túsken noqat ultandı bólgen bólekler uzınlıǵın ólshep salıstırıń. Bunnan qanday juwmaq shıǵadı? Soń bissektrisa ultan menen payda etken múyeshlerdi transpartirde ólsheń hám salıstırıń. Bunnan qanday juwmaq shıǵadı? Bul juwmaqlardı tastıyıqlaw túrinde ańlatıń. Tájriybe nátijesinde tabılǵan bul qásiyetlerdi barlıq teń qaptallı úshmúyeshlikler ushın orınlı dep aytıw múmkin be?

Teń qaptallı úshmúyeshliktiń ultanına túsirilgen bissektrisa, onıń hám medianası, hám biyikligi boladı (*3-súwret*)**.**

$\Delta ABC,\ AB = AC,\ AL$ – bissektrisa $\Rightarrow$ AL – mediana hám biyiklik

Dálillew. AL kesindini ABC úshmúyeshliktiń bissektrisası bolsa, joqarıda dálillengen teorema boyınsha $\Delta ABL = \Delta ACL$ boladı. Úshmúyeshlikler teńliginen $BL = LC$ hám $\angle 3 = \angle 4$ ekenligin tabamız.



Demek, L noqatı BC táreptiń ortası, AL bolsa ABC úshmúyeshliginiń medianası eken.

$\angle 3$ hám $\angle 4$ óz ara teń hám qońsılas múyeshler bolǵanı ushın, olar tuwrı múyeshler boladı.

Demek, AL kesindi ABC úshmúyeshliginiń biyikligi de boladı eken.

Teorema dálillendi.

Juwmaq. Solay etip teń qaptallı úshmúyeshliktiń tóbesinen shıǵarılǵan bissektrisası, medianası hám biyikligi úстpe-úst túsedi eken.

Shınıǵıw.

Teń tárepli úshmúyeshliktiń bissektrisaları, medianaları hám biyiklikleri haqqında ne aytıw múmkin?

Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Qanday úshmúyeshlikler teń qaptallı dep ataladı?

2. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń qaysı múyeshi teń boladı?

3. 4-súwrett $P = 50$ *sm* bolsa, $a = ?$

4. 5-súwrette $P_{ABC} = 36$ hám $P_{ADC} = 28$ bolsa, $a = ?$, $b = ?$

5. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń qaptal tárеplerine túsirilgen medianaları teń bolatuǵının dálilleń.

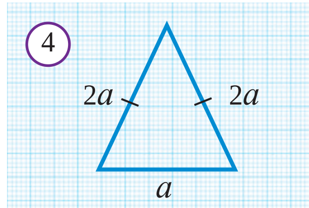
6. 6-súwrette $AB = AC$, $BE = FC$; a) $\Delta ABE = \Delta ACF$; b) $AE = AF$; c) $\Delta ABF = \Delta ACE$ ekenligin dálilleń.

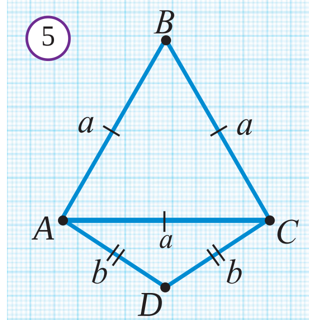
7. 7-súwrette $AB = AC$, $BE = CF$; a) $\Delta AED = \Delta AFD$; b) $\Delta BED = \Delta CFD$ tengliklarni isbotlang.

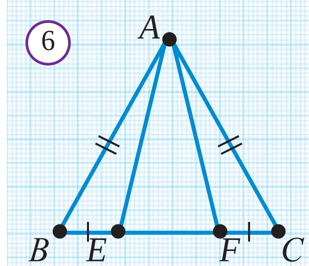
8. Teń tárepli úshmúyeshliktiń barlıq múyeshleri teń ekenligin dálilleń.

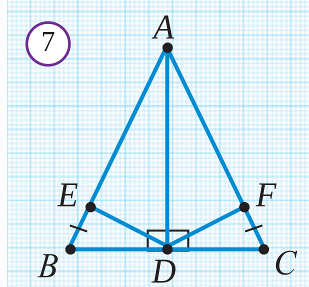
9*. Eki teń qaptallı úshmúyeshliktiń ultanları hám usı ultanǵa túsirilgen biyiklikleri teń bolsa, bul múyeshler teń bolatuǵının dálilleń.

10. Teń tárepli úshmúyeshliktiń ultanı qaptal tárepinen 3 *sm* úlken, biraq qaptal táreplериniń qosındısınan 5 *sm* kishi. Úshmúyeshliktiń tárеplerin tabıń.









11. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń tárepleriniń ortaları tutastırılsa, teń qaptallı úshmúyeshlik payda bolıwın dálilleń.

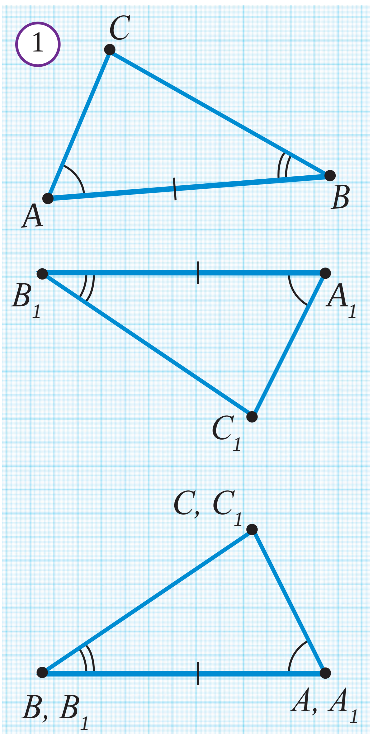
12. Teń tárepli úshmúyeshlik tárepleri tutastırılsa, bir-birine teń bolǵan 4 teń tarepli úshmúyeshlik payda biliwin dálilleń.

26 ÚSHMÚYESHLIKLERDIŃ TEŃLIGINIŃ EKINSHI (MTM – MÚYESH-TÁREP-MÚYESH) BELGISI

Endi úshmúyeshliklerdiń bir tárepi hám oǵan irgeles jatqan múyeshleri boyınsha teńlik belgisin kóremiz. Aldımızda onı "MTM belgisi" dep juritemiz.

***(Úshmúyeshliklerdiń teńliginiń MTM belgisi).* Eger bir úshmúyeshliktiń bir tárepi hám oǵan irgeles jatqan eki múyeshi ekinshi úshmúyeshliktiń bir tárepi hám oǵan irgeles jatqan eki múyeshine sáykes túrde teń bolsa, bunday úshmúyeshlikler óz ara teń boladı *(1-súwret)*.**

ΔABC hám $\Delta A_1B_1C_1$,
$AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$ $\Rightarrow$ $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

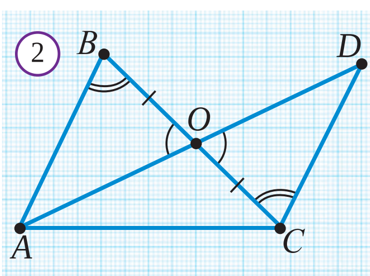


Dálillew. ABC úshmúyeshligin $A_1B_1C_1$ úshmúyeshliginiń ústine sonday etip qoyayıq, A tóbesi A_1 tóbesi menen AB tárepi A_1B_1 tárepi menen ústpe-úst tússin hám C hám C_1 tóbeleri A_1B_1 tuwrınıń bir tárepinde jatsın.

Bul jaǵdayda, $\angle A = \angle A_1$ bolǵanı ushın, AC tárepi A_1C_1 nurında jatadı, $\angle B = \angle B_1$ bolǵanı ushın, BC tárepi B_1C_1 nurında jatadı. Sonıń ushın C noqatı AC hám BC nurlarınıń ulıwmalıq noqatı sıpatında A_1C_1 hám B_1C_1 nurlarınıń hár ekewinde de jatadı. Bul jaǵdayda, C noqatı A_1C_1 hám B_1C_1 nurlarınıń ulıwmalıq noqatı – C_1 menen ústpe-úst túsedi. Nátiyjede, AC hám A_1C_1, BC hám B_1C_1 tárepleri de óz ara ústpe-úst túsedi. Demek, ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshlikleri dál ústpe-úst túsedi. Bul bolsa, olar óz ara teń degeni.

Teorema dálillendi.

Másele. 2-súwrette berilgenlerinen paydalanıp, $\Delta AOB = \Delta DOC$ ekenligin dálilleń.



Sheshiliwi: $\angle AOB$ hám $\angle DOC$ – vertikal múyesh bolǵanı ushın óz ara teń boladı.

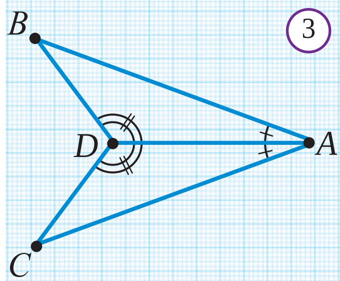
Demek,

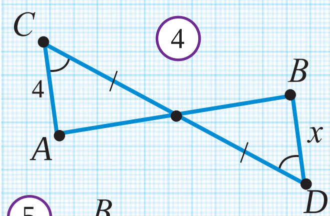
$$BO = OC,\ \angle ABO = \angle DCO,\ \angle AOB = \angle DOC$$

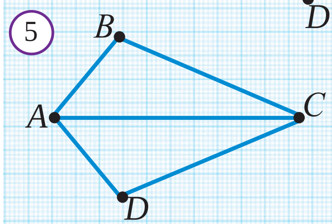
hám úshmúyeshliklerdiń teńliginiń MTM belgisi boyınsha, $\Delta AOB = \Delta DOC$.

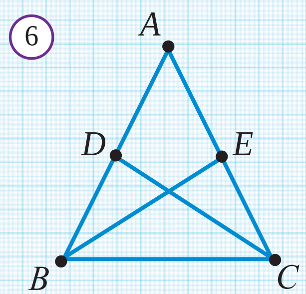
Soraw, másele hám tapsırmalar

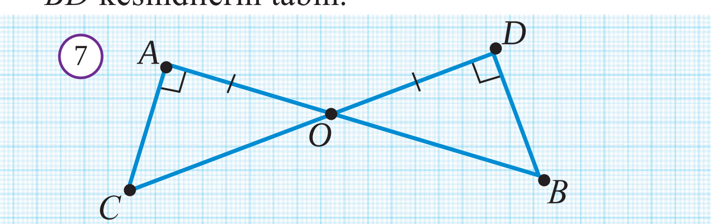
1. Úshmúyeshliklerdiń teńligi MTM belgisi boyınsha qaysı elementlerdi salıstırıw arqalı anıqlanadı?
2. Úshmúyeshliklerdiń teńliginiń MTM belgisin túsindiriń.
3. 3-súwrette $\Delta ADB = \Delta ADC$ ekenligin dálilleń.
4. 4-súwrettegi belgisiz x tı tabıń.
5. 5-súwrette AC kesindisi BAD hám BCD múyeshleriniń bissektrisası bolsa, $\Delta ABC = \Delta ADC$ ekenligin dálilleń.
6. ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshliklerinde $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ hám $\angle B = \angle 1_1$ ekenligi belgili. AB hám A_1B_1 tápreplerinde sáykes túrde D hám D_1 noqatları $\angle ACD = \angle A_1C_1D_1$ bolatuǵınday etip alınǵan. Onda $\Delta BCD = \Delta B_1C_1D_1$ ekenligin dálilleń.
7. AB hám CD kesindileri O noqatında kesilisedi. Eger $BO = CO$ hám $\angle ACO = \angle DBO$ bolsa, ACO hám DBO úshmúyeshlikleri teń ekenliklerin dálilleń.
8. Eger ABC úshmuyeshlikte $AB = AC$, BE hám CD – bissektrisası bolsa, $BE = CD$ ekenligin dálilleń (*6-súwret*).
9. $\Delta OAC = \Delta ODB$ bolatuǵının dálilleń (*7-súwret*).
10. ABC hám ADC úshmúyeshlikleri teń. B hám D noqatları AC tuwrısınıń túrli tárepinde jatadı. ABD hám BCD úshmúyeshlikleriniń teń qaptallı ekenligin dálilleń.
11. 8-súwrettegi maǵlıwmatlar tiykarında AC hám BD kesindilerin tabıń.

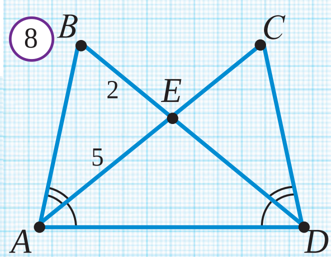












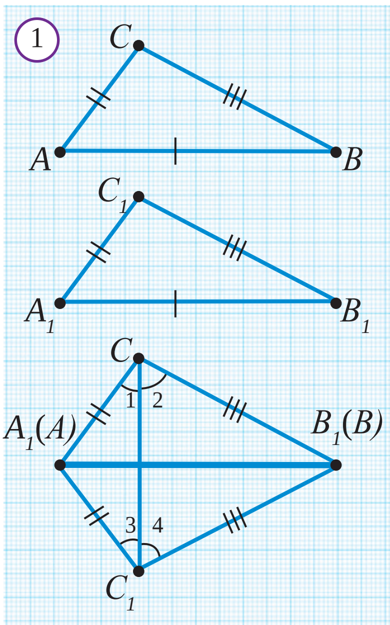
51-bettegi III bap titulina

1. Súwrettegi sınıq sızıq hám kópmúyeshliklerge mısal keltiriń.
2. Úshmúyeshliklerdiń túrleri mısal keltiriń.
3. Úshmúyeshlikleridiń elementlerine mısallar keltiriń.
4. Teń úshmúyeshliklerdi tawıp kórsetiń.

27 ÚSHMÚYESHLIKLERDIŃ TEŃLIGINIŃ ÚSHINSHI (TTT – TÁREP-TÁREP-TÁREP) BELGISI

Endi úshmúyeshliklerdiń úsh tárepi boyınsha teńlik belgisi menen tanısamız. Aldımızda onı “TTT belgisi” dep júritemiz.

***(Úshmúyeshlikler teńliginiń TTT belgisi).* Eger bir úshmúyeshliktiń úsh tárepi ekinshi úshmúyeshliktiń úsh tárepine sáykes túrde teń bolsa, bunday úshmúyeshlikler óz ara teń boladı.**

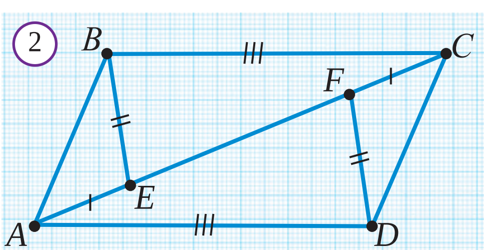


Berilgeni: ΔABC hám $\Delta A_1B_1C_1$; $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$. $\Rightarrow$ $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

Dálillew. Aytayıq, ABC úshmúyeshliginiń eń úlken tárepi AB bolsın. ABC úshmúyeshligin sonday etip qoyamız, AB tárepi A_1B_1 tárepi menen üstpe-úst túsşin hámde C hám C_1 tóbeleri A_1B_1 tuwrısınıń túrli tareplerinde jatsın (1-súwret). Bul jaǵdayda, $AC=A_1C_1$ hám $BC=B_1C_1$ bolǵanı ushın A_1C_1C hám B_1C_1C úshmúyeshlikleri teń qaptallı boladı. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń qásiyeti boyınsha, $\angle 1=\angle 3$ va $\angle 2=\angle 4$ boladı. Sonıń ushın, $\angle ACB=\angle A_1C_1B_1$ boladı.

Demak, ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarda: $AC=A_1C_1$, $BC=B_1C_1$ va $\angle ACB=\angle A_1C_1B_1$. Uchburchaklar tengligining TBT alomatiga koʻra, $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$. ***Teorema dálillendi.***

Juwmaq. **Eger bir úshmúyeshliktiń úsh tárepi ekinshi úshmúyeshliktıń úsh tarepine sáykes teń bólsa, olardıń saykes múyeshleride teń boladı.**



Másele. 2-súwrette berilgenlerden paydalanıp, a) $\Delta AFD=\Delta CEB$;
b) $\Delta AEB=\Delta CFD$ ekenligin dálilleń.

Dálillew: 2-súwrette berilgenler boyınsha $AE=FC$, $BE=FD$ hám $AD=BC$.

a) *$AF=AE+EF$ bolǵanı ushın*
$EC=EF+FC=EF+AE=AF$.

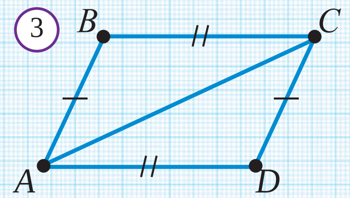
Demek, ΔAFD hám ΔCEB nıń sáykes tárepleri óz ara teń hám úshmúyeshlikler teńliginiń TTT belgisi boyınsha $\Delta AFD=\Delta CEB$.

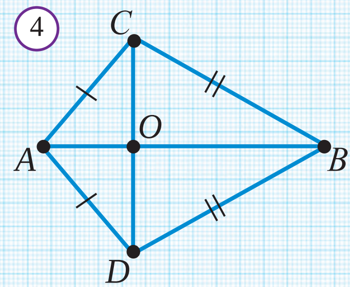
b) $\Delta AFD=\Delta CEB$ bolǵanı ushın $\angle BEF=\angle EFD$. Bul jaǵdayda, BEF hám AEB, EFD hám CFD bul jaǵdayda, qońsılas múyeshler bolǵanı ushın $\angle AEB=\angle CFD$ boladi.

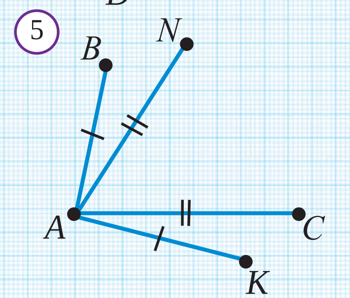
AEB hám CFD úshmúyeshliklerinde:

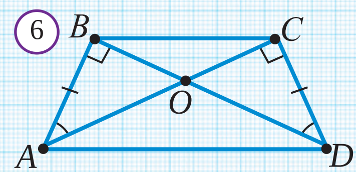
1. $AE = FC$;
2. $BE = FD$;
3. $\angle AEB = \angle CFD$.

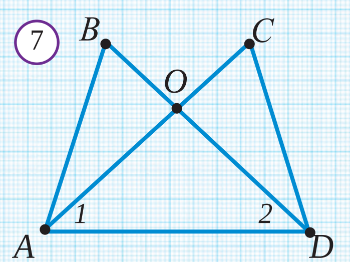
Demek, úshmúyeshliklerdiń teńliginiń TMT belgisi boyınsha, $\Delta AEB = \Delta CFD$ bo'ladi.











Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Úshmúyeshlikler teńliginiń TTT belgisinde úshmúyeshlikler teńligi qanday elementler boyınsha salıstırıp anıqlanadı?
2. Úshmúyeshliklerdiń teńliginiń TTT belgisin túsindiriń.
3. 3-súwrette berilgenler boyınsha $\Delta ABC = \Delta CDA$ ekenligin dálilleń.
4. 4-súwrette: a) $\Delta ABC = \Delta ABD$; b) $\Delta BOC = \Delta BOD$; c) $\Delta AOC = \Delta AOD$; d) $AB \perp CD$ ekenligin dálilleń.
5. ACB hám ADB – ultanları AB bolǵan teń qaptallı úshmúyeshlikler bolsa, $\Delta ACD = \Delta BCD$ ekenligin dálilleń.
6. Eger 5-súwrette $BA = AK$, $AC = AN$, $\angle BAC = \angle NAK$ bolsa, tóbeleri A, B, C, K hám N noqatlarında bolǵan barlıq teń úshmúyeshlikler juplıǵın anıqlań.
7. ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshliklerinde $AB = A_1B_1$ hám $BC = B_1C_1$ bolıp, olardıń perimetrleri teń bolsa, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ ekanligini ko'rsating.

8.* AB hám CD kesindileri kesilisiw noqatında teń ekige bólinedi. $\Delta ACD = \Delta BDC$ ekenligin dálilleń.

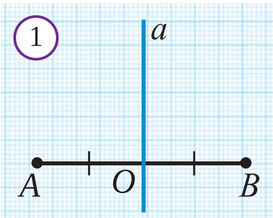
9. 6-súwrette neshe teń úshmúyeslikler jubı bar ekenligin anıqlań.

10.* Eger 7-súwrette: a) $\angle 1 = \angle 2$, $AC = BD$; b) $\angle 1 = \angle 2$, $BO = OC$, $AB = CD$ bolsa, $\Delta ABD = \Delta DCA$ ekenligin kórsetiń.

11.* Bir ushmúyeshliktiń eki tárepi hám bir múyeshi ekinshi úshmúyeshliktiń eki tárepi hám bir múyeshine teń. Bul úshmúyeshlikler teń bolama?

12.* Sonday eki úshmúyeshlik sızıń, olardan bitiniń eki tárepi hám bir múyeshi ekinshisiniń eki tárepi hám bir múyeshine teń bolsın, biraq olar teń bolmasın.

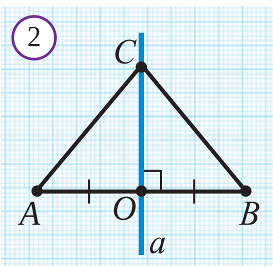
28 KESINDINIŃ ORTA PERPENDIKULYARINIŃ QÁSIYETI



AB kesindisi berilgen bolsın. Onıń ortası bolǵan O noqatınan AB kesindige perpendikulyar a tuwrını júrgizemiz (*1-súwret*). Bul tuwrı AB kesindiniń ***orta perpendikulyarı*** dep ataladı.

Kesindiniń orta perpendikulyarlarınıń qálegen noqatı kesindi ushlarınan teńdey uzaqlıqta jaylasqan boladı.

AB kesindi, C – AB kesindisiniń orta perpendikulyarınıń qálegen noqatı (*2-súwret*).	⇒	$AC = BC$



Dálillew. ΔACO hám ΔBCO úshmúyeshliklerinde (*2-súwret*):

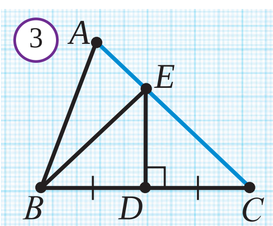
1. OC – ulıwmalıq tárep;
2. $AO = BO$ – shárt boyınsha;
3. $\angle AOC = \angle BOC = 90°$ – shárt boyınsha.

Demek, úshmúyeshliktiń teńliginiń TMT belgisi boyınsha

$$\Delta AOC = \Delta BOC.$$

Tiykarınan, $AC = BC$. ***Teorema dálillendi.***

Másele. ABC úshmúyeshliktiń BC tárepine túsirilgen orta perpendikulyar AC tárepin E noqatında kesip ótedi. Eger $BE = 6$ *sm*, $AC = 8{,}4$ *sm* bolsa, AE hám CE kesindisin tabıń.

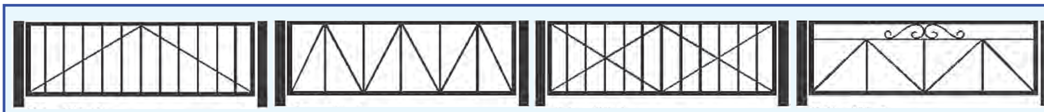


Sheshiliwi: Kesindiniń orta perpendikulyarınıń qásiyeti boyınsha, $CE = BE = 6$ *sm* (*3-súwret*).

$$AE + EC = AC$$

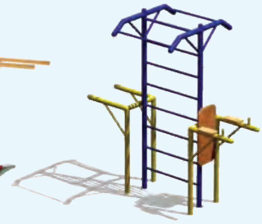
bolǵanı ushın, $AE = AC - EC = 8{,}4 - 6 = 2{,}4$ (*sm*).

Juwabı: $AE = 2{,}4$ *sm*, $CE = 6$ *sm*.



Suwrettegi temir panjaralar sizilmalarınan orta perpendikulyarǵa iye kesindilerdi kórsetiń. Orta perpendikulyardıń qásiyetlerinen usı temir panjaralardı jasawda qanday paydalanadı? Atirapımızdan kesindi orta perpendikulyarına mısal keltiriń.

Súwretlerden óz ara perpendikulyar bolǵan hám bolmaǵan elementlerdi kórsetiń.



Soraw, másele hám tapsırmalar

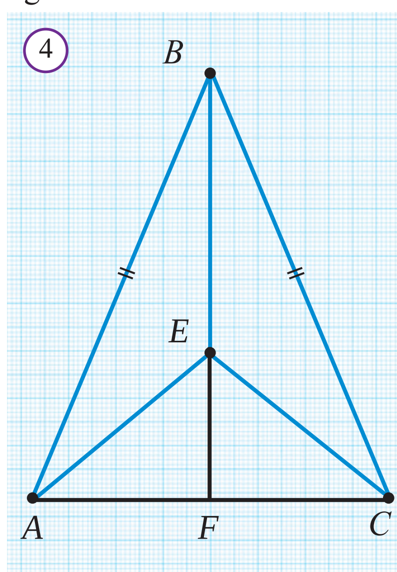
1. Kesindiniń orta perpendikulyarları degen ne?
2. Kesindiniń orta perpendikulyarlarınıń qásiyetin túsindiriń.
3. Qanday da bir úshmúyeshlik sızıń hám onıń hár tárepine orta perpendikulyarlar júrgiziń. Neni payda ettińiz? Sızılmańızdı klaslasıńızdıń sızılması menen salıstırıń hám anıqlaǵan qásiyetti qıyalıy túde ańlatıń.
4. Qanday úshmúyeshlikte úshmúyeshliktiń tárepine túsirilgen orta perpendikulyar usı tárepke túsirilgen biyiklik arqalı ótedi?
5. ABC úshmúyeshliginiń BC tárepine júrgizilgen orta perpendikulyar AC tárepin D noqatında kesip ótedi. Agar BD=7,2 *sm*, AD=3,2 *sm* bolsa, AC nege teń?
6. ABC hám ABD teń qaptallı úshúmyeshlikleri ulıwma AB ultanǵa iye. CD tuwrı sızıq AB kesindisiniń orta perpendikulyarı bolatuǵının dálilleń.

7*. ABC teń qaptallı úshmúyeshliktiń AB qaptal tárepine júrgizilgen orta perpendikulyar BC tárepin D noqatında kesip ótedi. Eger ADC úshmúyeshliginiń perimetri 24 *sm* ge teń hám AB=16 sm bolsa, AC ultanın tabıń.

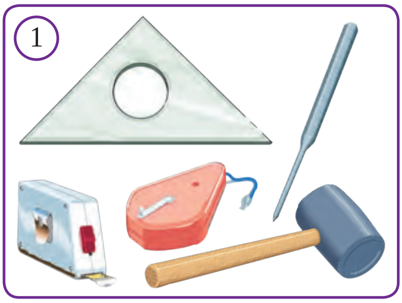
8*. Úshmúyeshliktiń táreplerine túsirlgen orta perpendikulyarlar bir noqatta kesilisetuǵının dálilleń.

9. Teń qaptallı ABC úshmúyeshliginiń ultanına túsirilgen BF bissektrisasında E noqatı alınǵan (*4-súwret*). $\Delta ABE=\Delta CBE$ teńlikti TTT belgisinen: a) paydalanıp; b) paydalanbastan dálille.

10*. Teń tárepli úshmúyeshliktiń táreplerine jurgizılgen orta perpendikulyar úshmúyeshlikti 6 teń úshmúyeshlikke ajıratiwın dálilleń.



29 ÁMELIY SHINIǴIW



1. Ámeliy shınıǵıw:
Sırtqı tárepinen ólshemi 5 *m* × 6 ge teń imarat qalıńlıǵı 0.5 *m* bolǵan diywaldıń tarixin alıw.

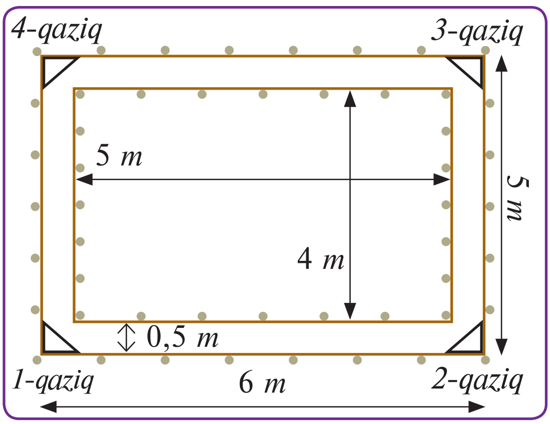
Zárúr ánjamlar: 8 qazıq, jeterli jip, balǵa, ruletka, úlken ólshemli goniya (*1-súwret*).

1-qadem. Bolǵısı imarattıń bir tóbesi qay jerde boliwın anıqlap tik qazıq qaǵıladı.

2-qadem. Qazıqqa jip baylap úydiń uzın diywalı boylap tartıladı, ruletka menen 6 *m* aralıq ólshep ekinshi qazıq qaǵıladı hám jip bul qazıqqa oraladı.

3-qadem. Goniyanıń járdeminde tartılǵan jip penen 900 múyesh payda etilgen baǵdar boylap jip tartıladı ham 5 *m* aralıqta úshinshi qazıq qaǵıladı (*2-súwret*).

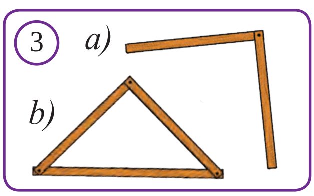
4-qadem. 3-qazıqtan jáne goniya járdeminde 900 múyesh boylap jip tartip, 6 *m* aralıqta tórtinshi qazıq qaǵıladı.

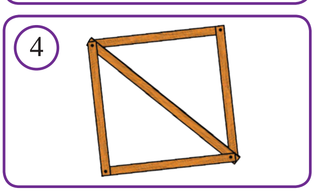


5-qadem. Jip 3-qazıqqa oralıp hám birinshi qazıqqa tartılip balanadı. (jip hár waqıtta qazıqtıń sırtqı tárepine tartılıwı kerek).

6-qadem. Qaǵılǵan qazıqlardıń hár biri payda bolgan múyeshler tarepinen 50 *sm* araliqta jatatuǵın etip 5-,6-,7-,8-qazıqlar qaǵıladı hám tartıladı. Soń tartılǵan jipler boylap opalkalar ornatiladı hám qazıqlar alip taslanadı.

Úshmúyeshliklerdiń teńligininń TTT – belgisine tiykarlanıp úshmúyeshliktiń "qattı (bekkem)" figura ekenligin tiykarlaw.





Eki aǵash taxta (reyka)lardıń ushların bir-birine *3a*-súwrette kórsetilgenindey etip shege menen birlestiremiz. Payda bolǵan figura bekkem bolmaydı, sebebi onıń erkin ushları túrli táreplerge burılıp, tárepleri arasındaǵı múyeshti qálegenshe ózgertiwi múmkin.

Endi bul reykalardıń erkin ushlarına úshinshi reykanı *3b*-súwrette kórsetilgendey etip shege menen qaǵıp, birlestiremiz. Payda bolǵan úshmúyeshlik bekkem figura boladı. Sebebi, qanshelli urınbań onıń tárepleri burıp, múyeshlerin ózgerte almaysız.

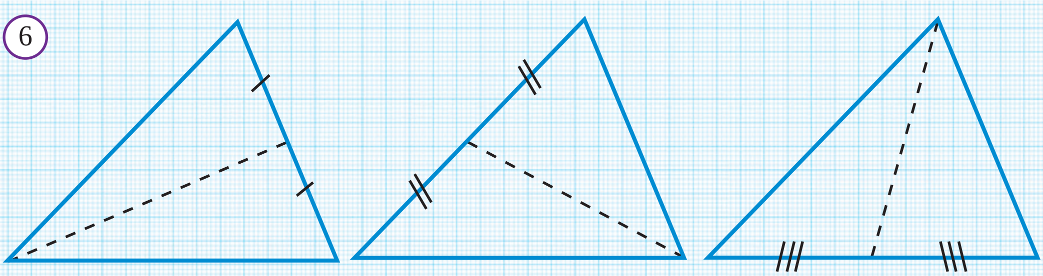
Úshmúyeshliktiń “bekkem” figura ekenliginen turmısta qay jerlerde paydalanılatuǵının 5-súwret arqalı túsindiriń.

5

Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Úshmúyeshlik – “bekkem figura” degende neni túsinesiz?
2. Úshmúyeshliktiń bekkemligi qaysı teorema járdeminde túsindirildi?
3. Tórtmúyeshlikti “bekkem” figura qew múmkinbe?
4. *4-súwrette* tórtmúyeshliktiń “bekkemligine” sebep ne?
5. Úshmúyeshliktiń bekkemligine ámeliy dáliline mısallar keltiriń.
6. $AB=A_1B_1$, $BC=B_1C_1$, $CA=C_1A_1$ ekenligi belgili. ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshliklerinde $\angle A=30°$, $\angle B=60°$ va $\angle C_1=90°$. ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshlikleriniń qalǵan múyeshlerin tabıń.
7. ABC hám DEF teń qaptallı úshmúyeshlikleri teń. ABC úshmúyeshliginde $AC=BC$ hám $AB=2$ *sm*. Eger $DE=4$ *sm* bolsa, hár bir úshmúyeshliktiń tabıń.
8. Tárepi 4 *sm* bolǵan teń tárepli úshmıyeshlik tárepleriniń ortaların tutastırıw nátiyjesinde payda bolǵan úshmúyeshlik perimetrin tabıń.
9. MNK hám PQR úshmúyeshlikler óz ara teń. $MN=3$ *sm*, $NK=4$ *sm* hám $PQ=5$ *sm* bolsa, MNK úshmúyeshlik qaysı múyeshi, PQR úshmúyeshliginiń qaysı múyeshine teń?
10. (*Ámeliy shiniǵıw*). Úsh birdey úshmúyeshlikti 6-suwrette kórsetilgen túrli medianaları boylap qırqıń. Payda bolǵan 6 úshmúyeshlikten bir úshmúyeshlik jasań.

6



30 BAP BOYINSHA TAKIRARLAW

1. Bos qaldırılǵan orınlardı logikalıq jaqtan durıs bolǵan sózler menen tolıqtırıń.

1. Eger úshmúyeshliktiń eki tárepi de teń bolsa, ol .... boladı.
2. Teń qaptallı úshmúyeshliktıń .... onıń medianası da, biyikligi de boladı.
3. Ózin-ózi kesip ótpeytuǵın tuyıq sınıq sızıqtan ibarat figura .... delinedi.
4. Barlıq tárepleri óz ara teń bolǵan úshmúyeshliktiń .... teń boladı.
5. .... úshmúyeshliktiń medianaları, bissektrisaları hám biyiklikleri óz ara teń.
6. .... ultanına irgeles jatqan múyeshleri teń.
7. Teń tárepli úshmúyeshlik .... úshmúyeshlik te boladı.

2. Tómende keltirilgen gáplerdegi qáteni tabıń hám dúzetiń.

1. Teń qaptallı úshmúyeshliklerdiń múyeshleri teń.
2. Eger eki úshmúyeshliktiń múyeshleri sáykes túrde teń bolsa, bul úshmúyeshlikler teń boladı.
3. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń medianası, onıń bissektrisası da, biyikligi de boladı.
4. Úshmúyeshliktiń múyeshinen shıǵıp, usı múyeshti teń ekige bóliwshi nurǵa úshmúyeshliktiń bissektrisası delinedi.
5. Mediana – úshmúyeshliktiń tárepin teń ekige bóliwshi sızıq.
6. Eger eki úshmúyeshliktiń bir tárepi hám eki múyeshi sáykes túrde teń bolsa, bul úshmúyeshlikler teń boladı.
7. Bir úshmúyeshliktiń eki tárepi hám bir múyeshi, ekinshi múyeshtiń eki tárepi hám bir múyeshine sáykes túrde teń bolsa, bul úshmúyeshlikler teń boladı.
8. Teń qaptallı úshmúyeshlik ultanına júrgizilgen orta perpendikulyar qaptal tarepleriniń birin kesip ótedi.

3. Kestede keltirilgen qásiyetler, talqılawlarǵa sáykes keliwshi geometriyalıq túsiniklerdi tabıń.

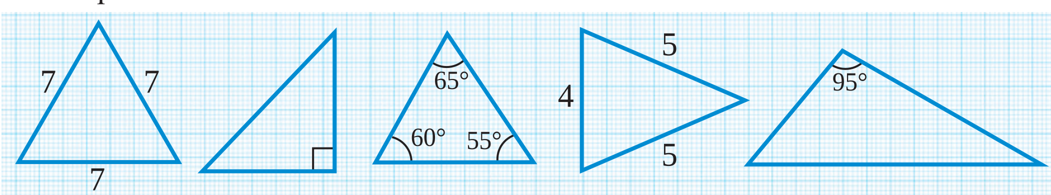
1.	Barlıq medianaları teń.
2.	Úshmúyeshliktiń bir tóbesi hám usı tóbesiniń qarama-qarsısındaǵı tárep ortasın tutastırıwshı kesindi.
3.	Úshmúyeshliktiń bir tóbesi usı tóbesiniń qarama-qarsısındaǵı tárepke túsirilgen perpendikulyar.
4.	Úshmúyeshliktiń tárepleriniń qosındısı.
5.	Ózin-ózi kesip ótpeytuǵın tuyıq sınıq sızıq.
6.	Kesindiniń ortasınan usı kesindige perpendikulyar etip júrgizilgen tuwrı sızıq.

4. Birinshi bağanada berilgen geometriyalıq túsinikke ekinshi bağanadan tiyisli qásiyet yamasa talqılawdı durıs qoyıń.

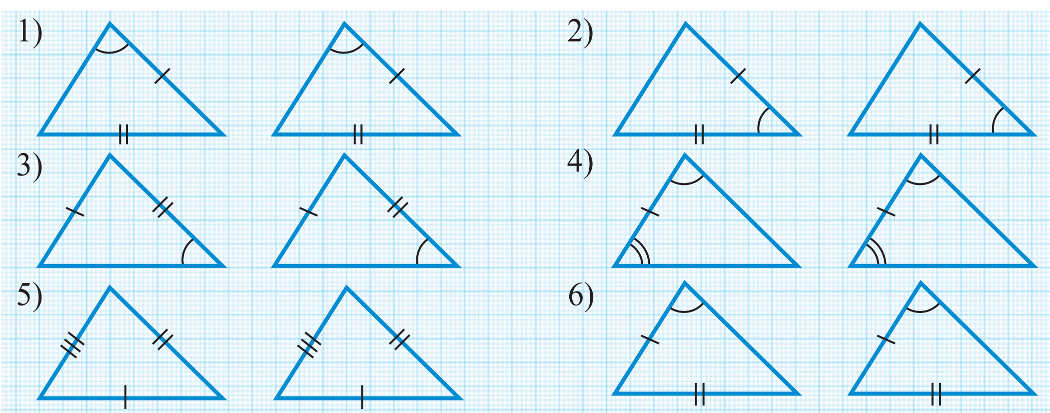
	Geometriyalıq túsinik	Talqılaw yamasa qásiyet
1.	Sınıq sızıq	A. Bir múyeshi tuwrı múyeshlik
2.	Kópmúyeshlik	B. Úshmúyeshlik tóbesin usı tóbesi qarsı tarepi ortası menen tutastıradı
3.	Úshmúyeshlik perimetri	C. Eki tarepi teń
4.	Súyir múyeshli úshmúyeshlik	D. Óz-ózin kesip ótpeytuğın tuyıq sınıq sızıq
5.	Teń qaptallı úshmúyeshlik	E. Izbe-iz kelgen eki bir tuwrı sızıqta jatpağan A_1A_2, A_2A_3, ... , $A_{n-1}A_n$ kesindilerden dúzilgen
6.	Tuwrı múyeshli úshmúyeshlik	F. Úshmúyeshliktiń úsh tárepiniń qosındısı
7.	Úshmúyeshlik medianası	G. Hámme múyeshleri súyir
8.	Úshmúyeshlik bissektrisası	H. Úshmúyeshlik múyeshi bissektrisasınıń úshmúyeshlik ishki oblastında jatqan bólegi
9.	Úshmúyeshlik biyikligi	I. Úshmúyeshlik tóbesinen usı tóbesi qarsısındağı tárep jatqan tuwrı sızıqqa túsirilgen perpendikulyar
10.	Kesindiniń orta perpendikulyarı	J. Kesindi ortasına túsirilgen perpendikulyar

5. Máseleler.

1. Súwrette berilgen mağlıwmatlar tiykarında úshmúyeshliklerdiń túrlerin anıqlań.



2. Tómende keltirilgen úshmúyeshlikler juplıqlarınan qaysıları óz ara teń boladı? Qaysı belgisi boyınsha?



3. 1-súwrette $\Delta ACD = \Delta ABF$ ekenligin dálilleń.

4. Eger 2-súwrette $\angle CAB = \angle ABD$ bolsa, $AD = BC$ ekenligin kórsetiń.

5. 3-súwrette $\Delta ABD = \Delta CDB$ bolatuǵının dálilleń.

6. 4-súwrette $\Delta ABC = \Delta CDA$ bolatuǵının dálilleń.

7. Eger ΔABC *hám* ΔPQR da $AB = PQ$, $AC = PR$ hám $BC = QR$ bolsa, ΔABC hám ΔPQR teń bola ma?

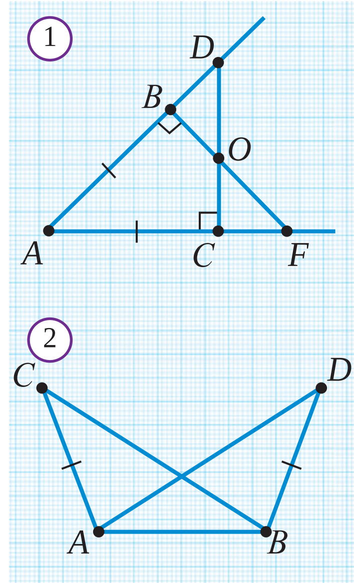
8. Eger 5-súwrette $AB = AC$, $BE = CF$ bolsa,
a) $\Delta AED = \Delta AFD$; b) $\Delta BED = \Delta CFD$ *ekenligin dálilleń.*

9. 6-súwrette $\Delta ABC = \Delta EFD$ bolatuǵının dálilleń.

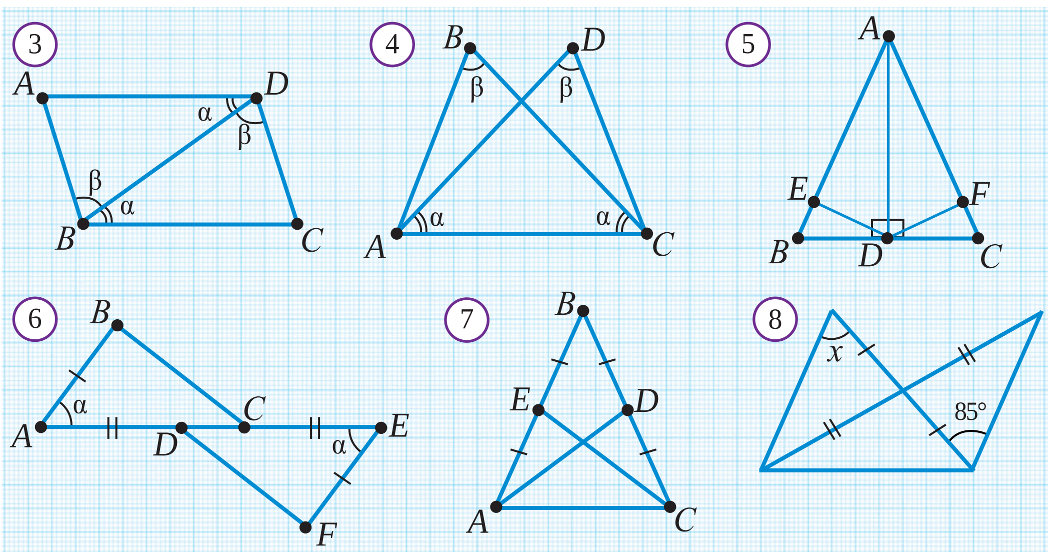
10. 7-súwrette $AD = CE$ ekenligin dálilleń.

11. 8-súwrettegi maǵlıwmatlar boyınsha x tı tabıń.

12. AE hám BD kesindileri C noqatta kesilisedi. Eger $DC = DE$, $AB = BC$ hám $\angle BAC = 48°$ bolsa, $\angle CED$ ın tabıń.



13. ABC úshmúyeshliginiń ishinde D noqatı alınǵan. Eger $AC = AB$, $CD = BD$ hám $\angle BDA = 120°$ bolsa, $\angle ADC$ nı tabıń.

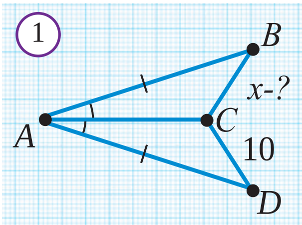


Qábiliyetli oqıwshılar ushın.

1. «Geometriya–7» elektron sabaqlıǵınıń tiyisli babı betleri menen tanısıp shıǵıń. Usı bapqa kiritilgen temalarǵa tiyisli interaktiv animaciya qosımshalarında berilgen tapsırmalardı orınlap hám test tapsırmaların sheship óz bilimińizdi sınap kóriń.

2. Sonday-aq, 141-bette keltirilgen internet resurslarınan usı bapqa tiyisli materiallardı tabıń hám úyrenip shıǵıń.

31 3-BAQLAW JUMISI



Baqlaw jumısı eki bólimnen ibarat boladı, birinshi bólimde tómendegi keltirilgen máseleler(yaki usıǵan uqsas) 3 másele beriledi. Ekinshi bólimde tómendegi keltirilgen test sorawlarına uqsas 5 test beriledi:

Máseleler.

1. 1-súwrette berilgen maǵlıwmatlar boyınsha belgisiz kesindini tabıń.

2. AB hám CD kesindileri O noqatında kesilisedi. Eger $\angle CAB=\angle ABD$ hám $AO=BO$ bolsa, $\angle ACO=\angle BDO$ ekenligin dálilleń.

3. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń perimetri 18,4 m ge teń, ultanı bolsa qaptal tárepinen 3,6 m ge qısqa. Bul úshmúyeshliktiń tárepleriń tabıń.

4*. Úshmúyeshliklerdiń teńligin eki tárepi hám usı táreplerdiń birine túsirilgen medianası boyınsha dálilleń.

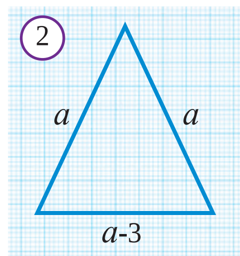
Testler.

1. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń eki tárepi 8 hám 3 ke teń. Onıń úshinshi tárepin tabıń.

   A) 5; B) 8; D) 11; E) 9.

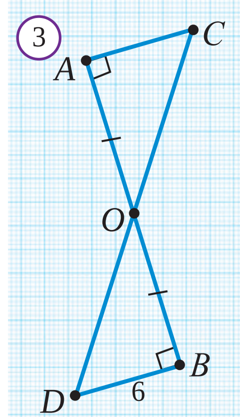
2. P = 36, a = ? (*2-súwret*)

   A) 11; B) 12; D) 13; E) 18.



3. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń perimetri 48, qaptal tárepi 18 ge teń. Onıń ultanın tabıń.

   A) 18; B) 12; D) 16; E) 18.



4. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń perimetri 48 ge teń. Onıń tareplerinen biri 12 ge teń bolsa, qalǵan táreplerin tabıń.

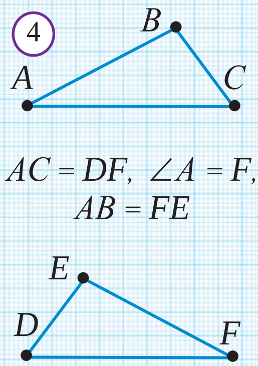
   A) 12; 12; B) 16; 16; D) 18; 24; E) 18; 18.

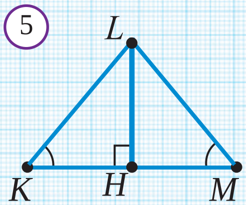
5. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń perimetri 36 ǵa, tárepleriniń biri bolsa 16 ǵa teń. Úshmúyeshliktiń qalǵan eki tárepiniń uzınlıǵın tabıń.

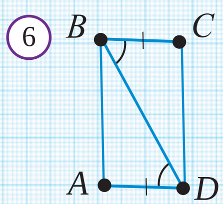
   A) 16 hám 4; B) 10 hám 10;
   D) 10 hám 10 yamasa 16 hám 4;
   E) Bunday úshmúyeshlik joq.

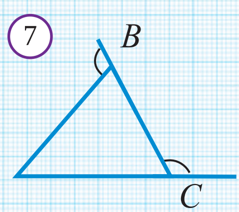
6. AC=? (*3-súwret*)

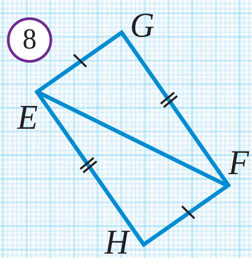
   A) 6; B) 8; D) 12; E) 10,5.











7. Úshmúyeshliktiń neshe medianası bar?
   A) Bir. B) Eki. D) Úsh. E) Altı.

8. Úshmúyeshliktiń bissektrisası qanday figura?
   A) Kesindi. B) Nur. D) Tuwrı sızıq. E) Noqat.

9. Úshmúyeshliktiń qaysı elementi onıń sırtqı oblastında jatıwı múmkin?
   A) Mediana. B) Biyiklik.
   D) Bissektrisa. E) Diagonalı.

10. “Eger úshmúyeshliktiń eki múyeshi teń bolsa, búl úshmúyeshlik teń qaptallı boladı” degen tastıuıqtı qanday ataw múmkin?
    A) Taripleme. B) Qasiyet.
    D) Belgi. E) Aksioma.

11. 4-súwrette keltirilgen *ABC* hám *DEF* úshmúyeshlikler teń bolama?
    A) Awa. B) Ayrım jaǵdayda.
    D) Joq. E) Kópshilik jaǵdayda.

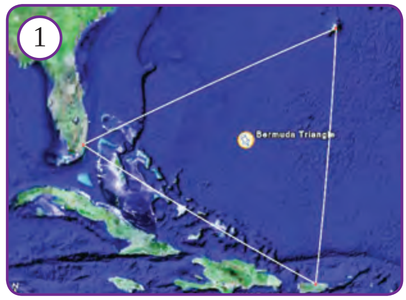
12. 5-súwrettegi qaysı úshmúyeshlikler óz ara teń?
    A) $\Delta KLM=\Delta LMH$; B) $\Delta KLH=\Delta MLH$;
    D) $\Delta KLM=\Delta KLH$; E) Hesh qaysı.

13. 6-súwrettegi *ABC* hám *CBD* úshmúyeshlikler qaysı belgige tiykarlanip teń boladı?
    A) Úshmúyeshlik teńliginiń TMT belgisi boyınsha.
    B) Úshmúyeshlik teńliginiń MTM belgisi boyınsha.
    D) Úshmúyeshlik teńliginiń TTT belgisi boyınsha.
    E) Bul úshmúyeshlikler teń emes.

14. 7-súwretke qarap úshmúyeshlikltiń túrin aniqlań.
    A) Teń tárepli. B) Teń qaptallı.
    D) Dogal múyeshli. E) Hesh nárse aytip bolmaydı.

15. 8-súwrettegi maǵlıwmatlarǵa qarap tómendegi teńliklerden nadurısin tabıń.
    A) $\angle GEF = \angle HFE$; B) $\angle EGF = \angle FHE$;
    D) $\angle EHF = \angle FEG$; E) $\angle EFH = \angle GEF$.

Ameliy kompetensiyalardı rawajlandırıwshı qosımsha materiyallar



1

2

1. **Bermud úshmúyeshligi.** Atlantika okeanında ushları Florida, Bermud atawları, hám Puerto-Rikoda bolǵan úshmúyeshlik formasında “Bermud úshmúyeshligi” dep atalatuǵın aymaq bar (*1-súwret*). Bul jay óziniń sıriiǵı menen hám baxıtsızlıǵı menen atı tanılǵan. Gap sonda Bul aymaqta kemeler hám samolyotlar sırlı túrde baxıtsızlıqqa ushırap, izsız joq bolıp turadı. Geometriyalıq formada atı menen atalǵan jáne qanday orınlardı bilesiz?
2. Qurılısta 2-súwrette suwretlengen “shaytan” dep atalıwshi asbaptan qanday maqsetlerde paydalanıladı?

51-bettegi III bap tituli boyınsha

1. 1-suwretttegi kópir qanday geometriyaliq figuralardan ibarat? Nege ol sonday figuralar jardeminde qurılǵan? Kópirdegi úshmúyeshliklerdiń túrlerin aytıń. Ólardıń medianasın, biyikligin hám bissektrisasın kórsetiń.
2. 2-6 súwretlerdegi xalıq ónermentshiligi ónimlerinde sáwlelengen geometriyalıq figuralardıń atların aytıń.
3. 7-súwrette kitap etajerkası hám 8-súwrettegi velosiped suwretinde geometriyalıq figuralardı kórsetiń. Olardın atların aytıń. Úsı súwrette uxsas úshmúyeshlikler barma? Teń ushmúyeshlikler-she?
4. 9-suwrette patnus,10-súwrette balalar mozaykası, 11-swrette bólme tóbesi hám 12-súwrette gezlemeler ortasında qanday uliwmalıq bar? Ulardaǵı geometriyalıq figuralar boyınsha óz pikirińizdı bildiriń.

3. Kerisinshe oylawǵa arnalǵan qızıqlı másele

Soraw. Sultan eki wazirinen qaysı biri tezirek logikalıq pikirlewin sınamaqshı boldı. Ól wazirine eki oq hám eki qara qalpaq kórsetti. Soń olardıń kózlerin baylap, hár ekewine qara qalpaqtı kiydirdi, aq qalpaqtı bolsa ózi kiydi: “Qáne, basıńızdaǵı qalpaq reńi qanday, aytińiz-shı? ”Biraz ótip oń qol waziri “Meniń basımda qara qalpaq bar” – dedi. Ol qanday piker júritken?

Juwap. Oń qol wazir kerisinshe oylagan:

“Meniń basımda qalpaq qara emes. Haqiyqattan aq dep oylaymız, Ol jaǵdayda shep qol wazir sultannıń basında hám meniń basımda hám aq qalpaqtı kórip, óziniń basındaǵı qalpaq qara ekenlıgın darhal aytqan bolar edi. Ol bolsa ele oylanip otır. Demek oylawım yatuwrımeniń basımdaǵı qalpaq – qara”.

Turmısımızda ǵeometriya

1. Oqıwshılar ushın islep shıǵarılǵan, “iHandy Carpenter” dep atalǵan mobil telefon dástúriy jaǵınan erikli imarat yaki jaydıń jerge salıstırǵanda qanshelli tik ekenligin anıqlap beredi. Bunıń ushın smartfonda arnawlı dástúrdi iske túsirip, imarat yaki jayga qaratsa boldı (*3-súwret*).
2. Dalada tuwrı sızıqlardı júrgiziw ushın “ekker” ásbabınan paydalanıladı. 4-súwretke qarap onnan qanday paydalanıw múmkinligin túsinip alıw múmkin.

4. Bas hám ayaq ólshemlerin esaplaw.

Hámme ózińiz bas hám ayaq ólshemlerinbiliwi kerek boladı.

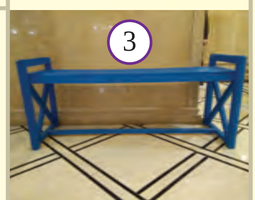
1. Bastı ólshewde tikiwshiler lentalı metrden paydalanamız. Qasımızdan 3sm joqarıraqta basımız aylanası atrapın lenta metr menen ólsheymiz. (*5-súwret*)
2. Ayaqtı ólshew ushın lineyka jerge bir ushı diywalǵa tirep qoyıladı. Tuwrı turıp ayaq tabanı arası diywalǵa tireledi. Ayaq ushına qutı yaki basqa bir tegis buyım qoyıp ólshep alınadı. Ayaq kiyimi ólshemi ayaqtıń santimetrdegi (sm) uzınlıǵıarnawlı kestede qoyıp anıqlanadı. (*6-súwret*)

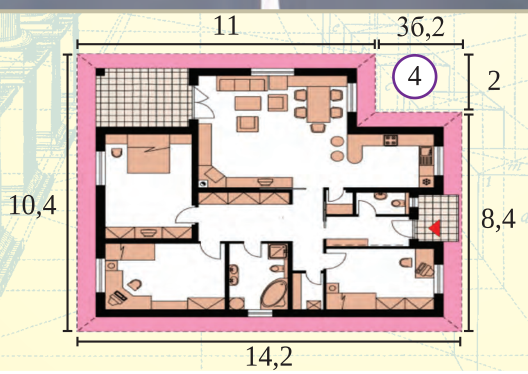
5. *Geometriyalıq izertlew*

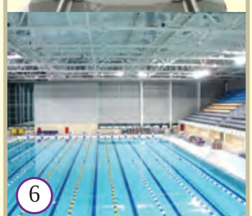
45° ge teń bolǵan ABC múyesh sızıń. Múyesh tóbesinen baslap onıń BA tárepine tort bir-birine teń kesindilerdi izbe-iz qoyıń hám bul kesindilerdiń ushları arqalı muyeshtiń BC tárepin kesip ótiwshi parallel tuwrı sızıqlar júrgiziń. Sońınan BC tárepte payda bolǵan kesindilerdiń uzınlıqları óz ara salıstırıń. Bul kesindiler haqqında qanday juwmaqa keldińiz? Nátiyjeni basqasha ólshemdegi úshmúyeshlikler ushın tekserip kóriń.

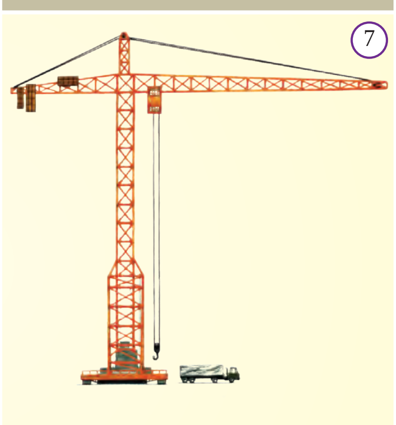
IV BAP

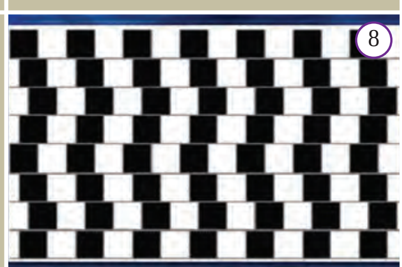
PARALLEL TUWRI SIZIQLAR









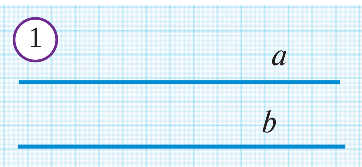


32 TUWRILARDIŃ PARALLELLIGI

Aktivlestiriwshi shınıǵıw

Eger eki tuwrı bir tuwrıǵa perpendikulyar bolsa, onda olar óz ara kesiliwi múmkin be? Juwabıńızdı tiykarlań.

Bir tegislikte jatqan, óz ara kesilispeytuǵın tuwrılar ***parallel tuwrılar*** *dep ataladı.*



1-súwrette parallel tuwrılar súwretlengen. a hám b tuwrılarınıń parallelligi $a \| b$ túrinde jazıladı yamasa qısqasha *"a tuwrısı b tuwrısına* ***parallel****"* dep ataladı.

Parallel tuwrılarda jatqan kesindiler (nurlar) parallel kesindiler (nurlar) dep júritiledi. Parallel kesindilerdi turmısta kóp ushıratqansız. Mısal ushın, temir jol relsleri, tuwrımúyeshlik formasındaǵı stoldıń qarama-qarsı qırları, shaqmaq dápter betindegi gorizantal yamasa vertikal sızıqlar hám taǵı basqa.

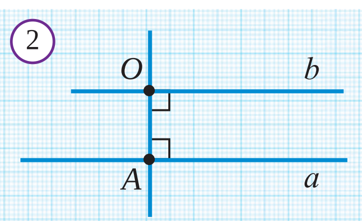
Solay etip, anıqlama boyınsha tuwrılar parallel bolıwı ushın:

– olar bir tegislikte jatıwı;

– ulıwmalıq noqatqa iye bolmawı, yaǵnıy kesilispewi kerek.

17-temada dálillengen teoremanı endi tómendegishe ańlatıw múmkin:

Bir tuwrıǵa perpendikulyar bolǵan eki tuwrı óz ara parallel boladı.

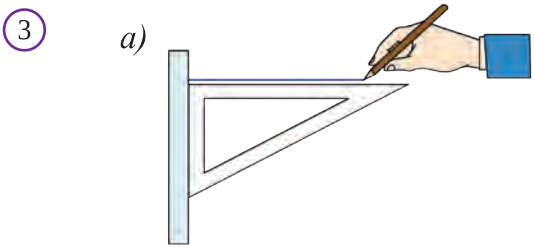


Shınıǵıw. a tuwrısına tiyisli bolmaǵan O noqatınan oǵan parallel tuwrı júrgiziw múmkin ekenligin kórsetiń.

Sheshiliwi: O noqattan a tuwrıǵa perpendikulyar etip OA tuwrısın júrgizemiz (2-súwret). Soń O noqatınan OA tuwrıǵa perpendikulyar etip b tuwrını júrgizemiz. Nátiyjede $a \perp OA$ hám $OA \perp b$, yaǵnıy OA tuwrısına perpendikulyar bolǵan eki a hám b tuwrılarına iye bolamız. Onda joqarıdaǵı teorema boyınsha, a hám b tuwrıları óz ara parallel boladı, yaǵnıy, b izlengen tuwrı boladı.

Parallel tuwrılardı ámeliyatta ápiwayı hám úshmúyeshli sızǵıshlar járdeminde 3-súwrette súwretlengen tártipte sızıw múmkin. Bul usıldıń durıslıǵın dálilleń.

Tuwrıǵa onda jatpaytuǵın noqattan neshe prallel tuwrı júrgiziw múmkin? ***Parallellik aksioması*** dep atalǵan tómendegi tastıyıqlaw bul sorawǵa juwap beredi.



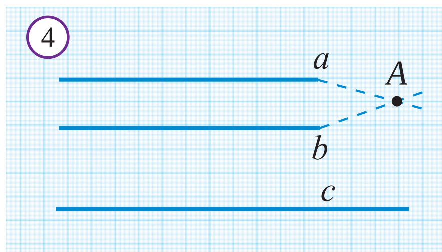
Tegisliktegi tuwrıǵa, onda jatpaytuǵın noqattan tek ǵana bir parallel tuwrı júrgiziw múmkin.

Bul tastıyıqlawdı aksioma sıpatında dálillewsiz qabıl etiledi.

Bir tuwrı sızıqqa parallel bolǵan eki tuwrı óz ara parallel boladı.

a, *b* hám *c* tuwrıları, $a \| c$, $b \| c$. ⇒ $a \| b$

Dálillew. $a \| c$ hám $b \| c$ bolsa, *a* hám *b* tuwrıları parallel bolmaydı dep oylayıq. Onda, olar qaysı bir *A* noqatında kesiledi (4-súwret) hám *A* noqatınan *c* tuwrısına eki *a* hám *b* parallel tuwrı júrgizilgen bolıp qaladı. Bul bolsa parallellik aksiomasına qarsı keledi. Demek, oylanǵanıńız nadurıs – *a* hám *b* tuwrı sızıqları óz ara parallel eken. ***Teorema dálillendi.***

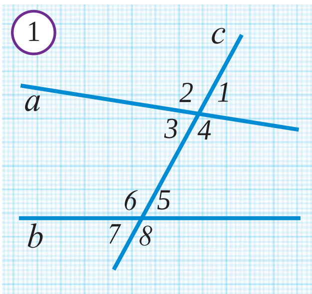


Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Qanday jaǵdayda tuwrı sızıqlar parallel dep ataladı?
2. Berilgen tuwrı sızıqta jatpaytuǵın noqat arqalı usı tuwrısızıqa parallel bolǵan neshe tuwrı sızıq júrgiziw múmkin?
3. Eki kesindi qashan parallel boladı?
4. Klass bólmesine názer taslań hám parallel kesindilerdi anıqlań.
5. Úshinshi tuwrı sızıqqa parallel bolǵan eki tuwrı sızıqtıń óz ara parallel bolatuǵının kórsetiń.
6. Tuwrı sızıq sızıp onda *A*, *B* hám *C* noqatların belgileń. Sızǵısh hám úshmúyeshli sızǵısh járdeminde *A* noqatınan, *B* noqatınan hám *C* noqatınan ótiwshi hám bir-birine parallel bolǵan tuwrılardı júrgiziń.
7. Kesilispeytuǵın hár qanday eki kesindini parallel kesindiler dese bolama?
8. Kesilispeytuǵın hár qanday eki nurdı parallel nurlar dese bolama?
9. Tuwrı tórtmúyeshliktiń qarama-qarsı tárepleri óz ara parallel ekenligin kórsetiń?
10. Parallellikke dógerek átiraptan mısallar keltiriń.

33 EKI TUWRI SIZIQ HÁM KESIWSHI PAYDA ETKEN MÚYESHLER

Tegislikte berilgen eki a hám b tuwrısı úshinshi c tuwrısı menen kesilgende, 8 múyesh payda boladı. Olardı 1-súwrette kórsetilgendey cifrlar menen belgileyik. Bul múyeshllerdiń tómendegi juplıqların óz aldına atamalar menen ataymız:



$\angle 3$ hám $\angle 5$, $\angle 4$ hám $\angle 6$ — **Ayqısh múyeshler**

$\angle 4$ hám $\angle 5$, $\angle 3$ hám $\angle 6$ — **Ishki bir táreplemeli múyeshler**

$\angle 1$ hám $\angle 5$, $\angle 2$ hám $\angle 6$, $\angle 3$ hám $\angle 7$, $\angle 4$ hám $\angle 8$ — **Sáykes múyeshler**

$\angle 1$ hám $\angle 7$, $\angle 2$ hám $\angle 8$ — **Sırtqı ayqısh múyeshler**

$\angle 1$ hám $\angle 8$, $\angle 2$ hám $\angle 7$ — **Sırtqı bir táreplemeli múyeshler**

1-Qásiyet. **Eger bir jup ishki ayqısh múyeshler óz ara teń bolsa, ekinshi jup ayqısh múyeshler de óz ara teń boladı.**

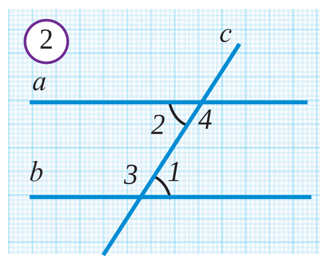
a, *b* tuwrıları hám *c* kesiwshi: $\angle 1 = \angle 2$ (*2-súwret*) ⇒ $\angle 3 = \angle 4$

Dálillew. $\angle 2$ hám $\angle 4$ qońsılas múyesh bolǵanı ushın: $\angle 2 + \angle 4 = 180°$. Bunnan $\angle 4 = 180° - \angle 2$.

$\angle 1$ hám $\angle 3$ te qońsılas múyesh bolǵanı ushın: $\angle 1 + \angle 3 = 180°$. Bunnan $\angle 3 = 180° - \angle 1$.

Shárt boyınsha $\angle 1 = \angle 2$. ekenligin esapqa alsaq: $\angle 3 = 180° - \angle 1 = 180° - \angle 2 = \angle 4$.

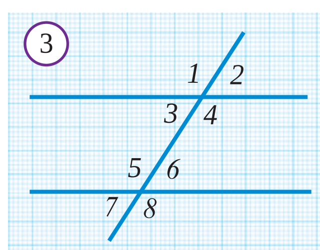
Demek, $\angle 3 = \angle 4$. ***Qásiyet dálillendi.***



2-Qásiyet. **Eger sáykes múyeshleri teń bolsa, ishki bir táreplemeli múyeshlerdiń qosındısı 180° qa teń boladı.**

Dálillew. Sáykes múyeshlerdiń qaysı bir jubın, máselen $\angle 2 = \angle 6$ bolsın (3-súwret). $\angle 6 + \angle 4 = 180°$ ekenligin dálilleymiz. $\angle 2$ hám $\angle 4$ qońsılas múyeshler bolǵanı ushın $\angle 2 + \angle 4 = 180°$ boladı. Onda, $\angle 2 = \angle 6$ bolǵanı ushın $\angle 6 + \angle 4 = 180°$ ekenligi kelip shıǵadı.

Basqa bir táreplemeli múyeshlerdiń qosındısı 180° qa teńligi usı sıyaqlı dálillenedi. ***Qásiyet dálillendi.***



3-Qásiyet. **Eger ishki ayqısh m'uyeshler óz ara teń bolsa, onda sáykes múyeshlerde óz ara teń boladı.**

Dálillew. $\angle 3$ hám $\angle 6$ – ishki ayqısh múyeshler bolıp, $\angle 3=\angle 6$ bolsın (3-súwret). Onda, $\angle 3$ hám $\angle 2$ vertikal múyesh bolǵanı ushın $\angle 3=\angle 2$ boladı.

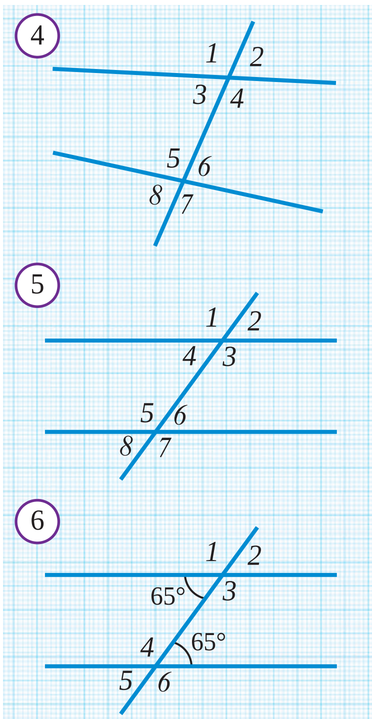
Demek, $\angle 6$ hám $\angle 2$ teń eken. Basqa sáykes múyeshlerdiń juplıqları da usıǵan uqsas dálillenedi.

Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Qálegen eki tuwrı sızıń. Olardı úshinshi tuwrı – kesiwshi menen kesiń. Bir táreplemeli, ishki ayqısh hám sáykes múyeshlerdi sızılmadan kórsetiń.

2. 4-súwrettegi múyeshlerdiń qaysıları vertikal hám qaysıları qońsılas múyeshler boladı?

3. 4-súwrette $\angle 2=60^{\circ}$ $\angle 7=95^{\circ}$ bolsa, qalǵan múyeshlerdi tabıń.



4. Eger 5-súwrette $\angle 2=\angle 6=63^{\circ}$ bolsa, qalǵan múyeshlerdi tabıń.

5. Eger 5-súwrette $\angle 3=\angle 5$ bolsa, $\angle 4=\angle 6$ bolama? Eger $\angle 1=\angle 7$ bolsa, $\angle 2=\angle 8$, $\angle 3=\angle 5$, $\angle 4=\angle 6$ teńligi orınlanama? Juwabıńızdı tiykarlań.

6. Ishki bir táreplemeli múyeshler óz ara teń bolıwı múmkin be?

7.* Ishki ayqısh múyeshler teń bolsa, ishki bir táreplemeli múyeshlerdiń qosındısı 180° qa teń ekenligin kórsettiń. Keri tastıyıqlaw da durıs pa? Yaǵniy bir táreplemeli múyeshlerdiń qosındısı 180° qa teń bolsa, ayqısh múyeshler óz ara teń bolama?

8.* Eger eki tuwrı hám kesiwshi payda etken bir jup sáykes múyeshler óz ara teń bolsa, ekinshi jup sáykes múyeshler de teń bolatuǵının dálilleń.

9. 6-súwrettegi $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$ hám $\angle 6$ múyshlerdi tabıń.

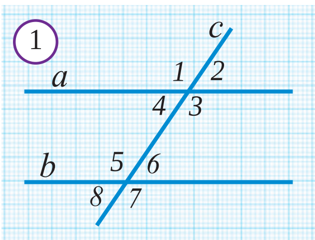
10. Dápterińiz sızıqlarınan paydalanıpeki parallel tuwrı sızıq sızıń. Ólar kesip ótetuǵın (perpendikulyar emes) úshinshi tuwrı sızıq sızıń. Payda bolgan 8 múyeshti transportir menen ólsheń.

Tariyxtan úzindiler

Mısırda biziń ásirge shekemgi III ásirde jasaǵan Ptolemey I isimli patsha Evklidten geometriya boyınsha sabaq almaqshı bolıptı. Bir neshe shınıǵıwlardan soń ol qiynalıp ketipti, ustazınan soraptı: "Maǵan ansatıraq jolın kórsete alasız ba?" Sonda Evklid: "Geometriyaǵa patshalıq jol joq" – dep juwap bergen eken.

34 EKI TUWRINIŃ PARALLELLIK BELGILERI

Aktivlestiriwshi shınıǵıw

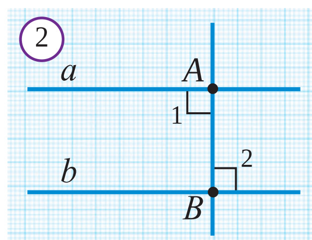


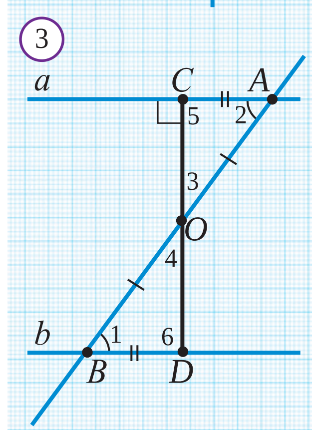
1-súwrette a hám b parallel tuwrıları hám c kesiwshi kórsetilgen. Tómendegi tapsırmalardı orınlań hám sorawlarǵa juwap beriń.

1. Barlıq ayqısh múyeshler juplıǵın jasań hám olardı transportir menen ólsheń. Hár bir jup ayqısh múyeshlerdiń gradus ólshemleri haqqında ne ayta alasız?
2. Barlıq bir táreplemeli múyeshlerdiń juplıqların jasań hám olardı transportir menen ólsheń. Hár bir jup bir táreplemeli múyeshlerdiń gradus ólshemleriniń qosındısı haqqında ne ayta alasız?
3. Barlıq sáykes múyeshlerdiń juplıqların jazıń hám olardı transportir menen ólsheń. Hár bir jup sáykes múyeshleriniń gradus ólshemleri haqqında ne ayta alasız?

Eki tuwrınıń parallelligin qanday usıllar menen anıqlawǵa boladı? Tómendegi eki tuwrınıń parallellik belgileri dep atalǵan teoremalar usı sorawǵa juwap beredi.

Eger eki tuwrı hám kesiwshi payda etken ayqısh múyeshler teń bolsa, onda bul eki tuwrı parallel boladı.





Dálillew.

1) $\angle 1$ hám $\angle 2$ tuwrı múyesh bolǵan jaǵdaydı qaraymız (*2-súwret*). Bul jaǵdayda AB tuwrısı a hám b tuwrılarına perpendikulyar boladı. Onda a hám b tuwrılar óz ara parallel boladı (78-betke qarań).

2) Endi $\angle 1$ hám $\angle 2$ tuwrı múyesh bolmaǵan jaǵdaydı qaraymız. AB kesindisiniń ortası O nuqat bolsın: $AO = BO$. O noqatınan a tuwrısına OC perpendikulyar júrgizemiz (*3-súwret*). Ol b tuwrı sızıqtı D noqatta kesip ótsin. ΔAOC hám ΔBOD úshmúyeshliklerin qaraymız.

Olarda: 1) $\angle 3 = \angle 4$ – ishki vertikal múyeshler;

2) $AO = BO$ – jasaw boyınsha;

3) $\angle 1 = \angle 2$ – shárt boyınsha.

Onda úshmúyeshlklerdiń teńliginiń TMT belgisi boyınsha $\Delta AOC=\Delta BOD$ boladı. Sonlıqtan, $\angle 5=\angle 6$.

Bunda $\angle 6$ hám $\angle 5$ sıyaqlı tuwrı múyesh ekenligi kelip shıǵadı. Solaq etip, a hám b tuwrı sızıqlar bir CD tuwrı sızıqqa perpendikulyar. Demek, olar óz ara parallel. ***Teorema dálillendi.***

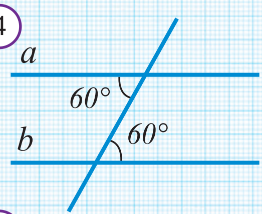
Másele. Eger 1-súwrette $\angle 2=55°$ hám $\angle 5=125°$ bolsa, a hám b tuwrıları óz ara parallel bola ma?

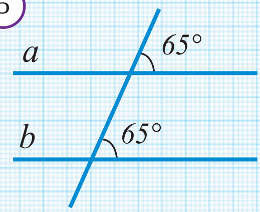
Sheshiliwi: $\angle 2$ hám $\angle 4$ vertikal múyeshler bolǵanı ushın $\angle 4=\angle 2=55°$. $\angle 5$ hám $\angle 6$ qońsılas bolǵanı ushın $\angle 6=180°-\angle 5=180°-125°=55°$. Nátiyjede, ayqısh múyeshlerdiń óz ara teń ekenligin anıqlaymız: $\angle 4=\angle 6$. Demek, joqarıda dálillengen eki tuwrınıń parallellik belgisi boyınsha a hám b tuwrıları parallel boladı.

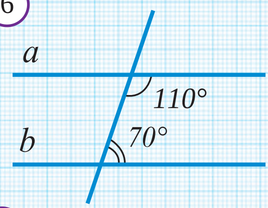
Juwabı: Awa.

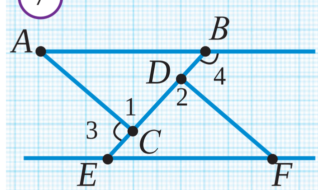
Soraw, másele hám tapsırmalar

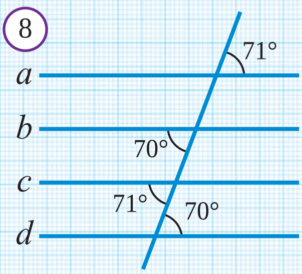
1. Eki tuwrınıń parallellik belgisin túsindiriń.
2. Teoremanı óz betinshe dálilleń.
3. Teoremanıń dálilinen juwmaq shıǵarıń.
4. 4-súwrette $a\|b$ bolatuǵının kórsetiń.
5. 5-súwrette $a\|b$ bolatuǵının kósetiń.
6. 6-súwrette $a\|b$ bolatuǵının kósetiń.
7. Eger 1-súwrette: a) $\angle 1=132°$, $\angle 8=48°$ b) $\angle 2=36°$, $\angle 5=144°$ c) $\angle 3=103°$, $\angle 6=77°$ d) $\angle 1+\angle 7=180°$ bolsa, $a\|b$ bolama?
8. Eger 7-súwrette: a) $\angle 3=\angle 4$, $BD=CE$, $AB=EF$; b) $\angle 1=\angle 2$, $\angle 3=\angle 4$, $BD=CE$; c) $AB=EF$, $BD=EC$, $AC=FD$ bolsa, $\Delta ABC=\Delta EFD$ ekenligin kórsetiń.
9*. a tuwrısı hám onda jatpaytuǵın K noqatı berilgen. K noqat arqalı tort tuwrı sızıq júrgizildi. Bul tuwrı sızıqlardan neshewi a tuwrısı menen kesiledi, juwabıńızdı túsindiriń.
10. 8-súwretten parallel tuwrı sızıqlardı tabıń.

4


5


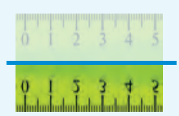
6


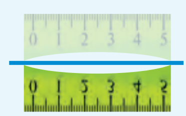
7


8


Sizgıshtıń eki qırı óz ara parallel yaki parallel emes ekenligin anıqlaw usılı:

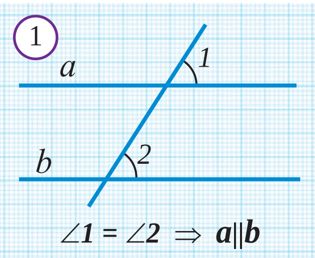
awdarip kóremiz:

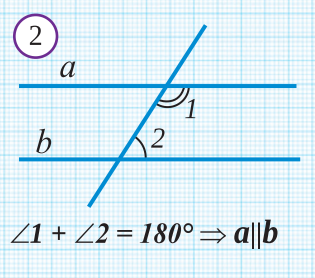




eger awdarıp kórgende sızǵısh qırı sızǵısh ustine túspese, parallael emes, degen juwmaq shiǵadı.

35 EKI TUWRINIŃ PARALLELLIK BELGILERI (DAWAMI)





Teoremadan tuwrıdan-tuwrı kelip shıǵatuǵın qásiyetke ***nátiyje*** deb aytıladı.

Aldıńǵı temada dálillengen teoremalardan kelip shıǵatuǵın nátiyjeler menen tanısamız.

Vertikal múyeshlerdiń teńliginen paydalansaq, tómendegi nátiyje payda boladı.

1-nátiyje. ***Eger eki tuwrı hám kesiwshi payda etken sáykes múyeshler teń bolsa, onda bul eki tuwrı parallel boladı*** (*1-súwret*)**.**

Qońsılas múyeshlerdiń qosındısı 180° qa teńliginen paydalansaq, tómendegi nátiyjege iye bolamiz.

2-nátiyje. ***Eger eki tuwrı hám kesiwshi payda etken bir táreplemeli múyeshlerdiń qosındısı 180° qa teń bolsa, onda bul eki tuwrı parallel boladı*** (*2-súwret*)**.**

Bul natiyjelerdi sáykes múyeshler ishki yaki sırtqı áhimiyeti joq. Bunı kóriń.

Másele. 3-súwrettegi tuwrı sızıqlardıń qaysıları parallel?

Sheshiliwi: Vertikal múyeshlerdiń teńliginen, $\angle 1 = 105°$, $\angle 2 = 125°$, $\angle 3 = 115°$. *a* hám *b* tuwrıları parallel emes, sebebi $\angle 1 + 65° = 105° + 65° \neq 180°$.

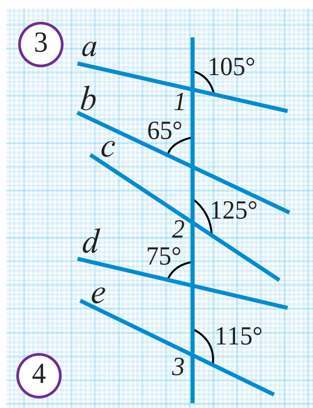
$a||d$ boladi, sebebi, $\angle 1 + 75° = 105° + 75° = 180°$ (2-nátiyjege qarań).

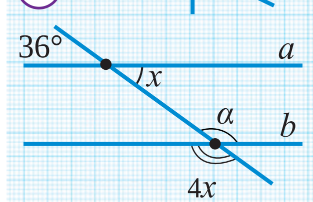
Tap usınday $b||e$ boladi, sebebi $65° + \angle 3 = 65° + 115° = 180°$.

a, *c* hám *e* tuwrıları óz ara parallel emes, sebebi olardıń sáykes múyeshleri teń emes (1-nátiyjege qarań).

Tap usınday *b* hám *d* tuwrıları da parallel emes, sebebi sáykes múyeshleri teń emes: $65° \neq 75°$.

Juwabı: $a||d$, $b||e$.





Másele. 4-súwrette $a||b$ bola ma?

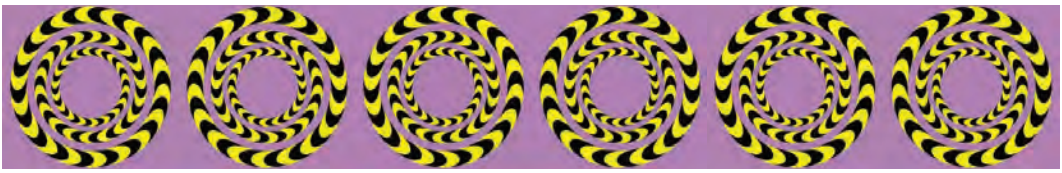
Sheshiliwi: Vertikal múyeshlerdiń qásiyeti boyınsha $x = 36°$. Onda $\alpha = 4x = 4 \cdot 36° = 144°$ boladı. Bir táreplemeli múyeshlerdiń qosındısı $x + \alpha = 36° + 144° = 180°$. Demek, 2-nátiyje boyınsha $a||b$ boladı.

Juwap: *Awa.*

77-bettegi IV-babınıń titulına qaraıq.

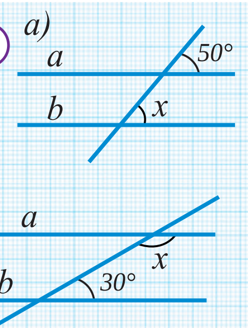
1. Avtomobil jolları hám temir jollarda parallellikten paydalaniw abzallıqları haqqında piker bildiriń.
2. Súwrettegi imaratlardan parallel elementlerdi ajıratıp kórsetiń.
3. 4-súwrettegi bólmeden sızılmadağı parallel elementlerdi ajıratıp kórsetiń. Sızılmadağı kesindiler ólshemlerinen kelip shiğip, bólmeniń ólshemleri haqqında ne aytıw múmkin?
4. 8-súwrettegi sızılmalar parallelme? Bunı qanday túsiniw múmkin?

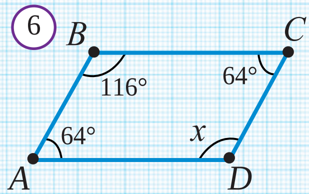
Kózdiń aldanıwı: figuralar rastanda aylanadıma?

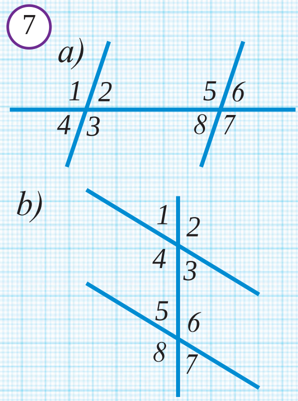


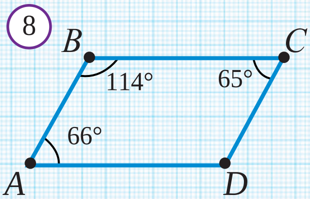
Soraw, másele hám tapsırmalar

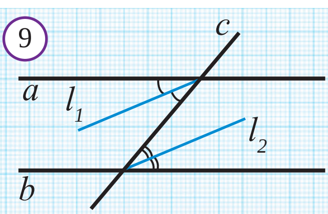
1. Figuranıń nátiyjesi ne?
2. Keltirilgen parallellik belgilerin aytıp beriń.
3. 5*a*-súwrette *a* hám *b* tuwrıları parallel bolıwı ushın belgisiz múyesh neshe gradus bolıwı kerek?
4. 5*b*-súwrettegi belgisiz múyeshti tabıń?
5. 6-súwrettegi belgisiz múyeshti tabıń.
6. Eger 7*a*-súwrette a) $\angle 1=\angle 5=105°$ bolsa, qalğan múyeshlerdi tabıń.
7. Eger 7*b*-súwrette $\angle 3=60°$, $\angle 8=120°$ bolsa, qalğan múyeshlerdi tabıń.
8. 8-súwrettegi figuranıń qaysı tárepleri parallel boladı?
9. Eki tuwrınıń kesiwshi menen kesilisiwinen payda bol-ğan múyeshlerdiń birewi 32º, oğan sáykes bolğan múyesh bolsa 33º qa teń bolsa, bul tuwrılar parallel bolama?
10. *a* hám *b* parallel tuwrıların *c* tuwrısı menen kesiwden payda bolğan ayqısh múyeshlerdiń bissektrisaları parallel ekenligin kórsetiń (*9-súwret*).

5


6


7


8


9


36 KERI TEOREMA

Eger teoremanıń shárti hám juwmaqlarınıń ornı almastırılsa, jańa aytım (yaǵnıy tastıyıqlaw) payda boladı. Eger bul aytım da durıs bolsa (yaǵnıy dálillense), ol berilgen teoremaǵa ***keri teorema*** dep ataladı.

Durıs teorema: ***Eger*** **A tastıyıqlawı orınlı** ***bolsa,*** **B tastıyıqlawı orınlı** ***boladı.***

Qısqasha: $A \Rightarrow B$

Keri teorema: ***Eger*** **B tastıyıqlawı orınlı** ***bolsa,*** **A tastıyıqlawı orınlı** ***boladı.***

Qısqasha: $B \Rightarrow A$

Mısal. Eger "ΔABC úshmúyeshlik teń qaptallı" bolsa, "ΔABC úshmúyeshliktiń eki múyeshi teń boladı" – degen teoremaǵa keri teorema tómendegiden ibarat.

"Eger úshmúyeshliktiń eki múyeshi teń bolsa, onda ol teń qaptallı úshmúyeshlik dep ataladı"

Bul nasnıyıqlawda tuwrı, demek, ol joqarıdaǵı teoremeǵa qarata keri teorema.

Állbette tuwrı teoremanı hám oǵan keri tastiyıqlawdı hám hámme waqıt usılay jazıw shart emes, olar kóbinshe biraz erkin anıqlanadı. Sonday-aq kórilgen mısalda keri teorema qısqasha solay aytılıwı múmkin:

"Eki múyeshi teń úshmúyeshlik teń qaptalli."

1-shınıǵıw. Joqarıda atap ótilgen keri teorema "Úshmúyeshliktiń teń qaptallı bolıw belgisi", dep aytıladı. Onıń durıslıǵın óz betinshe dálilleń.

Sonı aytip ótiw kerek, hár qashanda berilgen durıs teoremaǵa keri bolǵan tastıyıqlaw orınlı bola bermeydi.

Máselen, "Eger múyeshler vertikal bolsa, onda olar teń boladı", degen teoremaǵa keri "Eger múyeshler teń bolsa, onda olar vertikal boladı" degen tastıyıqlaw durıs emes.

2-shınıǵıw.

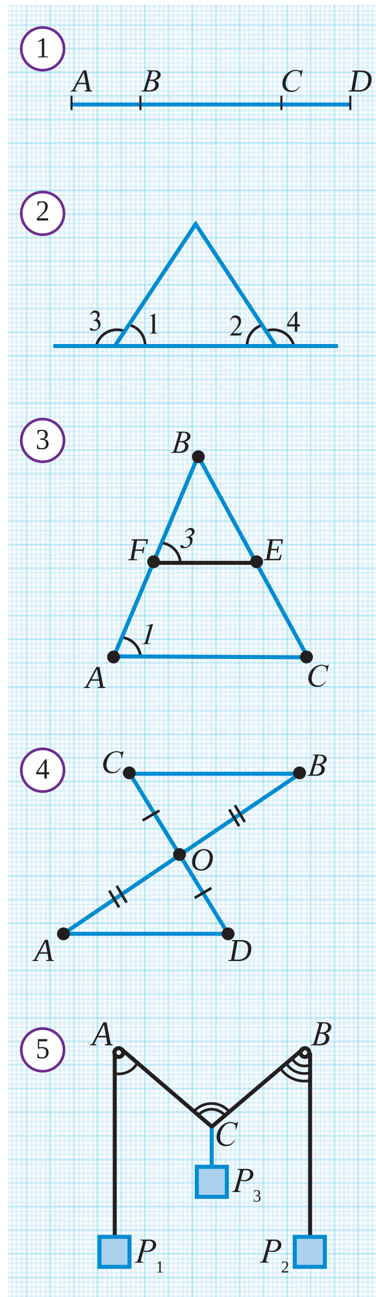
1. "Eger jawın jawsa, aspanda bult boladı", degen tastıyıqlawǵa keri bolǵan tastıyıqlawdı dúziń. Payda bolǵan keri tastıyıqlawdıń hár qashan da durıs bolıw-bolmaslıǵın túsindiriń.

2. Tómendegi durıs teoremalarǵa keri teoremalardı jazıp shıǵıń. Hár bir keri teoremada ańlatılǵan tastıyıqlawdıń durıs yamasa nadurıs ekenligin túsindiriń:

1) Bir tuwrı sızıqqa perpendikulyar bolǵan eki tuwrı sızıq óz ara kesilispeydi.
2) Eger eki úshmúyeshlik teń bolsa, olardıń sáykes tárepleri teń boladı.
3) Eger qońsılas múyeshler óz ara teń bolsa, onda olar tuwrı múyesh boladı.
4) Bir tuwrı sıziqqa parallel bolǵan eki tuwrı sızıq parallel boladı.

Soraw, másele hám tapsırmalar

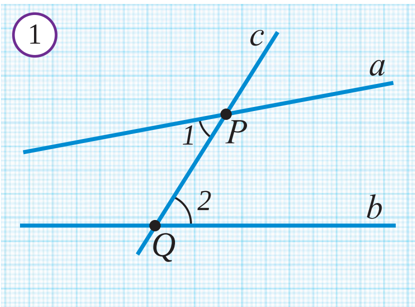
1. Keri teorema menen durıs teoremanıń qanday parqı bar?
2. Keri teorema menen durıs teoremanıń qanday baylanıs bar?
3. Durıs teoremaǵa keri bolǵan teorema barqulla da orınlı bola ma?
4. Durıs teoremanı dálillep, oǵan keri teoremanı dálilsiz qabıl etse bola ma?
5. Keri teoremaǵa keri bolǵan teorema qanday ataladı?
6. Tómendegi teoremamalardıń shárti hám juwmaǵın jazıń. Bul teoremalarǵa keri teoremalardı ańlatıń hám olardıń durıslıǵın tekseriń:
   1) Eger 1-súwrette $AC = BD$ bolsa, $AB = CD$ boladı.
   2) Eger 2-súwrette $\angle 1 = \angle 2$ bolsa, $\angle 3 = \angle 4$ boladı.
   3) Eger 3-súwrette $EF || AC$ bolsa, $\angle 1 = \angle 3$ boladı.
   4) Eger 4-súwrette $AO = OB$ va $CO = OD$ bolsa, $\Delta AOD = \Delta BOC$ boladı.
7. A hám B noqatlarda bekkemlengen bloklar arqalı ótken jipke P_1 hám P_2 deneler ildirip qoyılǵan (*5-súwret*). P_3 dene bolsa usı jiptiń C noqatında ildirilgen bolıp, P_1 hám P_2 denelerdi teń salmaqlıqta saqlap turıptı. $AP_1 || BP_2 || CP_3$ ekenligi belgili bolsa, onda, $\angle ACB = \angle A + \angle B$ bolatuǵının dálilleń.
8. Tómendegi teoremalarǵa keri teoremalardı ańlatıń hám olardıń durıslıǵın tekseriń:
   1) Eki tuwrı sızıqtı kesiwshi menen kesilisiwinen payda bolǵan sáykes múyeshleri teń bolsa, bul jaǵdayda bul tuwrı sızıqlar parallel boladı.
   2) Úshinshi tuwrı sızıqqa parallel bolǵan eki tuwrı sızıq parallel boladı.
   3) Teń tárepli úshmúyeshliktiń barlıq múyeshleri óz ara teń boladı.
9. Úshmúyeshliklerdiń teńlik belgilerine keri teoremalardı aytıń. Bul keri teoremalar durıs pa?
10. Tómendegi tastıyıqlawdı dálilleń: Eger úshmúyeshliktiń bir tóbesinen túsirilgen bissektrisa úshmúyeshliktiń biyikligi hám bolsa, bul úshmúyeshlik teń qaptalli boladı. Bul tastıyıqlawǵa keri teoremanı aytıń.

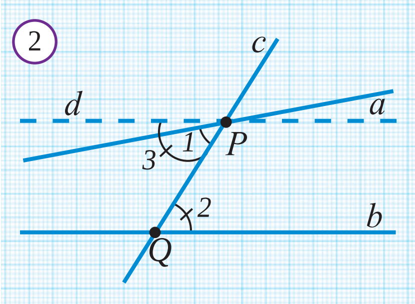


37 EKI PARALLEL TUWRI SIZIQ HÁM KESIWSHI PAYDA ETKEN MÚYESHLER

Tómende eki tuwrınıń parallellik belgilerine keri bolǵan teoremalar ústinde toqtalamız.

1-teorema. **Eki parallel tuwrı hám kesiwshi payda etken ayqısh múyeshler óz ara teń boladı.**





$a \| b$, c – kesiwshi (*1-súwret*) ⇨ $\angle 1 = \angle 2$

Dálillew. Kerisin oylaymız: 1-súwrette a, b parallel tuwrı sızıqlar hám c kesiwshi súwretlengen. $\angle 1$ hám $\angle 2$ ishki ayqısh múyeshler teń bolmasın.

a hám b kesisken P noqattan PQ nurı menen $\angle 2$ múyeshke teń $\angle 3$ múyeshin jasaymız (*2-súwret*).

Onıń tárepi d tuwrı sızıqta jatsın. Tuwrı sızıqlardıń parallellik belgisi boyınsha $\angle 2 = \angle 3$ bolǵanı ushın $d \| b$. Nátiyjede P noqattan b ǵa parallel eki tuwrı sızıq ótip qaldı. Bul bolsa parallellik aksiomasına qarama-qarsı boladı. Demek, oylaǵanımız nadurıs, $\angle 1 = \angle 2$ eken.

Teorema dálillendi.

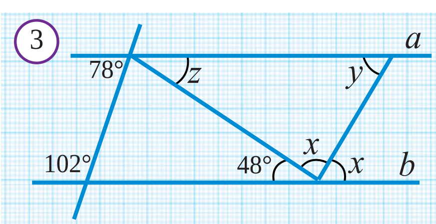
Nátiyje. **Eger tuwrı sızıq parallel tuwrı sızıqlardan birine perpendikulyar bolsa, onda ekinshisine de perpendikulyar boladı.**

2-teorema. **Eki parallel tuwrı sızıq hám kesiwshi payda etken sáykes múyeshler óz ara teń boladı.**

3-teorema. **Eki parallel tuwrı sızıq hám kesiwshi payda etken bir táreplemeli múyeshlerdiń qosındısı 180º qa teń boladı.**

Teoremalardı óz betinshe dálillewge urınıp kóriń.

Másele. 3-súwrettegi belgisiz múyeshlerdi tabıń.



Sheshiliwi: Ishki bir táreplemeli múyeshlerdiń qosındısı $78° + 102° = 180°$ bolǵanı ushın $a \| b$ boladı. Demek, 1-teorema boyınsha $z = 48°$ hám $x = y$ boladı. $x + x + 48° = 180°$ bolǵanı ushın (jayıq múyeshlerdiń shaması), $x = 66°$. Demek, $y = 66°$.

Juwabı: $x = 66°$; $y = 66°$; $z = 48°$.

Soraw, másele hám tapsırmalar

1. 4-súwrette $AC = CB$ ekenligin kórsetiń.

2. Berilgen kesindiniń ortasın tabıwda 1-máseleden qalay paydalanıw múmkin?

3. 5-súwrette $BC||AD$, $AO=OD$ ekenligi belgili. a) $BO=OC$; b) $AC=BD$; c) $\Delta AOB=\Delta DOC$; d) $\Delta ABD=\Delta DCA$ teńliklerin dálilleń.

4. 6-súwrette $BC||AD$ hám $AB||CD$ bolsa, $\Delta ABD = \Delta CDB$ ekenligin dálilleń.

5. 7-súwrette $a||b$ bolsa, x=?.

6*. ABC hám $A_1B_1C_1$ súyir múyeshi berilgen. Eger $AB||A_1B_1$ hám $BC||B_1C_1$ bolsa, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$ bolıwın dálilleń.

7*. Sáykes tárepleri parallel tuwrı sızıqlarda jatqan múyeshlerden biri, súyir, ekinshisi bolsa doǵal. Búl úshmúyeshlikler qosındısı 180º teń bolıwın dálilleń.

Esletpe. 6-7-mısallarda keltirilgen teoremalar-sáykes tárepleri parallel bolǵan múyeshlerdiń qásiyetleri dep oqıladı.

8. Eger 8-súwrette $a||b$, $c||d$ hám $\angle 1 = 55°$ bolsa, $\angle 2$ hám $\angle 3$ ti tabıń.

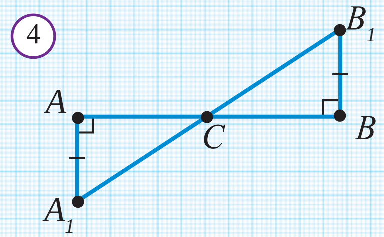
9. Sáykes tárepleri parallel tuwrı sızıqlarda, jatqan múyeshler ayırması 40º qa teń. Bul múyeshlerdi tabıń.

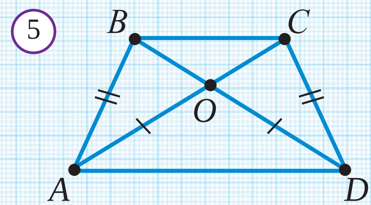
10*. ABC hám $A_1B_1C_1$ súyir múyeshi berilgen. Eger $AB\perp A_1B_1$ hám $BC\perp B_1C_1$ bolsa, $ABC= = A_1B_1C_1$ bolıwın dálilleń.

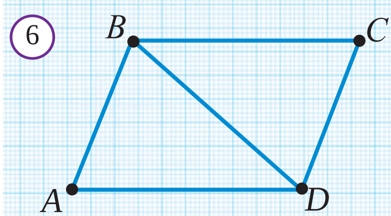
11*. Sáykes tárepleri perpendikulyar tuwrı sızıqlarda jatqan múyeshlerden biri ótkir, ekinshisi bolsa doǵal. Bul múyeshler qosındısı 180º qa teń bolıwın dálilleń.

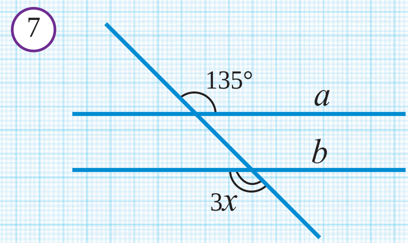
Esletpe. 10-11-mısallarda keltirilgen teoremalar-sáykes tárepleri óz ara perpendikulyar bolǵan múyeshlerdiń qásiyetleri dep oqıladı.

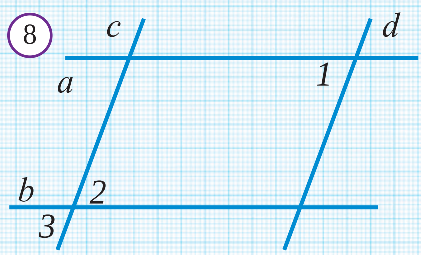
12. 9-súwrette A hám C múyeshler tuwrı. D múyesh B múyeshten eki márte úlken. Bul eki muyeshti tabıń.

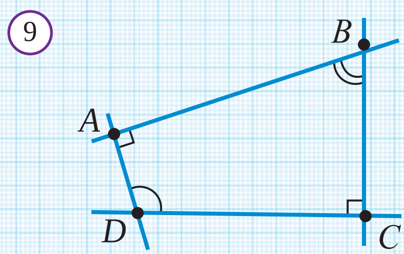












38 MÁSELELER SHESHIW

1. ***Másele.*** 1-súwrette $a \nparallel b$, $c \parallel d$. Tómendegi teńliklerdiń qaysı biri durıs?

1) $\angle 1 = \angle 15$; 2) $\angle 3 = \angle 13$; 3) $\angle 4 = \angle 16$; 4) $\angle 4 = \angle 8$;
5) $\angle 1 = \angle 12$; 6) $\angle 7 = \angle 10$; 7) $\angle 8 = \angle 16$; 8) $\angle 8 = \angle 11$;
9) $\angle 4 + \angle 13 = 180°$; 10) $\angle 6 + \angle 14 = 180°$;
11) $\angle 7 + \angle 12 = 180°$; 12) $\angle 8 + \angle 9 = 180°$

Sheshiliwi: 3) $\angle 4 = \angle 2$ (*vertikal múyeshlerdiń qásiyeti boyınsha)*, $\angle 2$ hám $\angle 16$ – sáykes múyeshler bolganı ushın $\angle 2 = \angle 16$. Demek, $\angle 4 = \angle 16$ teńligi durıs.

5) $\angle 12 = \angle 7$ (*sáykes múyeshlerdiń qásiyeti boyınsha)* hám $\angle 7 = \angle 5$ (*vertikal múyeshler)*. $\angle 5$ hám $\angle 1$ sáykes múyeshler. $a \nparallel b$, sonıń ushın $\angle 1 \neq \angle 5 = \angle 7 = \angle 12$, yaǵnıy $\angle 1 = \angle 12$ teńligi nadurıs.

9) $\angle 4 = \angle 2$, $\angle 13 = \angle 15$ (*vertikal múyeshler)*, $c \parallel d$, $\angle 2$ hám $\angle 15$ – bir táreplemeli múyeshler bolganı ushın, $\angle 2 + \angle 15 = 180°$. Demek, $\angle 4 + \angle 13 = 180°$ teńligi durıs.

11) $c \parallel d$ bolganı ushın $\angle 7 = \angle 10$ (*ayqısh múyeshlerdiń qásiyeti boyınsha)* hám $\angle 10 = \angle 12$ (*vertikal múyeshler)*. Demek, $\angle 7 = \angle 12$.

Sonıń ushın $\angle 7 + \angle 12 = 180°$ teńligi tek $\angle 7 = \angle 12 = 90°$ bolganda orınlı boladı.

Qalǵan teńliklerdiń usı sıyaqlı ózińiz óz betinshe tekserip shıǵıń.

2. AB tuwrı sızıq hám onda jatpaytugın C nóqat berilgen. C nóqattan AB tuwrı sızıqqa neshe tuwrı sızıq júrgiziw múmkin?

3. 2-súwrette $EF \parallel AC$, $\angle BEF = 62°$, $\angle EFC = 130°$ bolsa, ABC úsh múyeshliktiń múyeshlerin tabıń.

4. 3-súwrette $a \parallel b \parallel c$ hám $d \parallel l$ bolsa, x hám y múyeshlerin tabıń.

5. AB tuwrı sızıq hám onda jatpaytugın C nóqat berilgen. C nóqattan AB tuwrı sızıqqa neshe parallel tuwrı sızıq júrgiziw múmkin?

6. a nurınıń bir tárepi $\angle(ab) = 25°$ hám $\angle(ac) = 155°$ bolatuǵın qılıp b hám c nurlar qoyılǵan. b nur c nurǵa parallel dep aytıw múmkin be?

7. AC hám BD tuwrı sızıqlar parallel, soniń menen birge A hám D nóqattar BC kesiwshiden túrli tárepte jatadı. Tómendegilerdi dálilleń:
a) DBC hám ACB múyeshler BC kesiwshige qarata ishki ayqısh múyeshler;
b) BC nur ABD múyesh tárepleri arasınan ótedi;
c) CAB hám DBA múyeshler AB kesiwshige qarata ishki bir tárepleme múyeshler.

8. AB hám CD kesindiler E noqatta kesilisedi hám sol noqatta teń ekige bólinedi. AC hám BD tuwrı sızıqlar parallel ekenligin dálilleń.

9. ABC múyesh 80° qa, BCD múyesh bolsa 120º qa teń. AB hám CD tuwrı sızıqlar parallel bola aladıma?

10. Eki parallel tuwrı sızıq penen kesiwshi payda etken múyeshlerden biri 40º qa ten. Qalǵan jeti múyeshten birewi 120º qa teń bola aladıma?

11. Eki parallel tuwrı sızıq penen kesiwshi payda etken eki ishki bir tárepli múyeshler ayırması 20º qa ten. Usı múyeshdi tabıń.

12. Eki parallel tuwrı sızıq penen kesiwshi payda etken eki ishki ayqasıwshı múyeshlerdiń qosındısı 150° qa ten. Usı múyeshlerdi tabıń.

13. Eki parallel tuwrı sızıq penen kesiwshi payda etken múyeshlerden biri 72° qa ten. Qalǵan jeti múyeshti tabıń.

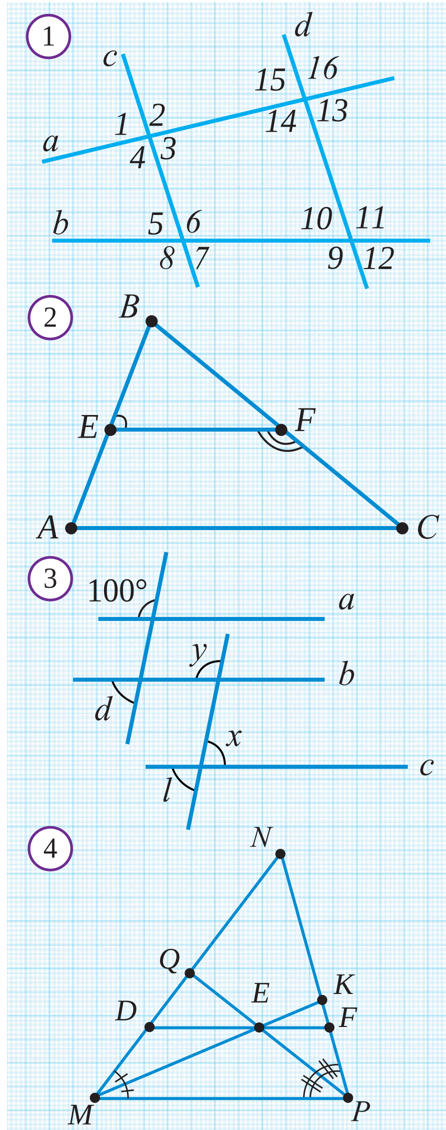
14. *ABC* hám *BAD* úshmúyeshlikler teń. *C* hám *D* noqatlar *AB* tuwrı sızıqtan túrli tárepte jatadı. *AC* hám *BD* tuwrı sızıqlardıń parallel ekenligin dálilleń.

15. Parallel tuwrı sızıqlar menen kesiwshi payda etken ishki ayqısh múyeshlerdiń bisektrisaları parallel ekenligin dálilleń.

16. *ABC* teń qaptallı úshmúyeshlikte *AB=BC*. *B* tóbesi arqalı *AC* ǵa parallel *DE* tuwrı sıziq júrgizilgen. *B* noqat *D* hám *E* noqatlar arasında jatadı. *DC* kesindi *AB* kesindisin kesip ótedi, $\angle ABD=\angle CBE$ ekenligin dálilleń.

17. Perpendikulyar tuwrı sızılarǵa parallel eki tuwrı sızıqtıń ózleri hám perpendikulyar ekenligin dálilleń.

18. *ABC* úshmúyeshliktiń *BD* medianası dawamında *D* noqattan keyin medianaǵa teń *DE* kesindi túsirilgen. *C* tóbesi arqalı *AB* tuwrı sızıqqa parallel *p* tuwrı sizıq túsirilgen. *p* tuwrı siziqtıń *E* noqatı arqali otetúgınlıǵın dálilleń.



19. *ABC* úshmúyeshliktiń *CD* medianası dawamında usı medianaǵa teń *DE* kesindi túsirilgen. *AF* medianası dawamında *AF* medianasına teń *FH* kesindi túsirilgen. *B, H, E* noqatlar bir tuwrı sızıqta jatuǵınlıǵın dálilleń.

20. Qálegen *ABC* úshmúyeshlik sızıń hám onıń ishinde qálegen A_1 noqat belgileń. Berilgen úshmuyeshlikke teń bolǵan hám tárepleri onıń táreplerine sáykes tárizde parallel bolǵan $A_1B_1C_1$ úshmúyeshlik jasań (múmkin bolǵan jaǵdaylardan birin qarań).

21* *MNP* úshmúyeshliktıń *MK* hám *PQ* bissektrisaları *E* noqatta kesilisedı (*4-súwret*). *E* noqat arqalı *MP* tárepke parallel qılıp jırgizilgen tuwrı sızıq *MN* hám *PN* táreplerin, sáykes tárizde, *D* hám *F* noqatlarda kesip ótedi. $DF = MD+FP$ ekenligin dálilleń (Kórsetpe: $MD=DE$, $FP=EF$ ekenligin kórsetiń).

39 BAP BOYINSHA TAKIRARLAW

1. Bos qaldırılǵan orınlardı logikalıq jaqtan durıs sózler menen tolıqtırıń.

1. Tuwrıda jatıwshı noqat arqalı oǵan perpendikulyar bolǵan .... júrgiziw múmkin.
2. Eger eki tuwrını kesiwshi menen keskende payda bolǵan .... teń bolsa, bul tuwrılar parallel boladı.
3. Tegisliktegi eki tuwrı .... , olar parallel tuwrılar delinedi.
4. Eki parallel tuwrıdan birewin kesip ótken tuwrı ....
5. Tuwrı sızıqta jatpaytuǵın noqat arqalı oǵan parallel .... tuwrı sızıq jurgiziw múmkin.
6. Tuwrı sızıqtıń qálegen noqatı arqalı .... tek bir tuwrı júrgiziw múmkin
7. Tuwrı múyesh astında kesilisken tuwrılar .... dep ataladı.
8. Bir tuwrıǵsızıqqa .... eki tuwrı sızıq óz ara parallel boladı.
9. Eger eki tuwrı sızıqtı kesiwshi menen keskende payda bolǵan bir táreplemeli múyeshler .... bul tuwrı sızıqlar parallel boladı.

2. Tómende keltirilgen gáplerde qáte bolsa, qáteni tabıń hám onı dúzetiń.

1. Tuwrı sızıqtıń tek ǵana bir noqatınan oǵan perpendikulyar tuwrı sızıq júrgiziw múmkin.
2. Berilgen tuwrı sızıqta jatpaytuǵın tek ǵana bir noqattan usı tuwrıǵa perpendikulyar túsiriw múmkin.
3. *AB* hám *AK* – parallel tuwrı sızıqlarınıń birine perpendikulyar bolǵan ekinshisine de perpendikulyar boladı.
4. Eki tuwrı sızıqtıń kesiwshi menen kesilisiwinen payda bolǵan ayqısh múyeshleri teń boladı.
5. Eger eki kesindi kesilispese olar parallel kesindiler dep ataladı.
6. Sáykes tárepleri parallel bolǵan múyeshler teń boladı.
7. Eger $a \perp b$, $b \perp c$ bolsa, $a \perp c$ boladı.
8. Sáykes tárepleri perpendikulyar bolǵan múyeshlerdiń qosındısı 180° qa teń.
9. Eger eki tuwrı sızıqtı kesiwshi menen kesilisiwinen payda bolǵan bir táreplemeli múyeshler teń bolsa, tuwrılar parallel boladı.
10. Perpendikulyar tuwrı sızıqlarǵa parallel bolǵan tuwrılar da óz ara parallel boladı.

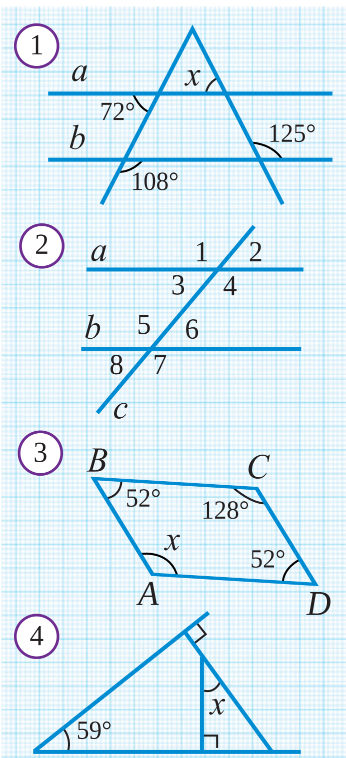
3. Kestede keltirilgen qásiyetler hám talqılawlarǵa sáykes keliwshi geometriyalıq múyeshlerdi tabıń.

1.	Ulıwmalıq noqatqa iye bolmaǵan tuwrılar	
2.	Tuwrı múyesh astında kesilisedi	
3.	Noqattan tuwrıǵa tek ǵana birewin túsiriw múmkin	

4.	Noqattan tuwrıǵa qálegenshe túsiriw múnkin	
5.	Shárt hám juwmaq bólimi almasqan	
6.	Eki tuwrını kesiwshi menen keskende payda bolatuǵın múyeshler	

4. Birinshi baǵanada berilgen geometriyalıq túsinikke ekinshi baǵanadan tiyisli qásiyet yamasa talqılawdı durıs qoyıń.

Geometriyalıq túsinik	*Qásiyetler, talıqlawlar*
1. Parallel tuwrılar 2. Perpendikulyar tuwrılar 3. Kesiwshi eki tuwrını keskende 4. Keri teorema 5. Bir táreplemeli múyeshler	A. Barlıq waqıtta tuwrı emes. B. Kesilispeydi. C. Kesiliskende tuwrı múyeshler payda etedi D. Ayqısh, sáykes bir táreplemeli múyeshler payda etedi. E. Bir yarım tegislikte jatadı.

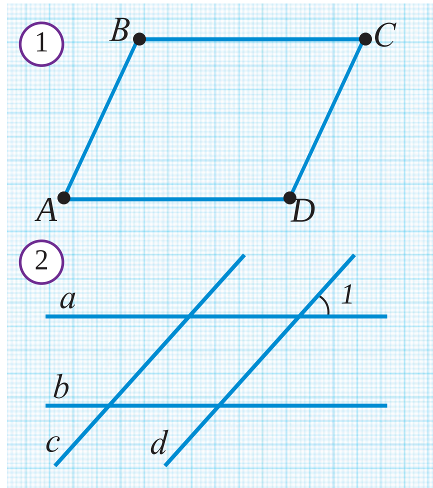


5. Masalalar.

1. 1-súwrettegı x múyeshti tabıń.
2. 2-súwrette $\angle 4 + \angle 5 = 180°$ bolsa, $a||b$ bolama?
3. 2-súwrette $\angle 2 = \angle 6$ bolsa, $a||b$ bolama?
4. 2-súwrette $\angle 1 = \angle 5 = 118°$ bolsa, múyeshlerdi tabıń.
5. 2-rasmda $\angle 2 = 71°$ hám $\angle 7 = 119°$ bolsa, $a||b$ bolama?
6. 3-súwrettegı belgisiz múyeshti tabıń.
7. Eki tuwrı sızıq úshinshi tuwrı sızıq penen keskende payda bolatuǵın múyeshlerden biri 47º qa teń. Oǵan samúyesh neshe gradus bolǵanda bul eki tuwrı sızıq parallel boladı?
8. Eki parallel tuwrı sızıqtı tuwrı sızıq penen keskende payda boǵan ishki ayqısh múyeshlerdiń qosındısı 84º. Qalǵan mueshlerdi tabıń.
9. Eki parallel tuwrı sızıqtı kesiwshi menen keskende payda bolatuǵın múyeshlerden biri ekinshisinen 8 márte úlken. Payda bolǵan barlıq mueshlerdi tabıń.
10. Eki parallel tuwrı sızıqtı kesiwshi menen keskende payda bolǵan bir táreplemeli múyeshlerdin ayırması 30º. Payda bolǵan barlıq mueshlerdi tabıń.
11. 4-súwrettegı belgisiz múyeshti tabıń.
12. Sáykes tárepleri parallel tuwrı sızıqlarda jatqan múyeshler ayırması 360 qa teń. Bul múyeshlerdi tabıń.

40 4-BAQLAW JUMISI

Baqlaw jumısı eki bólimnen ibarat bolıp, birinshi bólim tómendegi keltirilgen máselelerge uqsas 3 másele beriledi. Ekinshi bólimde tómendegi keltirilgen testlerge uqsas 5 test beriledi.



1. Eki parallel tuwrınıń kesiwshi menen kesilgende payda bolǵan múyeshlerdiń biri 34º qa teń. Qalǵan múyeshlerdi tabıń.
2. Eger 1-súwrette $BC \| AD$ hám $AB \| CD$ bolsa, $AB=CD$ ekenligin dálilleń.
3. Eger 2-súwrette $a||b$, $c||d$ hám $\angle 1 = 48°$ bolsa, qalǵan múyeshlerdi tabıń.
4. ABC úshmúyeshliginiń A tóbesinen júrgizilgen bissektrisa BC tárepin D noqatında kesip ótedi. D noqatınan júrgizilgen tuwrı AC tárepin E noqatında kesip ótedi. $AE=DE$ bolsa, $DE \| AB$ ekenligin dálilleń.

Testler.

1. Berilgen tuwrıda jatpaytuǵın noqat arqalı oǵan parallel bolǵan neshe tuwrı júrgiziw múmkin?

A) 1; B) 2; D) 4; E) qálegenshe.

2. Eger $a||b$, $b \perp c$, $c \perp d$ bolsa, tómendegi juwaplardıń qaysıları durıs?

A) $a \perp d$, $b \perp d$; B) $a \perp c$, $b||d$;
D) $a||c$, $a \perp d$; E) $a \perp c$, $a \perp d$, $b \perp d$.

3. Tegislikte berilgen tuwrıda jatpaytuǵın noqat arqalı usı tuwrıǵa neshe perpendikulyar tuwrı júrgiziw múmkin?

A) 1; B) 2; D) 4; E) qálegenshe.

4. 3-súwrette $a||b$ bolsa, x=?

A) 100°; B) 110°; D) 130°; E) 140°.

5. 4-súwrette $a||b$ bolsa, x=?

A) 30°; B) 45°; D) 60°; E) 36°.

6. $x=?$ (*5-súwret*).

A) 96°; B) 108°; D) 112°; E) 78°.

7. 6-súwrette $a \| b$ hám $\alpha - \beta = 70°$ bolsa, $\alpha=?$

A) 30°; B) 125°; D) 75°; E) 36°.

8. Eki parallel tuwrı sızıqtı úshinshi tuwrı sızıq penen keskende neshe teń dógal múyesh payda bolıwı múmkin?

A) 3; B) 8; D) 6; E) 4.

9. Eki parallel tuwrı sızıqtı úshinshi tuwrı sızıq penen keskende payda bolǵan múyeshlerden biri 97° qa teń. Payda bolǵan múyeshlerdiishisin tabıń.

A) 97°; B) 83°; D) 77°; E) 7°.

10. Eki parallel tuwrı sızıqtı úshinshi tuwrı sızıq penen keskende kóbi menen neshe teń súyir múyesh payda boladı?

A) 3; B) 4; D) 6; E) 5.

11. Eki parallel tuwrı sızıqtı úshinshi tuwrı sızıq penen keskende kóbi menen neshe tuwrı múyesh payda boladı?

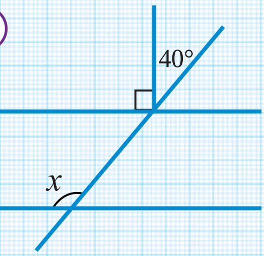
A) 2; B) 6; D) 8; E) 5.

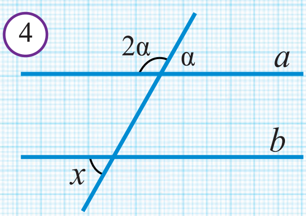
12. Eki parallel tuwrı sızıqtı úshinshi tuwrı sızıq penen keskende payda bolǵan úsh ishki múyeshlerdiń qosındısı 290° qa teń. Tórtinshi múyeshti tabıń.

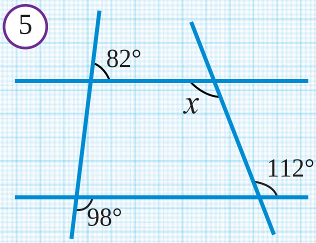
A) 145°; | B) 110°; | D) 36°; | E) 70°.

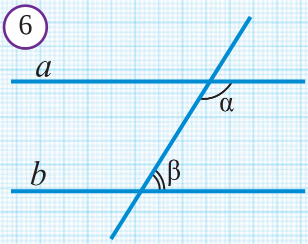
13. 7-súwrette x múyeshin tabıń.

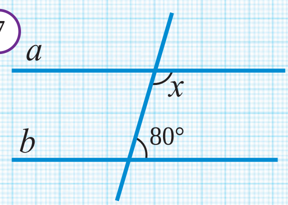
A) 100°; | B) 80°; | D) 110°; | E) 90°.

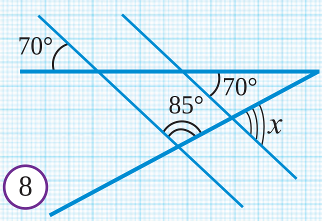
3


4


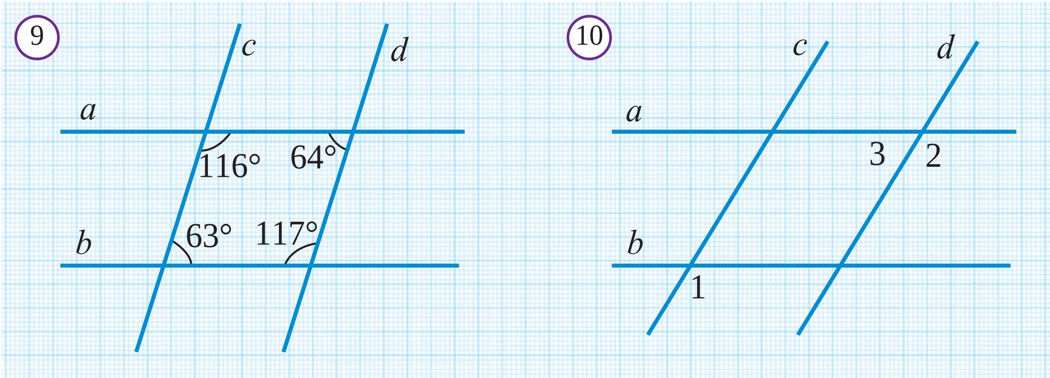
5


6


7




8



14. 8-súwrette x múyeshin tabıń.

A) 105°; B) 95°; D) 85°; E) 75°.

15. 9-súwrette qaysı tuwrı sızıqlar óz ara parallel boladı?

A) $a||b$; B) $a||c$; D) $c||b$; E) $c||d$.

16. 10-súwrette $a||b$, $c||d$ hám $\angle 1=122°$ bolsa, $\angle 2$ hám $\angle 3$ tabıń.

A) $\angle 2 = 122°$, $\angle 3 = 58°$; B) $\angle 2 = 130°$, $\angle 3 = 58°$;
D) $\angle 2 = 122°$, $\angle 3 = 68°$; E) $\angle 2 = 130°$, $\angle 3 = 50°$.

17. Shıǵıs mámleketlerinde “Geometriya” jáne qanday atama menen atalǵan?

A) Riyozat; B) Al-jabr;
D) Planimetriya; E) Handasa.

18. Berilgen eki noqat arqalı ekewinen ótiwshi neshe tuwrı sızıq bar?

A) bir; B) eki; D) tórt; E) júdá kóp.

19. Hesh bir ólshemge iye emes geometriyalıq figura qaysı juwapta berilgen?

A) kesindi; B) nur; D) noqat; E) tuwrı sızıq.

20. M, N, K noqatlar bir tuwrı sızıqta jatadı hám MN=10 *sm*, NK=8 *sm* bolsa, MK kesindi uzınlıǵın tabıń.

A) 2 *sm*; B) 18 *sm*; D) 10 *sm*; E) *A* hám *B* juwaplar.

21. Ush hár túrli noqatlardıń hár ekewinen ótiwshi keminde neshe tuwrı sızıq bar?

A) úshew; B) ekew; D) birew; E) tórtew.

22. Tórt tuwrı sızıq tegislikti kóbi menen neshe bólimge bóledi?

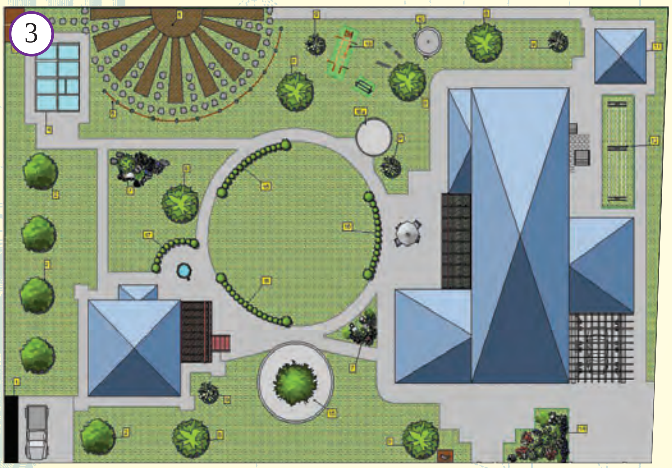
A) 8; B) 9; D) 10; E) 12.

V BAP

ÚSHMÚYESHLIK TÁREPLERI HÁM MÚYESHLERI ARASINDAĞI QATNASLAR

1

2



3

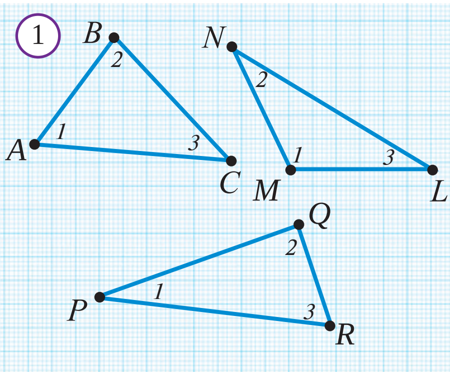
4

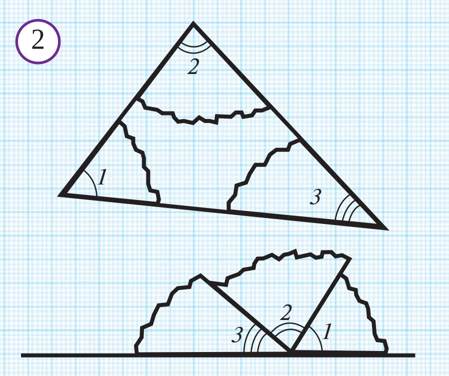
5

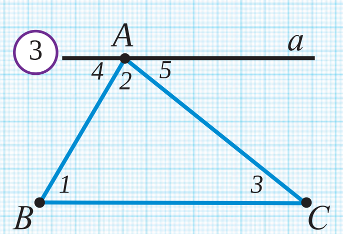
6

41 ÚMÚYESHLIK ISHKI MÚYESHLERINIŃ QOYINDISI HAQQINDAǴI TEOREMA

Aktivlestiriwshi shınıǵıw







1. Tómendegi súwrette súwretlengen úshmúyeshliginiń úsh múyeshlerin transportir járdeminde ólsheń hám olardıń qosındısın esaplań. Nátiyjeler tiykarında kesteni toltırıń. Qanday qásiyetti anıqladıńız ? Onı bir gáp penen ańlatıń.

Úshmúyeshlikler	$\angle$**1**	$\angle$**2**	$\angle$**3**	$\angle$**1+**$\angle$**2+**$\angle$**3**
ΔABC				
ΔMNL				
ΔPQR				

2. Bir bet qaǵazǵa qálegen *ABC* úshmúyeshlikti sızıń hám múyeshlerin 1, 2 hám 3 cifrları menen belgileń. Onıń múyeshlerin 1-súwrette kórsetilgendey etip jırtıp alıń hám izbe-iz qoyıń. Bunnan qanday juwmaq shıǵarıw múmkin?

Endi geometriyanıń eń áhmiyetli teoremalarınıń biri – úshmúyeshliktiń múyeshleriniń qosındısı haqqındaǵı teoremanı dálilleymiz.

Úshmúyeshliktiń ishki múyeshleriniń qosındısı 180° ǵa teń.

ΔABC – *úshmúyeshlik* ⇒ $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

Dálillew. *A* tóbesinen *BC* tárepine parallel *a* tuwrısın júrgizemiz (*3-súwret*).

$\angle 1 = \angle 4$ sebebi bul múyeshler, *a* hám *BC* parallel tuwrılardı *AB* kesiwshi menen keskende payda bolǵan ayqısh múyesh boladı.

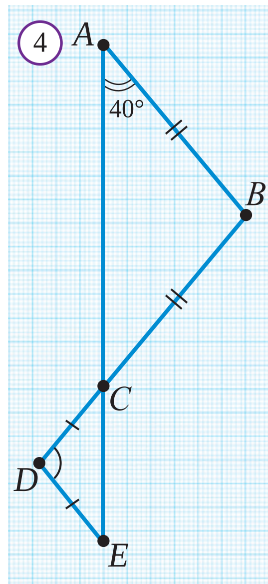
$\angle 3 = \angle 5$ sebebi bul múyeshler, *a* hám *BC* parallel tuwrılardı *AC* kesiwshi menen keskende payda bolǵan ayqısh múyesh boladı.

$\angle 4 + \angle 2 + \angle 5 = 180°$ sebebi bul múyeshler ulıwma tóbege iye hám jayıq múyeshti payda etip atır. Payda bolǵan bul úsh teńlikten,

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°, \text{ yáni } \angle A + \angle B + \angle C = 180°$$

ekenligin payda etemiz. ***Teorema dálillendi.***

1-másele. 4-súwrette berilgen maǵlıwmatlardan paydalanıp D múyeshtı tabıń.



Sheshiliwi: ΔABC – teń qaptallı úshmúyeshlik bolǵanı ushın, $\angle ACB=\angle A=40°$. Vertikal múyeshlerdiń qásiyeti boyınsha, $\angle DCE=\angle ACB=40°$. Shárt boyınsha ΔCED de teń qaptallı. Sonlıqtan, $\angle DCE=\angle DEC=40°$.

Demek, úshmúyeshliktiń múyeshleriniń qosındısı haqqındaǵı teoremaǵa baylanıslı, ΔCDE de: $40°+40°+$ $+\angle CDE=180°$ yamasa $\angle CDE=100°$. **Juwabı:** 100°.

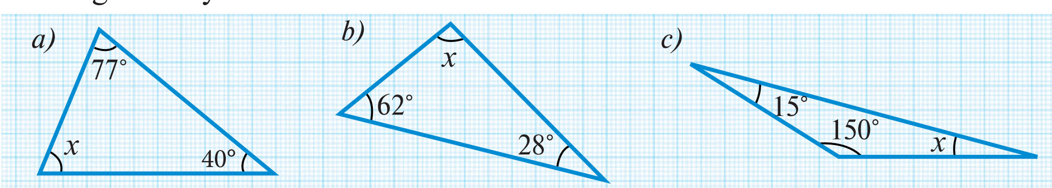
2-másele. Úshmúyeshlik ishki múyeshleri 2:3:7 sıyaqlı qatnasta bólsa, olardıń gradus ólshemin tabıń.

Yechilishi: Shárt boyınsha úshmúyeshliktiń múyeshlerin $2x$, $3x$ hám $7x$ dep belgileymiz. Bul jaǵdayda úshmúyeshliktin múyeshleriniń qosındısı haqqındaǵı teorema boyınsha. $2x+3x+7x=180°$ teńlikke iyemiz. Onnan $x=15°$ ekenligin tabamız.

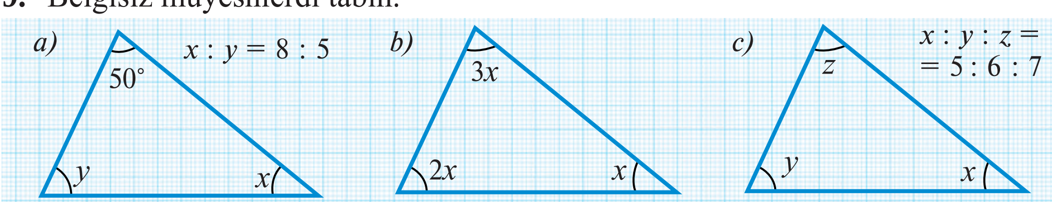
Demek, úshmúyeshliktiń múyeshleriniń gradus ólshemi **30°**, **45°** hám **105°** qa teń eken.

Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Úshmúyeshliktiń múyeshleri haqqındaǵı teoremanı keltiriń.
2. Usı teoremanı súwrette túsindiriń.
3. Úshmúyeshliktiń neshe múyeshi tuwrı bolıwı múmkin?
4. Úshmúyeshliktiń neshe múyeshi doǵal bolıwı múmkin?
5. Múyeshleri 5°, 55° bolǵan úshmúyeshlikler bar ma?
6. Múyeshleri 100°, 20°, 50° bolǵan úshmúyeshlik bar ma?
7. Eger úshmúyeshliktiń eki múyeshi: a) 60° hám 40°; b) 70° hám 85°; c) 90° hám 45°; d) 105° hám 30° bolsa, onıń úshinshi múyeshin tabıń.
8. Belgisiz múyeshti tabıń.



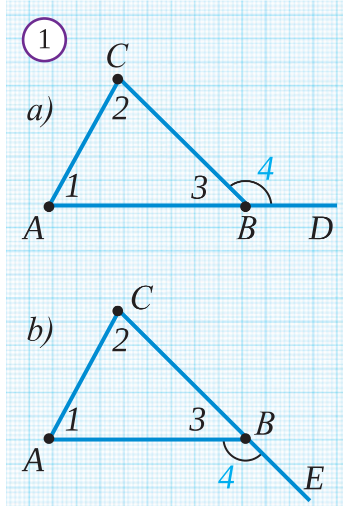
9. Belgisiz múyeshlerdi tabıń.



10. Teoremanıń ámelde durıslıǵın mısalda tekserip kóriń.

42 ÚSHMÚYESHLIKTIŃ SIRTQI MÚYESHINIŃ QÁSIYETI

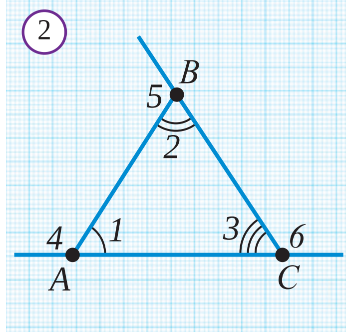
Úshmúyeshliktiń ishki múyeshine qońsılas bolǵan múyesh úshmúyeshliktiń ***sırtqı múyeshi*** dep ataladı.



1-súwrette ABC úshmúyeshliginiń B múyeshine sırtlay bolǵan CBD hám ABE múyeshleri súwretlengen. Solay etip, úshmúyeshlik hár bir tóbesinde eki sırtqı múyeshke iye eken. Bul múyeshler vertikal bolǵanı ushın óz ara teń boladı.

A hám C múyeshleriniń sırtqı múyeshlerin sızıp kórsetiń. Úshmúyeshliktiń múyeshlerin, onıń sırtqı múyeshlerinen parıqlaw ushın ***ishki múyeshler*** dep te ataymız.

Geometriyalq izertlew



2-súwrettegi ABC úshmúyeshliginiń barlıq ishki hám sırtqı múyeshlerin transportir járdeminde ólsheń hám tómendegi múyeshler (hár bir sırtqı múyesh hám oǵan qońsılas bolmaǵan ishki múyeshlerdiń qosındısınıń) diń shamaların óz ara salıstırıń:

a) $\angle 4$ hám $\angle 2 + \angle 3$

b) $\angle 5$ hám $\angle 1 + \angle 3$

c) $\angle 6$ hám $\angle 1 + \angle 2$

Salıstırıw nátiyjesinde qanday juwmaqqa keldińiz. Onı shamalap tastıyıqlaw túrinde ańlatıń.

Úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshi úshmúyeshliktiń oǵan qońsılas bolmaǵan eki ishki múyeshleriniń qosındısına teń.

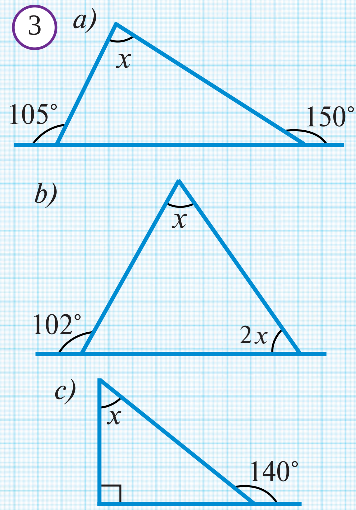
ΔABC, $\angle 4$ – sırtqı múyesh (*1-súwret*)	⇨	$\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$

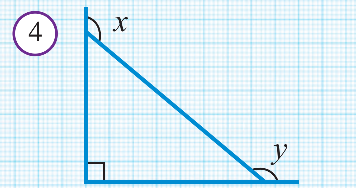
Dálillew. 1-súwretke qaraymız. Onda, qońsılas múyeshlerdiń qásiyeti boyınsha $\angle 3 + \angle 4 = 180°$.

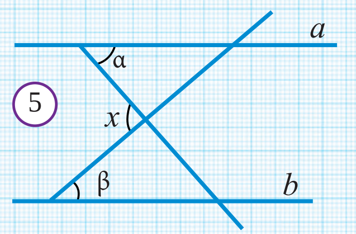
Úshmúyeshliktiń múyeshleriniń qosındısı haqqındaǵı teorema boyınsha $\angle 1 + + \angle 2 + \angle 3 = 180°$.

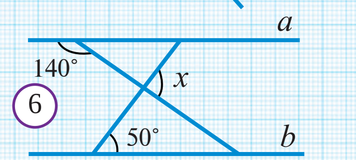
Bul eki teńlikten, $\angle 1+\angle 2\cancel{+\angle 3}=\cancel{\angle 3}+\angle 4$, yaǵnıy $\angle 1+\angle 2=\angle 4$ teńligin payda etemiz. ***Teorema dálillendi.***

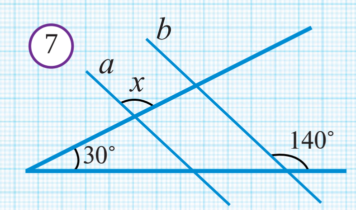
Nátiyje. Úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshi, oǵan qońsılas bolmaǵan, ishki múyeshleriniń hár birinen úlken.

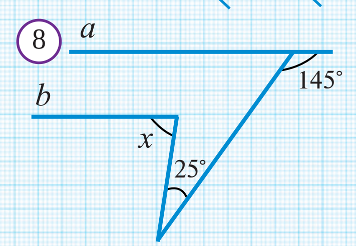
3


4


5


6


7


8


Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Úshmúyeshliktiń sırqı múyeshi degen ne?

2. Úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshi haqqındağı teoremanı túsindiriń.

3. Úshmúyeshliktiń eki sırtqı múyeshi 120º hám 135º bolsa, ishki múyeshlerin tabıń.

4. Úshmúyeshliktiń ishki múyeshleriniń biri 30º qa, sırtqı múyeshleriniń biri 60º qa teń. Úshmúyeshliktiń qalğan ishki múyeshlerin tabıń.

5. 3-súwrettegi belgisiz múyeshti tabıń.

6. 4-súwrette $x+y$=?

7. Eger 5-súwrette $a||b$ bolsa, x=?

8. Eger 6-súwrette $a||b$ bolsa, x=?

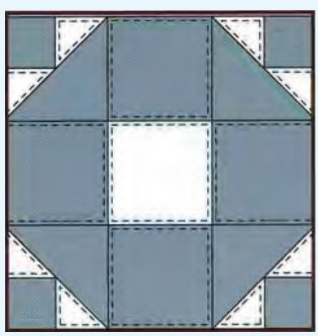
9. Eger 7-súwrette $a||b$ bolsa, x=?

10.* Eger 7-súwrette $a||b$ bolsa, x=?

11. Úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshi súyir bolıwı múmkin be? Eger múmkin bolsa, neshew?

12.* Úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshleriniń qosındısın esaplań.

13. PQR úshmúyeshliktıń P tóbesindegi sirtqı múyeshi 120°, Q tóbesindegi bolsa – 100°.
a) Ushmuyeshliktiń ishki múyeshlerin tabıń.
b) Ushmuyeshliktiń P hám R múyeshleri bissektrisaları arasında súyir múyeshti tabıń.




Joqaridağı úlgiden paydalanip 97- bet, V bap 6-súwrettegi pannolardıń geometriyaliq andazaların sızıń.

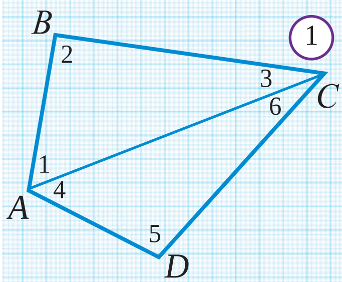
43 MÁSELELER SHESHIW

Másele. Tórtmúyeshliktiń múyeshleriniń qosındısı 360º qa teń ekenligin dálilleń.

Sheshiliwi: Qálegen *ABCD* tórtmúyeshligin sızamız. *A* hám *C* noqatların tutastırıp, onı eki úshmúyeshlikke ajıratamız. *ABC* hám *ADC* úshmúyeshlikleriniń ishki múyeshleriniń qosındısı 180º qa teń (*1-súwret*): $\angle1+\angle2+\angle3=180°$, $\angle4+\angle5+\angle6=180°$.

$\angle A=\angle1+\angle4$ hám $\angle C=\angle3+\angle6$ bolǵanı ushın

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=(\angle1+\angle4)+\angle2+(\angle3+\angle6)+\angle5=$
$=(\angle1+\angle2+\angle3)+(\angle4+\angle5+\angle6)=180°+180°=360°$.

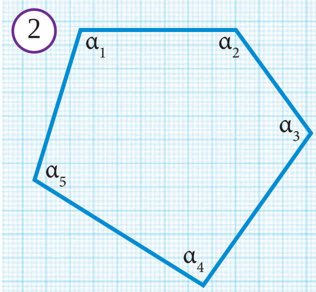


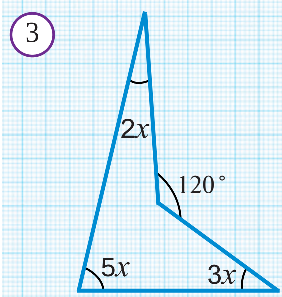
Soraw, másele hám tapsırmalar

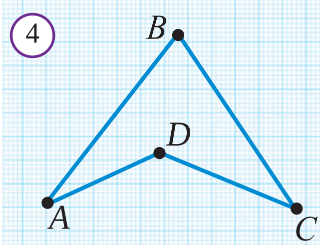
1. Úshmúyeshliktiń eki múyeshiniń ólshemleri 5:9 túrinde, úshinshi múyeshi usı múyeshlerdiń kishisinen 10º qa kishi. Úshmúyeshliktiń ishki múyeshlerin tabıń.
2. Úshmúyeshliktiń 108º lı sırtqı múyeshine qońsılas bolmaǵan ishki múyeshleriniń qatnası 5 : 4 túrinde bolsın. Usı ishki múyeshlerdi tabıń.
3. Úshmúyeshliktiń eki tárepi úshinshi tárepine perpendikulyar bolıwı múmkin be?
4. Úshmúyeshliktiń doǵal sırtqı múyeshleri: a) 1; b) 2; c) 3 bolıwı múmkin be?
5. Úshmúyeshliktiń bir tóbesindegi ishki hám sırtqı múyeshleri teń bolıwı múmkin be?

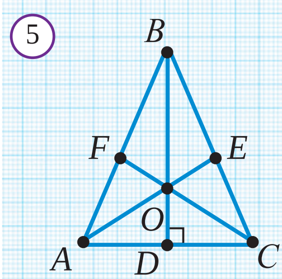
6*. 2-súwrette súwretlengen besmúyeshliktiń múyeshleriniń qosındısın tabıń.

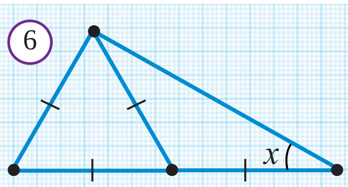
7. 2-súwrette belgisiz múyeshlerdi tabıń.
8. Tórtmúyeshlik dóńes bolmasa (*4-súwret*) dálillewde qanday piker júritiw múmkin?
9. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń bir múyeshi: a) 120º; b) 70º qa teń bolsa, onıń qalǵan múyeshlerin tabıń.
10. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń ultanındaǵı múyeshlerinen biri a) 15º; b) 75º bolsa, qalǵan múyeshleri nege teń?
11. Eki úshmúyeshliktiń barlıq sáykes tárepleri óz ara parallel bolsa, olarǵa sáykes bolǵan múyeshleri de teń bolatuǵının dálilleń.

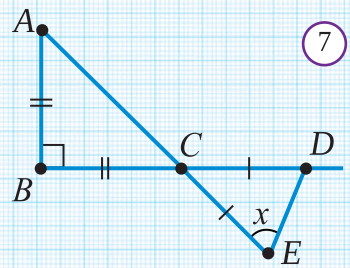


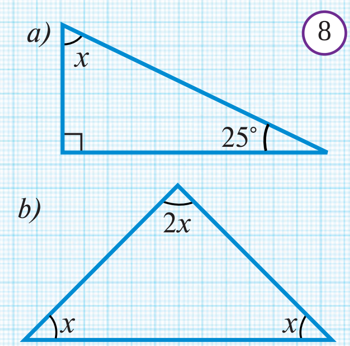












12. Eger 5-súwrette $AB=BC$, $\angle ABC=50°$, AE hám FC – bissektrisaları bolsa, AOB hám EOC múyeshlerin tabıń.

13. 6-súwrettegi belgisiz x múyeshin tabıń.

14. 7-súwrettegi belgisiz x múyeshin tabıń.

15. Eki úshmúyeshliktiń sáykes tárepleri perpendikulyar bolsa, olardıń sáykes múyeshleri teń bola ma? Juwabıńızdı tiykarlań.

16. Qaysı bir úshmúyeshlikti tek bir tuwrı boylap qırqıp eki súyir múyeshli úshmúyeshlik payda etiw múmkin be? Juwabıńızdı tiykarlań.

17. 8-súwrettegi belgisiz x múyeshin tabıń.

18. 9-súwrette a) $x = ?$; b) AD hám BE – bissektrisalar, $\angle BAC = 64°$, $\angle ABC = 96°$, $x = ?$

19. 10-súwrette $a||b$, $x = ?$, $y = ?$

20* Úshmúyeshliktiń múyeshleri α, β, γ ushın

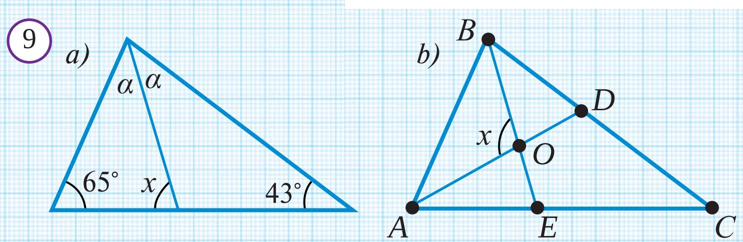
a) $\alpha=\beta+\gamma$;

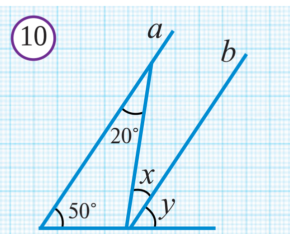
b) $\alpha=(\beta+\gamma)/2$.

bolsa, α tabıń.

21. Ten tárepli úshmúyeshlik múyeshlerin tabıń.

22. Ten qaptallı tuwrı múyeshli úshmúyeshlik múyeshlerin tabıń.





Geometriyalıq anıqlıq hám qısqalıq

Matematikaliq juwmaq anıq bolıwı, kemshiliksiz hám sonıń menen birge imkan qadar qısqa bolıwı kerek. Matematik juwmaq zárúr sózler túsıp qlmaslığı shart, artıqsha sózler de bolmaǵanı maqúl.

1. Tómendegi juwmaqta artıqsha sózlerdi anıqlań:

Eger eki tuwrı sızıq hám kesiwshi payda etken eki ayqısh eki múyesh bir birine teń bolsa, onda bul eki tuwrısızıq parallel boladı.

2. Tiyisli atamalardan paydalanip, tómendegi juwmaqtı ıqshamlań:

a) eń kem tarepli úshmúyeshlik;

b) sheńber orayınan ótıwshi xorda;

c) ultanı qaptal tárepine teń bolǵan teń qaptallı úshmúyeshlik.

44 TUWRI MÚYESHLI ÚSHMÚYESHLIKTIŃ QÁSIYETLERI

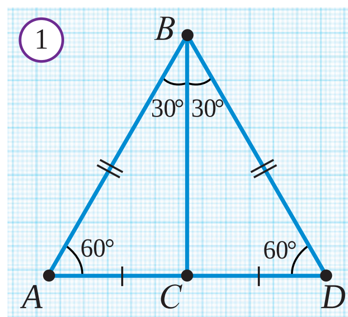
Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń bir múyeshi tuwrı (90º) bolıp, qalǵan eki múyeshi bolsa súyir múyeshlerden ibarat. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń tuwrı múyeshiniń qarsısındaǵı tárepi ***gipotenuza***, qalǵan eki tárepi bolsa ***katet*** dep ataladı. Endi tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń bazı bir qásiyetlerin kórip shıǵayıq.

1-q'asiyet. **Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń eki súyir múyeshleriniń qosındısı 90º qa teń.**

Haqıyqattan da, úshmúyeshliktiń ishki múyeshleriniń qosındısı 180° qa teń. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń bir múyeshi bolsa 90º qa teń. Sonıń ushın, onıń qalǵan eki múyeshleriniń qosındısı 90º qa teń boladı.

1-másele. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń 30º lı múyeshiniń qarsısındaǵı kateti gipotenuzanıń yarımına teń.

Aytayıq, 1-súwrette kórsetilgen ABC tuwrı múyeshli úshmúyeshligi berilgen bolıp, onda $\angle ACB=90°$ hám $\angle ABC=30°$ qa teń bolsın. Onda $\angle BAC=60°$ boladı.



Berilgen úshmúyeshlikke teń bolǵan BCD úshmúyeshligin 1-súwrette kórsetilgendey etip jasaymız. Nátiyjede, barlıq múyeshleri 60º qa teń bolǵan ABD úshmúyeshligine iye bolamız.

Demek, ABD úshmúyeshligi teń tárepli. Sonlıqtan, $AB=AD$ boladı. Biraq,

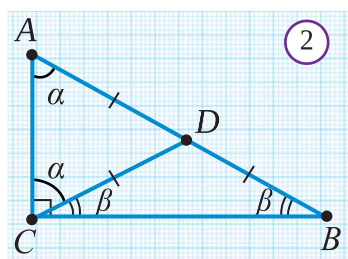
$$AD = AC + CD = 2AC.$$

Solay etip, $AB = 2AC$, yaǵnıy $AC = \frac{AB}{2}$.

2-qásiyet. **Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń katetlerinen biri gipotenuzanıń yarımına teń bolsa, onda ol katet 30º lı múyeshtiń qarama-qarsısında jatadı.**

Ma'sele. 2-qásiyetti dálillen.

2-másele. ABC tuwrı múyeshli úshmúmeshlikte C – tuwrı múyeshi, $AB=12$ va $CD=DB$ bolsa, CD nı tabıń (*2-súwret*).



Sheshiliwi. CDB – teń qaptallı úshmúyeshlik (*2-súwret*).

$\angle ACD=\alpha$, $\angle DCB=\beta$ desek, $\angle\alpha+\beta=90°$. Biraq, $\alpha+\beta=90°$ (1-qásiyet). $\angle A=\alpha$.

Demek, ΔADC – teń qaptallı úshmúyeshlik. Sonıń ushın $AD=CD=DB$, yaǵnıy D noqatı AB kesindisiniń ortası. Sonıń ushın $CD = \frac{AB}{2} = 6$.

Bul máseleni sheshiw barısında $AD=DB$ va $AD=CD$ teńliklerin payda ettik. Olar tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń tómendegi qásiyetin ańlatadı.

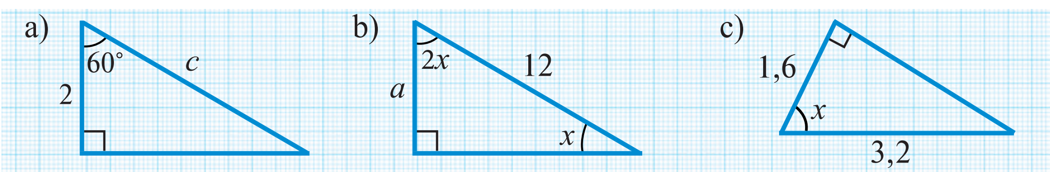
3-qásiyet. **Tuwrı múyeshli úshmúyeshlitiń gipotenuzasına túsirilgen medianası gipotenuzanıń yarımına teń.**

Bul áhmiyetli qásiyetke 8-klasta jáne qaytamız.

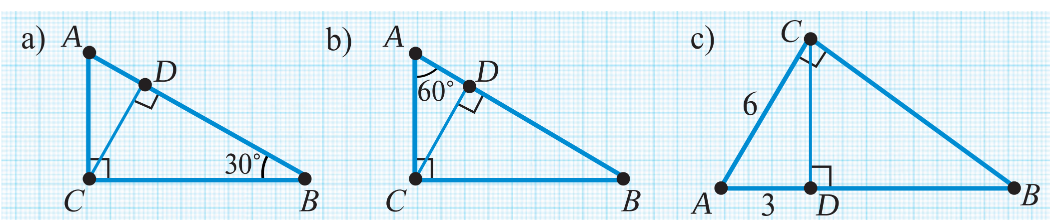
"Mazalı geometriya": Geometriyaliq figuralardağı qandalat ónimleri

Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń tárepleriniń ataması qanday?
2. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń súyir múyeshleriniń qosındısı nege teń?
3. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń múyeshleriniń birewi súyir bolıwı múmkin be?
4. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń neshe biyikligi bar?
5. 30° lı múyeshtiń qarama-qarsısındağı katet penen gipotenuza arasında qanday baylanıs bar?
6* Teń qaptallı tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń gipotenuzasına túsirilgen biyiklik gipotenuzanıń yarımına teń ekenligin kórsetiń.
7. a) $c=?$ b) $a=?$ c) $x=?$



8. a) $AB=20$, $AD=?$ b) $AB=18$, $BD=?$ c) $BD=?$

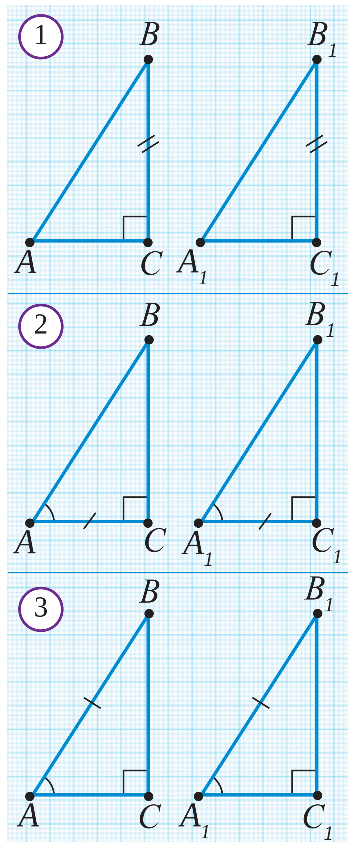


9. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń gipotenuzasına túsirilgen medianası 8 sm. Eger úshmúyeshliktiń bir múyeshi 60° qa teń bolsa, bul múyeshke irgeles jatqan táreplerin tabıń.
10. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń bir súyir múyeshi ekinshisinen 2 márte úlken. Onıń kishi tárepi 6 sm bolsa, úlken tárepin tabıń.

45 TUWRI MÚYESHLI ÚSHMÚYESHLIKLERDIŃ TEŃLIK BELGILERI

Shınıǵıw. ABC hám $A_1B_1C_1$ tuwrı múyeshli úshmúyeshlikleri berilgen bolsın. Bul úshmúyeshliklerdiń bir múyeshi tuwrı múyesh bolǵanı ushın, bul múyeshler barqulla óz ara teń boladı. Sonlıqtan, tuwrı múyeshli úshmúyeshlikler ushın úshmúyeshliklerdiń teńlik belgileri bir qansha ápiwayılasadı.

Tuwrı múyeshli úshmúyeshlikler ushın eki katet boyınsha (KK belgisi), katet hám súyir múyesh boyınsha (KM belgisi), gipotenuza hám súyir múyesh boyınsha (GM belgisi) hám gipotenuza hám katet boyınsha (GK belgisi) sıyaqlı teńlik belgilerin ketiremiz.



Teorema (KK belgisi). **Bir tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń katetleri ekinshi tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń katetlerine sáykes túrde teń bolsa, bul úshmúyeshlikler óz ara teń boladı** (*1-súwret*)**.**

Bul belgi úshmúyeshliklerdiń teńliginiń TMT – belgisinen tikkeley kelip shıǵadı.

Teorema (KM belgisi). **Bir tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń kateti hám oǵan irgeles jatqan súyir múyeshi, ekinshi tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń kateti hám oǵan irgeles jatqan súyir múyeshine teń bolsa, bul úshmúyeshlikler óz ara ten boladı** (*2-súwret*)**.**

Bul belgi úshmúyeshliklerdiń teńliginiń MTM – belgisinen tikkeley kelip shıǵadı.

Teorema (GM belgisi). **Bir tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń gipotenuzası hám bir súyir múyeshi, ekinshi tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń gipotenuzası hám bir súyir múyeshine teń bolsa, bul úshmúyeshlikler óz ara teń boladı** (*3-súwret*)**.**

Bul belgi u’shmu’yeshliklerdin’ ten’liginin’ MTM – belgisinen tikkeley kelip shıg’adı.

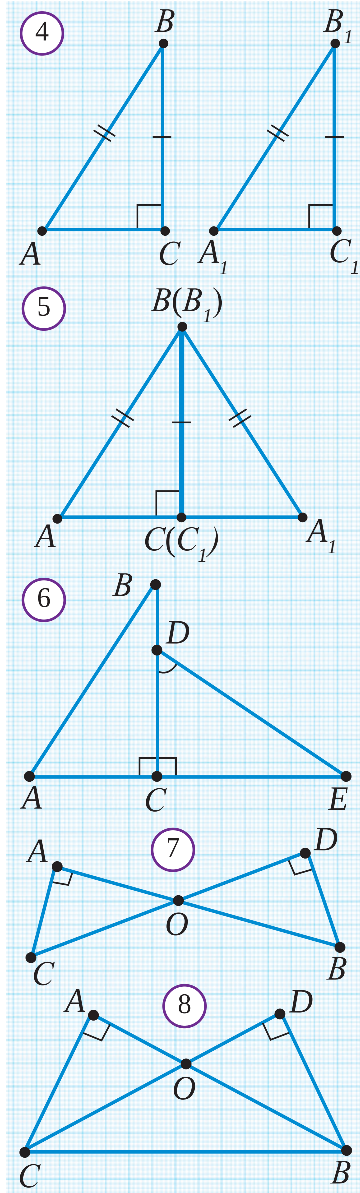
Teorema (GK belgisi). **Bir tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń gipotenuzası hám bir kateti ekinshi tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń gipotenuzası hám bir katetine teń bolsa, bul úshmúyeshlikler óz ara teń boladı** (*4-súwret*)**.**

Dálillew. ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshlikleriniń eki-ekiden tárepleri óz ara teń $\angle C = 90°$, $\angle C_1 = 90°$, $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$.

Eger ABC hám $A_1B_1C_1$ múyeshleriniń teńligin kórsetsek, TMT begisi boyınsha úshmúyeshlikler óz ara teń boladı.

Bunıń ushın, $A_1B_1C_1$ úshmúyeshligin ABC úshmúyeshligi menen, BC hám B_1C_1 katetleriústpe-úst túsetuǵınday etip qaptallastırıp qoyamız (5-súwret). Bul jaǵdayda, $\angle C$ hám $\angle C_1$ tuwrı múyesh bolǵanlıǵı ushın CA hám C_1A_1 nurları jayıq múyeshti quraydı, yaǵnıy A, C, C_1 hám A_1 noqatları bir tuwrıda jatadı. Nátiyjede, ABA_1 teń qaptallı úshmúyeshlik boladı. Biraq, teń qaptallı úshmúyeshlikte ultanǵa túsirilgen biyiklik bissektrisa da boladı (61-bettegi teoremanıń juwmaǵı boyınsha). Demek, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$.

GK belgisi dálillendi.



Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Ne sebepten tuwrı múyeshli úshmúyeshliklerdin teńlik belgileri ápiwayı úshmúyeshliklerdikine qaraǵanda ápiwayıraq esaplanadı?
2. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliklerdiń teńliginiń belgilerin aytıp beriń hám túsindiriń.
3. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliklerdiń bir kateti hám bir múyeshi sáykes túrde teń bolsa, onda bul úshmúyeshlikler teń bola ma?
4. Eger 6-súwtrette:
   a) $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$; b) $BC = DE$, $AB = CE$; c) $AC = CD$, $BC = CE$; d) $AB = DE$ bolsa, ACB hám DCE úshmúyeshlikleri teń bola ma?
5. Eger 7-súwtrette: a) $OC = OB$; b) $AC = BD$; c) $AO = OD$; d) $AC = OD$; e) $\angle OCA = \angle OBD$ bolsa, OAC hám ODB úshmúyeshlikleri teń bola ma?
6. Tuwrı múyeshli ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshliklerinde A hám A_1 tuwrı múyeshleri, BD hám B_1D_1 lar bissektrisalar hám $\angle B = \angle B_1$, $BD = B_1D_1$ bolsa, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ ekenligin dálilleń.
7. Eger 8-súwtrette: a) $AC = BD$; b) $OA = OD$;
   c) $\angle OCB = \angle OBC$; d) $BC = OD$; e) $\angle ACB = \angle DBC$ bolsa, BAC hám CDB úshmúyeshlikler teń bola ma?
8. ABC úshmúyeshliginde BD biyikligi júrgizilgen. Eger $AD = DC$ bolsa, ABC úshmúyeshliginiń teń qaptallı ekenligin dálilleń.
9. Súyir múyeshli ABC úshmúyeshliginde AA_1 hám CC_1 biyiklikleri teń. $\angle BAC = \angle BCA$ teńligin dálilleń.

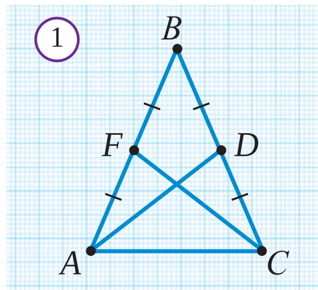
46 MÁSELELER SHESHIW

Másele. Teń qaptalli ABC úshmuyeshliktiń qaptal tárepilerine AD hám CF medianalar túsirilgen. $\Delta ADC=\Delta CFA$ hám $\Delta ADB=\Delta CFB$ ekenligin dálilleń (*1-súwret*).

ΔABC, $AB=BC$, AD hám CF – medianalar ⇒ $\Delta ADC = \Delta CFA$; $\Delta ADB = \Delta CFB$

Dálillew. $AB = BC$ bolǵanı ushın, bul táreplerden AD hám CF medianalar ajıratqan kesindiler óz ara teń boladı:

$$AF = FB = BD = CD. \quad (1)$$



a) ADC hám CFA úshmúyeshlikler de:

1. $\angle ACD = \angle FAC$, sebebi ΔABC – teń qaptallı;
2. AC tárep ulıwma;
3. $AF = CD$ – (1) teńlikten.

Demek úshmúyeshlik teńliginiń TMT belgisi boyınsha $\Delta ADC = \Delta CFA$.

b) $\Delta ADB = \Delta CFB$ ekenligin óz betinshe dálilleń.

1. Teń tárepli ABC úshmúyeshlik medianaları O noqatta kesilisedi. $\angle AOB$ múyeshti tabıń.

2. Eger ushmuyeshlik múyeshleri usı sanlarǵa proporsional bolsa, olardı tabıń: a) 1, 2, 3; b) 2, 3, 4; c) 3, 4, 5; d) 4, 5, 6; e) 5, 6, 7.

3. Úshmúyeshlikte: a) eki doǵal múyesh; b) doǵal hám tuwrı múyesh; c) eki tuwrı múyesh bolıwı múmkin be?

4. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń ultandaǵı múyeshi doǵal bola alama?

5. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń múyeshlerinen biri 100^o qa teń. Qalǵan múyeshlerdi tabıń.

6. Teń tárepli úshmúyeshliktiń múyeshleri nege teń?

7. Eger teń qaptallı úshmúyeshliktiń múyeshlerinen biri 60^o qa teń bola, onda bul úshmúyeshlik teń tárepli úshmúyeshlik bolama?

8. Ultanı AC bolǵan ABC teń qaptalli úshmúyeshlikte CD bissektrisa júrgizildi. ABC múyesh: a) 60^o; b) 75^o qa teń bolsa, úshmúyeshlik múyeshlerin tabıń.

9. ABC úshmúyeshliktiń A hám B tóbelerinen bissektrisalar júrgizilgen. Bissektrisalardın kesisiw noqatın D menen belgilengen. Eger $\angle A=50°$, $\angle B=50°$ bo'lsa, ADB múyeshti tabıń.

10. Kerisinshe oylapw menen tómendegishe dálilleyik:
a) eger eki kesiwshi tuwrı sızıq úshinshi tuwrı sızıq penen kesilgen bolsa, onda payda bolǵan ishki bir tárepleme múyeshler qosındısı 180º qa teń emes; b) eger eki tuwrı sızıqkesiwshi eki tuwrı sızıqtan birine perpendikuluar bolsa, onda ol ekinshi tuwrı sızıqqa perpendikulyar emes; c) eger úshmúyeshliktın eki múyeshi teń bolmasa, onda ol teń qaptalli ushmúyeshlik emes.

11. Bir úshmuyeshlik 60º hám 38º múyeshlerge, ekinshi úshmúyeshlik 38º hám 82º múyeshlerge iye. Bul úúshmúyeshlikler teń bolıwı múmkinbe?

12. Bir úshmuyeshlik 32º hám 50º múyeshlerge, ekinshi úshmúyeshlik 38º hám 50º múyeshlerge iye. Bul úúshmúyeshlikler teń bolıwı múmkinbe?

13. *ABC* teń tárepli úshmúyeshliktiń tóbelerı arqalı qarsısındaǵı táreplerge tuwrı sızıqlar júrǵizilgen. Júrgizılgen tuwrı sızıqlar kesiwshinihám olar kesilisiw noqatları ten tárepli úshmúyeshliktiń tóbeleri ekenin dálilleń.

14. *ABC* úshmúyeshlik berilgen. *AC* tárepke tiyisli bolıp, $\angle ABX=\angle CXB$ shartin qanaatlandıratuǵın *X* noqattıń bar ekenligin dálilleń.

15. Parallel túwrı sızıqlardı úshinsi túwrı sızıq penen keskende payda bolgan eki ishki bir tárepleme múyeshlerdiń bissektrisaları qanday múyesh astında kesilesedı?

16. Teń qaptalli úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshlerinen biri 70º qa teń. Úshmúyeshliktiń múyeshlerin tabıń.

17. Tuwrı múyeshli úshmúyeshlikte 30ºlı qarsı jatqan katet, gipotenuzanıń yarımına teń ekenligin dálilleń.

18. Tuwrı múyeshli teń qaptallı ushmuyeshliktiń múyeshlerin tabıń.

19. Teń tárepli *ABC* úshmúyeshliktiń *AD* medianası jurgizilgen. *ABD* úshmúyeshliktın múyeshlerin tabıń.

20. *ABC* úshmúyeshliktın *BD* medianası *AC* táreptiń yarımına teń. Úshmúyeshliktiń *B* múyeshin tabıń.

21. *a* tuwri sızıq *BC* kesindiniń ortasınan ótedı. *B*, *C* noqatları *a* tuwrı sızıqtan birdey uzaqlıqta jatatugınlıgın dálilleń.

22. *BC* kesindi *a* tuwrı sızıqtı *O* noqatta kesip ótedi. *B* ham *C* noqatlardan *a* tuwri sızıqqa shekemgi aralıqlar óz ara teń. *O* noqat *BC* kesindisi ortası ekenligin dálilleń.

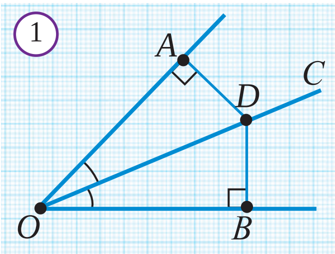
23. Tuwrı sıziqtıń qálegen eki noqatınan oǵan parallel bolǵan tuwrı sızıqqa shekem aralıqlar teń ekenligin dálilleń.

24. Teń tárepli úshmúyeshliktıń tóbelerınen usı tóbesı qarsısında jatıwshı tuwrı sızıqlarǵa shekemgi aralıq teń ekenligin dálilleń.

47 MÚYESH BISSEKTRISASINIŃ QÁSIYETI

Yadıńızda bolsa, noqattan tuwrıǵa shekemgi bolǵan aralıq dep, noqattan tuwrıǵa túsirilgen perpendikulyar uzınlıǵına aytılǵan edi.

Múyesh bissektrisasınıń qálegen noqatınan múyeshtiń táreplerine shekem bolǵan aralıqlar óz ara teń.

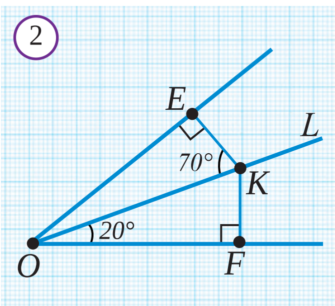


Dálillew. Aytayıq, O múyeshi hám onıń OC bissektrisası berilgen bolsın (1-súwret). OC bissektrisada qálegen D noqatın alamız hám berilgen múyeshtiń táreplerine DA hám DB perpendikulyarların túsiremiz.

OAD hám OBD tuwrı múyeshli úshmúyeshlerinde:

1. $\angle AOD = \angle BOD$ – shárt boyınsha;
2. OD – ulıwma gipotenuza.

Tuwrı múyeshli úshmúyeshliklerdiń teńliginiń GB – belgisi boyınsha, $\Delta OAD = \Delta OBD$. Sonlıqtan, $DA = DB$. ***Teorema isbotlandi.***



Másele. $\angle EOF$ múyeshiniń OL bissektrisasında K noqatı belgilengen (*2-súwret*). Eger $EK \perp OE$, $KF \perp OF$ hám $\angle KOF = 20°$ bolsa,

a) $\angle EOK$ hám $\angle OKF$ múyeshlerin;

b) $\angle EOF$ hám $\angle EKF$ múyeshlerin tabıń.

Sheshiliwi: a) Joqarıda qarap ótilgendey, $\Delta EOK = \Delta FOK$. Sonıń ushın $\angle EOK = \angle FOK = 20°$ hám $\angle OKF = \angle OKE = 90° - 20° = 70°$.

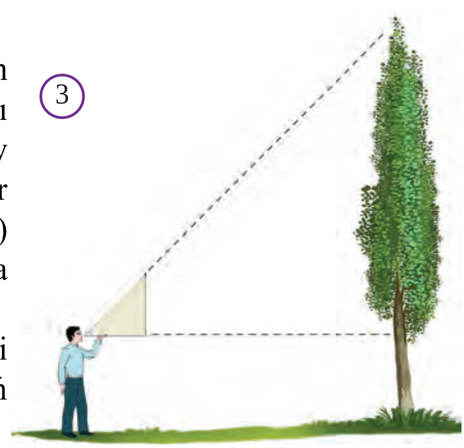
b) $\angle EOF = 2 \cdot \angle KOF = 40°$, $\angle FKE = \angle FKO + \angle OKE = 70° + 70° = 140°$.

Juwabı: a) 20° va 70°; b) 40° va 140°.

Ámeliy tapsırma

Terektiń biyikligin ólsheń. Gazeta betin búklep, bir múyeshtiń 45° ǵa teń bolǵan tuwrı múyeshli úshmúyeshlik jasaymız. Soń sonday noqattı belgileymiz, 1) úshmúyeshliktiń bir kateti vertikal, bir kateti gorizontal bolsın; 2) terektiń tóbesi gipotenuza boyınsha ótken nurda jatsın (*3-súwret*).

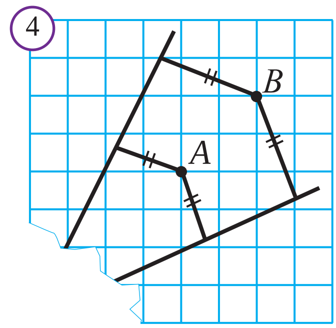
Eger turǵan noqatımızdan terekke shekemgi aralıqtı ólshep,oǵan boyımızdı qoysaq, terektiń biyikligi kelip shıǵadı.



Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Múyesh bissektrisasınıń qálegen noqatı onıń táreplerinen teńdey qashıqlıqta ekenligin dálilleń.
2. Múyesh AOB múyeshiniń bissektrisasında alınǵan noqattan OA nurına shekem bolǵan aralıq 7 *sm* bolsa, usı noqattan OB nurına shekem bolǵan aralıqtı tabıń.
3. O múyeshi hám onıń bissektrisasında C noqatı berilgen. Eger $\angle O = 60°$ hám OC = 14 *sm* bolsa, C noqatınan múyeshtiń táreplerine shekem bolǵan aralıqtı tabıń.
4. AOB múyeshi ishinde N noqatı alınǵan. Eger $AN=BN$, $OA \perp AN$ hám $OB \perp BN$ bolsa, N noqatı AOB múyeshiniń bissektrisasında jatatuǵının dálilleń.

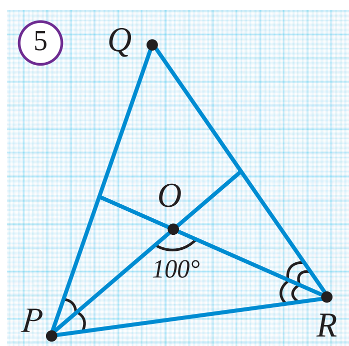
5.* Qaǵazdıń múyesh tobesi jaylasqan bólegi jırtıp alınǵan 4-súwret. Eger bul múyesh bissektrisası jatqan bul noqat málim bolsabissektrisa ózın tikley alasızba. A hám B noqatları múyeshtiń táreplerinen teńdey qashıqlıqta ekenligi belgili. Múyeshtiń bissektrisasın qalay jasaw múmkin?



6.* Úshmúyeshliktiń eki bissektrisasınıń kesilisken noqatı úshmúyeshliktiń úsh tárepinen teńdey qashıqlıqta ekenligin dálilleń.

7.* Teń qaptallı ABC va $A_1B_1C_1$ úshmúyeshlikleriniń AC hám A_1C_1 ultanları hám ultanlarına túsirilgen BD hám B_1D_1 biyiklikleri teń. $ABC= =A_1B_1C_1$ teńligin dálilleń.

8.* ABC úshmúyeshlik A hám B muyeshleri bissektrisları O noqatta kesilisedi. $\angle AOB = 90° + \dfrac{\angle C}{2}$ teńligin dálilleń.



9.* PQR úshmúyeshlik P hám R múyeshleriniń bissektrisaları O noqatta kesilisedi (*5-súwret*). Eger $\angle POR = 100°$ bolsa, $\angle PQR$ di tabıń.

10.* Ushmuyeshliktiń úsh bissektrisası bir noqatta kesilisiwin dálilleń.

11.* MNK ushmúyeshliginiń bissektrisas O noqatta kesisedi. Eger $\angle M = 70°$, $\angle N = 68°$ bolsa, $\angle MON$ di tabıń.

Tarixtan úzindi

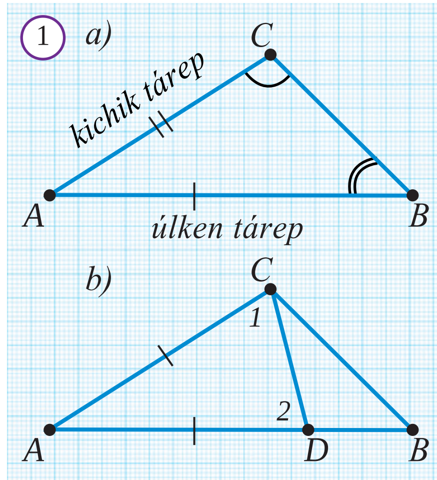
Evklidtın 5-postulatı

Evklidtın 5-postulatın basqasha aksiomalardan faydalanip dálillewge, sonday aq kerisinshe oylaw uzilin qollap dálillewge baǵishlanǵan kóplep urınıwla bolǵan. Sonda alımlardan biri Sakkeri (1733) óz jumısın júdá qızıq ataǵan. "Tuwma daǵlardan tazalanǵan Evklid yaki universal geometriyaniń birinshi printsiplerin ornatqan tájiriybe". Tillekke qarsı Sakkerd hám basqa alımlardıń hám urınıwları zaya ketken. XIX ásirde Evklidtiń 5-postulatın dálillew múmkin emesligin dálillendi!

48 ÚSHMÚYESHLIKTIŃ TÁREPLERI HÁM MÚYESHLERI ARASINDAĞI QATNASLAR

Teorema. **Úshmúyeshliktiń úlken tárepiniń qarama-qarsısında úlken múyesh jatadı (*1a-súwret*).**

$\Delta ABC,\ AB>AC$ ⇨ $\angle C > \angle B$



Dálillew. AB nurına AC tárepine teń bolğan AD kesindisin qoyamız. $AD=AC$ bolğanı ushın $AD<AB$. Bunnan D noqatı AB kesindisi ishinde jatadı, yağnıy CD kesindi ΔABC úshmúyeshlikti ekige bóledi. Endi sonday piker júritemiz:

$\angle ACB > \angle ACD$ – CD kesindisi ΔACB ishinen ótkeni ushın;

$\angle ADC = \angle ACD$ – teń qaptallı ΔABC ultandağı múyeshler;

$\angle ADC > \angle ABC$ – $\angle ADC$ múyesh ΔCDB nıń sırtqı múyeshi bolğanı ushın.

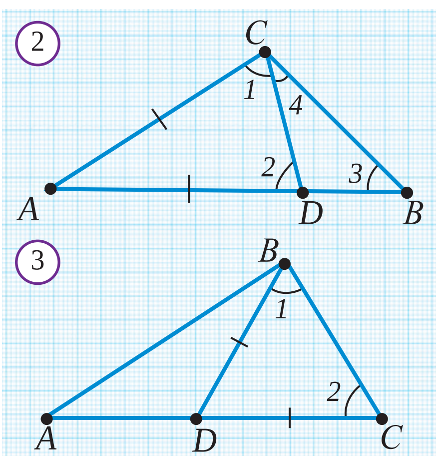
Solay etip, $\angle ACB > \angle ABC$. ***Teorema dálillendi.***

Sonday-aq, bul teoremağa keri teorema da orınlı.

Keri teorema. **Úshmúyeshliktiń úlken múyeshi qarama-qarsısında úlken tárep jatadı.**

Bul teoremanıń dálilleniwin óz betinshe orınlań.

Nátiyje. ***Teń qaptallı úshmúyeshlikte teń tárepleri qarama-qarsısında teń múyeshler jatadı.***



1-másele. 2-súwrette berilgen mağlıwmattan paydalanıp, $\angle 1>\angle 3$ ekenligin dálilleń.

Sheshiliwi: $\angle 2>\angle 3$ ekenligi belgili, sebebi $\angle 2$ – BDC úshmúyeshliginiń sırtqı múyeshi bolıp, sırtqı múyeshtiń qásiyeti boyınsha, $\angle 2=\angle 3+\angle 4$ hám $\angle 4>0$. ACD – teng yonli uchburchak bólganı uchun $\angle 1=\angle 2$. Demek, $\angle 1>\angle 3$ boladı.

2-másele. 3-súwrette berilgenlerden paydalanıp, $AB<AC$ ekenligin kórsetiń.

Yechilishi: BDC – teń qaptallı úshmúyeshlik (sebebi $BD=DC$), demek, $\angle 1=\angle 2$ boladı. $\angle 1<\angle ABC$ bolğanı ushın $\angle 2<\angle ABC$. Úlken múyeshtiń qarama-qarsında úlken tárep jatqanı ushın $AB<AC$ boladı.

Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Úshmúyeshliktiń úlken tárepi qarama-qarsısında úlken múyesh hám kerisinshe, úlken múyesh qarama-qarsısında úlken tárep jatıwın dálilleń.
2. *ABC* úshmúyeshlikte *AB*=12 *sm*, *BC*=10 *sm*, *CA*=7 *sm* bolsa, úshmúyeshliktiń úlken hám eń kishi múyeshleri qaysı.
3. *ABC* úshmúyeshlikte a) *AB*<*BC*<*AC*; b) *AB*=*AC*<*BC* bolsa, úshmúyeshliktiń múyeshlerin salıstırıń. *A* múyeshi doǵal múyesh bolıwı múmkin be?
4. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń tóbesindegi múyeshi 62º bolsa, onıń qaysı tárepi úlken boladı? 58º bolsa-she?
5. Úshmúyeshliktiń doǵal múyeshi qarama-qarsısında kishi tárep jatıwı múmkin be?
6. *ABC* úshmúyeshlikte a) $\angle A>\angle B>\angle C$; b) $\angle A=\angle B<\angle C$ bolsa, úshmúyeshliktiń tároplerin salıstırıń.
7. Úshmúyeshliktiń úlken múyeshi 60º dan kishi bolıwı múmkin be?
8. Teń tárepli úshmúyeshliktiń eki bissektrisası kesiliskende payda bolatuǵın múyeshlerdi tabıń.

9.* *ABC* úshmúyeshlikte *AB*>*BC* hám $\angle A=60°$ bolsa, *B* múyeshi qanday mánislerdi qabıl etedi?

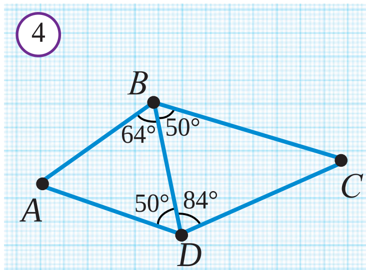
10.* Úshmúyeshliktiń α, β hám γ múyeshleri ushın $\alpha<\beta+\gamma, \beta<\alpha+\gamma, \gamma<\alpha+\beta$ qatnasları orınlı bolsa, bul qanday úshmúyeshlik boladı?

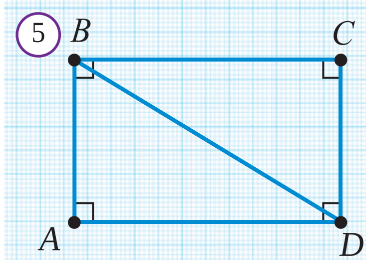
11.* 4-súwretten eń úlken hám eń kishi kesindilerdi kórsetiń. Juwabıńızdı túsindiriń.

12. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń gipotenuzası úlken be? Yamasa kateti me?

13. *ABC* hám *PQR* úshmúyeshlikler teń. $\angle A=\angle B<\angle A$ hám $PQ<QR$ bolsa,
a) *ABC* úshmúyeshlik tárepleriin;
b) *PQR* úshmúyeshlik tareplerin hám múyeshlerın salıstırıń.

14.* Tuwrı tórtmúyeshliktıń qarama-qarsı tárepleri teńekenligin dálilleń (*5-súwret*).

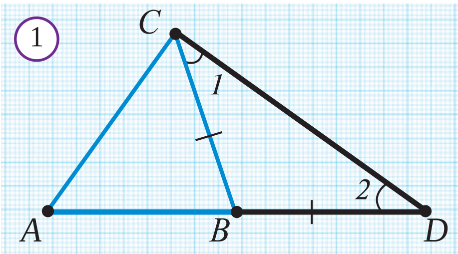




49 ÚSHMÚYESHLIKTIŃ TEŃSIZLIGI

Úshmúyeshliktiń qálegen bir tárepi qaǵan eki tárepiniń qosındısınan kishi.

ΔABC – *úshmúyesh* (*1-súwret*) ⇒ $AC < AB + BC$



Dálillew. AB tuwrısında BC kesindige teń BD kesindisin qoyamız hám C hám D noqatların tutastıramız (*1-súwret*). Nátiyjede, BCD teń qaptallı úshmúyeshlik payda boladı. Onda, $\angle 1 = \angle 2$, sebebi $BC=BD$. Sızılmadan kórinip turǵanınday, $\angle ACD > \angle 1$.

Bul jaǵdayda, $\angle ACD > \angle 2$, sebebi $\angle 1 = \angle 2$. Bul múyeshler ACD úshmúyeshligine tiyisli. Endi úlken múyesh qarama-qarsısında úlken tárep jatıwın esapqa alsaq, $AC < AD$ teńsizlikke iye bolamız.

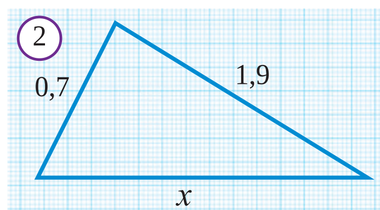
Bul jaǵdayda, $AC < AB + BD$ sebebi $AD = AB + BD$. Onnan $BD=BC$ ekenligin esapqa alsaq, $AC < AB + BC$ nı payda etemiz. ***Teorema dálillendi.***

1-nátiyje. Bir tuwrıda jatpaytuǵın qálegen úsh A, B hám C noqatı ushın $AC < AB + BC$, $AB < AC + BC$ hám $BC < AB + AC$ teńsizlikleri orınlı.

Bul teńsizliklerdiń hár biri ***úshmúyeshlik teńsizligi*** dep ataladı.

Másele. **Bir tuwrıda atpaytuǵın qálegen úsh** *A, B, C* **noqatı ushın** $AC \leq AB + BC$ **bolıwın dálilleń. Qashan** $AC = AB + AC$ **boladı?**

1-másele. Úshmúyeshliktiń eki tárepi 0,7 hám 1,9. Eger úshinshi tárepi pútin san ekenligi belgili bolsa, onı tabıń (*2-súwret*).



Shesiliwi: Úshinshi belgisiz tárepi:

$1{,}9 + 0{,}7 = 2{,}6$ den kishi,

$1{,}9 - 0{,}7 = 1{,}2$ den úlken.

Pútin san bolganı úshún juwab: 2.

2-nátiyje. Úshmúyeshliktiń qálegen bir tárepi qalǵaneki tárepi uzınlıqları ayırmasınan úlken.

Haqiyqattan da, $AB < AC + BC$, kórinisindegi úshmúyeshlik teńsızliklerinen birin alip tómendegishe almastırıwdı orınlaymız: $AB - AC < BC$ yoki $BC > AB - AC$.

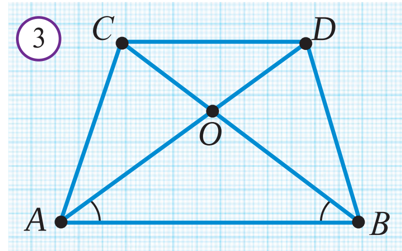
2-másele. $ABCD$ tórtmúyeshlikte AC hám BD kesindileri óz ara kesilisedi (*3-súwret*). Tórtmúyeshlikte perimetri P bolsın. Onda $\frac{1}{2}P < AC + BD < P$ qos teńsizligi orınli bolıwın dálilleń.

AC hám BD kesindiler O noqatta kesilissin.

Shesiliwi: Aldın sheptegi teńsizlikti dálilleymiz. AOB, BOC, COD hám AOD úshmúyeshliklerge úshmúyeshlik teńsizligin qollap,

$$AB < OA + OB, \quad BC < OB + OC, \quad CD < OC + OD, \quad DA < OD + OA$$

teńsızliklerin payda etemiz. Bul tańsizliktiń sáykes bóleklerin ağzama-ağza qosıp, $AB + BC + CD + DA < 2OA + 2OB + 2OC + 2OD$ tensizlikke iye bolamız. Oni ağzama ağza 2 ge bólsek hám $OA + OC = AC$, $OB + OD = BD$ ekenliginen,



$$\frac{1}{2}P < AC + BD \text{ kelip shıgadı.}$$

Endı talap etilgen 2-teńsizlikti dálilleymiz. ABD hám BDC ushmúyeshliklerge úshmúyeshlik teńsizligin qollap,

$$BD < AB + DA, \quad BD < BC + CD$$

teńızligine iye bolamız, olardı saykes bólimlerin ağzama ağza qosıp

$$2BD < P \quad \text{yamasa} \quad BD < \frac{1}{2}P.$$

Sol sıyaqli $AC < \frac{1}{2}P$ kórsetiledi. Keyingi eki teńsizlikten

$$AC + BD < \frac{1}{2}P + \frac{1}{2}P = P$$

– bul dálillew kerek bolğan ekinshi teńsızlik.

Másele. 4-súwrette suwretlengen halatalr bolıwı múmkinbe?

Kontr misal. *Bazi bir tastıyıqlawdı biykar etiw ushın jeterli mısal* ***kontr mısal*** *delinedi.* Máselen, múyesh 120º, 30º, 30º bolğan úshmúyeshlik joqarıda keltitilgen mısalğá kontr mısal bola aladı.

Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Úshmúyeshliktiń teńsizliginiń mazmunı neden ibarat?

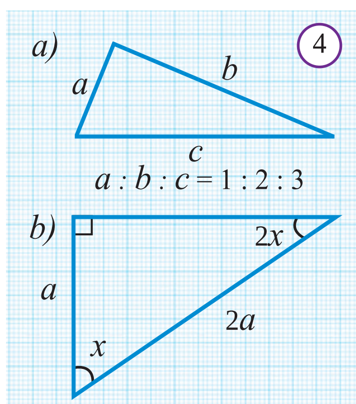
2. Úshmúyeshliktiń teńsizligi qanday máselelerdi sheshiwde qollanıladı?

3. Uzınlıqları 1 *m*, 2 *m* hám 3 *m* bolğan kesindilerden úshmúyeshlik jasaw múmki be?

4. Tárepleri: a) 2; 3; 4; b) 2; 2; 4; c) 3,6; 1,8; 5; d) 56; 38; 19 bolğan úshmúyeshlik bar ma?

5. Teń qaptallı úshm'yeshliktiń tárepleri: a) 7 hám 3; b) 10 hám 5; c) 8 hám 5 bolsa, úshinshi tárepin tabıń.

6. Máseleniń beriliwi durıs pa (*4-súwret*)?



7. Úshmúyeshliktiń qálegen tárepi onıń qalğan eki tárepiniń ayırmasınan úlken bolatuğının dálilleń.

8. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń perimetri 25 *sm*, bir tárepi ekinshi tárepinen 4 *sm* artıq hám sırtqı múyeshleriniń biri súyir bolsa, úshmúyeshliklerdiń tareplerin tabıń.

9.* Uzınlıqları 2; 3; 4; 5 hám 6 ğa teń kesindilerden neshe túrli úshmúyeshlik jasaw múmkin?

50 BAP BOYINSHA TÁKIRARLAW

1. Bos qaldırılǵan orınlardı logikalıq jaqtan durıs sózler menen tolıqtırıń.

1. Úshmúyeshliktiń ishki múyeshine .... úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshi dep ataladı.
2. Úshmúyeshlik .... 180° qa teń.
3. Eki múyshiniń qosındısı 90º qa teń bolǵan úshmúyeshlik .... boladı.
4. Úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshi oǵan qońsılas bolmaǵan .... boladı.
5. Eger úshmúyeshliktiń bir múyeshi doǵal múyesh bolsa, qalǵan eki ....
6. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń múyeshleri .... bola almaydı.
7. Úshmúyeshliktiń hár bir tárepi qalǵan tárepleriniń qosındısınan ....
8. Eki tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń gipotenuzası hám .... teń bolsa, bul úshmúyeshlikler teń boladı.
9. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń katetleri teń bolsa, ol .... boladı.
10. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń gipotenuzasına túsirilgen .... usı gipotenuzanıń yarımına teń.
11. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń kateti .... bolsa, ol 30º lı múyesh qarama-qarsısında jatadı.
12. Múyesh táreplerinen teńdey aralıqta uzaqlasqan noqat usı múyeshtiń .... jatadı.

2. Tómende keltirilgen gáplerde qáte bolsa, onı tabıń hám dúzetiiń.

1. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliklerdiń gipotenuzası hám bir múyeshi teń bolsa, bul úshmúyeshlikler teń boladı.
2. Úshmúyeshliktiń ishki hám sırtqı múyeshleriniń qosındısı 180º qa teń.
3. Úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshi, eki ishki múyeshleriniń qosındısına teń.
4. Úshmúyeshliktiń úlken tárepi qarama-qarsısında kishi múyeshi, úlken múyeshi qarama-qarsısında kishi tárepi jatadı.
5. Úshmúyeshliktiń hár bir tárepi qalǵan tárepleriniń ayırmasınan kishi.
6. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń tek ǵana bir biyikligi bar.
7. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń kateti gipotenuzasınıń yarımına teń.
8. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń biyikligi gipotenuzasınıń yarımına teń.
9. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliklerdiń gipotenuzaları teń bolsa, bul úshmúyeshlikler de teń boladı.

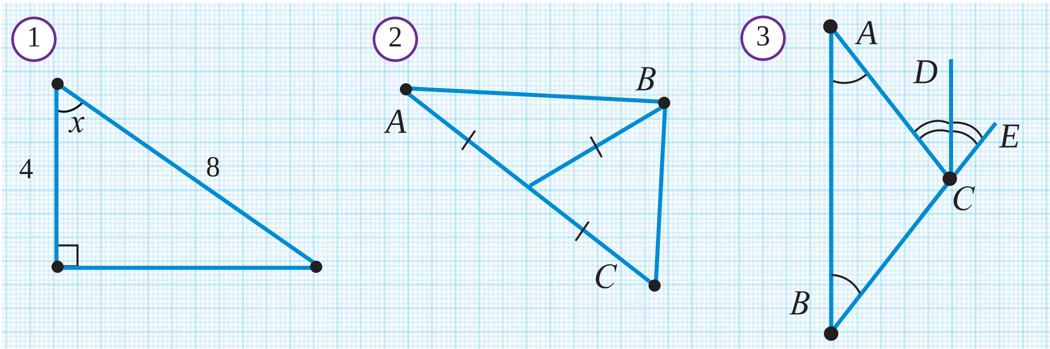
10. Úshmúyeshliktiń ishki múyeshi onıń qalǵan eki múyeshiniń qosındısınan barqulla kishi boladı.
11. Úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshleri barqulla doǵal múyesh boladı.

3. Kestede keltirilgen qásiyetler hám talqılawǵa sáykes keliwshi geometriyalıq túsiniklerdi tabıń.

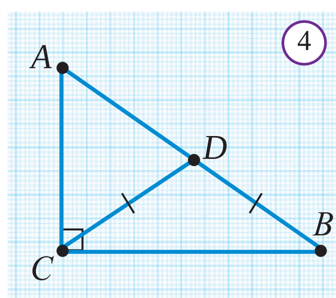
1.	İshki múyeshleriniń qosındısı 180^{o} qa teń	
2.	Súyir múyeshleriniń qosındısı 90^{o} qa teń	
3.	Tárepleri kesindilerden ibarat	
4.	Úshmúyeshliklerdiń tárepleri arasındaǵı qatnas	
5.	Gipotenuzanıń yarımına teń	
6.	Úsh biyikligi de bir tóbede kesilisedi	
7.	Katetten barqulla úlken	
8.	Noqatları múyeshtiń táreplerinen teńdey uzaqlasqan	

4. Máseleler

1. Buwınlarınıń uzınlıǵı 1 *m*, 2 *m*, 4 *m*, 8 *m* hám 16 *m* bolǵan tuyıq sınıq sızıq jasaw múmkin be?
2. Eger úshmúyeshliktiń tárepleri putin san bolıp, perimetri 15 ke teń bolsa, onıń táreplerin anıqlań.
3. Úshmúyeshliktiń biyikligi onın táreplerinen barqulla kishi bola ma?
4. Úlken tárepi 36 ǵa teń bolǵan úshmúyeshliktiń múyeshleri 1:2:3 sıyaqlı qatnasta bolsa, usı úshmúyeshliktiń kishi tárepin tabıń.
5. Úshmúyeshliktiń ultanına túsirilgen biyiklik onıń qaptal tárepleri menen 27^{o} hám 36^{o} lı múyeshlerdi payda etedi. Úshmúyeshliktiń múyeshlerin tabıń.
6. Tuwrı múyeshli ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshliklerinde A hám A_1 tuwrı múyeshler, BD hám B_1D_1 bissektrisaları hám $\angle B=\angle B_1$, $BD=B_1D_1$ bolsa, $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$ ekenligin dálilleń.
7. 1-súwrettegi x tı tabıń.

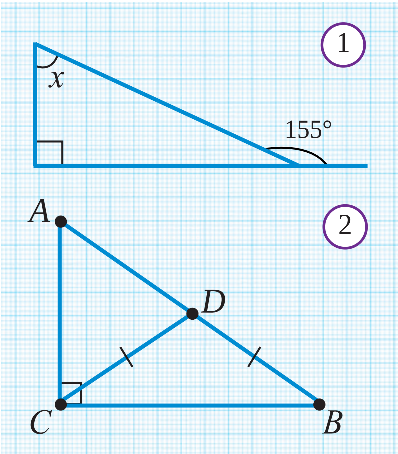


8. 2-súwrettegi $\angle ABC$ nı tabıń.
9. 3-súwrettegi $AB||CD$ ekenligin dálilleń.
10. Teń qaptalli úshmúyeshliktiń bir múyeshi 100° qa teń. Ushmúyeshliktiń qalǵan múyeshlerin tabıń.
11. Eger teń qaptallı úshmúyeshliktiń múyeshlerinen biri 60º qa teń bolsa, onda úshmúyeshlik ten qaptalli bolama?
12. Ultanı AC hám B múyeshi 36° qa teń bolǵan teń qaptallı ABC úshmúyeshliginiń AD bissektrisası júrǵizılgen. CDA hám ADB úshmúyeshlikleri teń qaptallı bolıwı dálilleń.
13. Bir múyeshi 50° hám 48° lı múyeshlerge, ekinshi úshmúyeshlik 56° hám 63° lı múyeshlerge iye. Bul úshmuyeshlikler teń bolıwı múmkinbe?
14. Úshmúyeshlik perimetri tárepleri 14 *sm*, 16 *sm* hám 24 *sm* úlken bolsa, úshmúyeshlik tiń eń úlken tárepin tabıń.
15. Tuwrı múyeshli ABC úshmúyeshliktiń tuwrı múyeshi tóbesinen CD biyiklik túsirilgen. Eger 1) $\angle A = 24°$; 2) $\angle A = 70°$ bolsa, CDB múyeshin tabıń.
16. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń bir sırtqı múyeshi 70° qa teń. Onın ishki múyeshin tabıń.
17. ABC úshmúyeshliginiń A hám C tóbelerinen túsirilgen biyiklikler N noqatta kesilisedi. Eger $\angle A = 50°$ hám $\angle C = 84°$ bolsa, ANC múyeshin tabıń.



18. ABC úshmúyeshliginde BD mediana AC tárepi yarımına teń. Ushmúyeshliktiń B múyeshin tabıń.
19. 4-súwrette $BD = CD = 10$ bolsa, AB nı tabıń.
20. «Úshmúyeshliktin bir múyeshi qalgan eki múyeshinen kishi» – bul tastiyiqlaw durıspa? «úshmúyeshliktiń bir múyeshi qalgan eki múyeshiniń ayırmasınan kishi» – bul tastıyıqlaw-she?

51 5-BAQLAW JUMISI



Baqlaw jumısı eki bólimnen ibarat bolıp, birinshi bólim tómendegi keltirilgen máselelerge uqsas 3 másele beriledi. Ekinshi bólimde tómendegi keltirilgen testlerge uqsas 5 test beriledi.

Máseleler.

1. 1-súwrette belgisiz múyeshti tabıń.
2. Ushmúyeshliktiń sırtqı múyeshi 120º bolıp, oǵan qońsı bolmaǵan ishki múyeshler 1:2 qatnasta bolsa, úshmúyeshliktıń múyeshlerin tabıń.
3. Eger 2-súwrette $\angle ACB=90°$, $CD=BD$ hám $AB=24$ *sm* bolsa, CD kesindini tabıń.
4. ABC úshmúyeshliktiń BD bisseiktrisası AC tárepti 100° múyesh astında kesedi. Eger $BD=BC$ bolsa, ushmúyeshlik múyeshlerin tabıń.

Testler.

1. Eger úshmúyeshliktıń múyeshkeri 2:3:4 qatnasta bolsa, onıń múyeshlerin tabıń.
   A) 20°, 30°, 40°; B) 40°, 60°, 80°; C) 36°, 54°, 90°; D) 18°,27°,36°.
2. Eger úshmúyeshlik múyeshleri 3:2:1 qatnasta bolsa, onıń túrin anıqlań.
   A) Súyir múyeshli. B) Doǵal múyeshli.
   C) Tiwrı múyeshli. D) Anıqlap bolmaydı.
3. Eger úshmúyeshliktiń bir sırtqı múyeshi súyir bolsa, onıń túrin anıqlań.
   A) Súyir múyeshli. B) Doǵal múyeshli.
   C) Tiwrı múyeshli. D) Anıqlap bolmaydı.
4. Eger úshmúyeshliktiń bir múyeshı onın qalgán eki múyeshi qosındısınan úlken bolsa, onıń túrin anıqlań.
   A) Súyir múyeshli. B) Doǵal múyeshli.
   C) Tiwrı múyeshli. D) Anıqlap bolmaydı.
5. Qaysı úshmúyeshliktiń biyiklikleri onıń bir tóbesinde kesilisedi?
   A) Teń qaptallı úshmúyeshlik.
   B) Teń tárepli úshmúyeshlik.
   D) Tuwrı múyeshli úshmúyeshlik.
   E) Bunday úshmúyeshlik joq.
6. ABC úshmúyeshlikte A tóbesindegi sırtqı múyeshi 120° qa, C tóbesindegi ishki múyeshi bolsa 80° qa teń. B tóbesindegi sırtqı múyeshin tabıń.
   A) 120°; B) 140°; D) 160°; E) 40°.

7. Úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshlerinen biri 120º qa, usı múyeshke qońsılas bolmaǵan ishki múyeshleriniń ayırması 30º qa teń. Úshmúyeshliktiń ishki múyeshlerinen úlkenin tabıń.

   A) 70°; B) 75°; D) 85°; E) 90°.

8. Úshmúyeshliktin eki múyeshiniń mánisleriniń qatnası 1:2 túrinde bolsın. Úshinshi múyeshi usı múyeshlerdiń kishisinen 40º qa úlken. Úshmúyeshliktiń úlken múyeshin tabıń.

   A) 105°; B) 75°; D) 80°; E) 90°.

9. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń perimetri 48 ge teń. Onıń tárepleriniń biri 12 teń bolsa qalǵan tárep-lerin tabıń.

   A) 18, 12; B) 16, 16; D) 18, 24; E) 18, 18.

10. Tuwrı múyeshli úshmúeshliktiń tuwrı múyeshinen bissektrisa hám biyiklik júrgizilgen bolıp, olardıń arasındaǵı múyesh 24º qa teń. Úshmúyeshliktiń kishi múyeshin tabıń.

    A) 21°; B) 24°; D) 36°; E) 16°.

11. 3-súwrette $\angle A$=?

    A) 10°; B) 20°; D) 60°; E) 100°.

12. Uzınlıqları 3, 5, 7 hám 11 ge teń kesindilerden neshe hár túrli tárepli úshmúyeshlik jasaw múmkin?

    A) 2; B) 3; D) 5; E) 6.

13. 4-súwrette $x + y$ ni toping.

    A) 90°; B) 180°; D) 270°;
    E) anıqlap bolmaydı.

14. 5-súwrette $\angle BCA$=?

    A) 90°; B) 96°; D) 144°; E) 84°.

15. 6-súwrette $a||b$ bolsa, x=?

    A) 35°; B) 45°; D) 25°; E) 20°.

16. 7-súwrette x=?

    A) 60°; B) 55°; D) 65°; E) 70°.

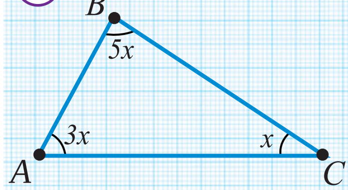
17. 8-súwrette x=?

    A) 30°; B) 45°; D) 15°; E) 75°;

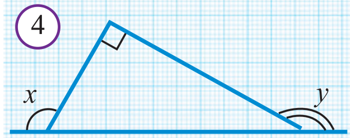
18. Uzınlıǵı 2 *sm*, 3 *sm*, 4 *sm* hám 5 *sm* bolgan kesindilerden neshe úshmúyeshlik jasaw múmkin?

    A) 1 ta; B) 2 ta; D) 3 ta; E) 4 ta.

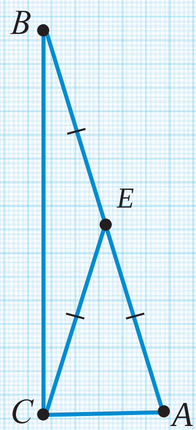
3



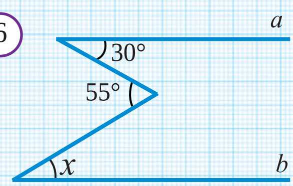
4



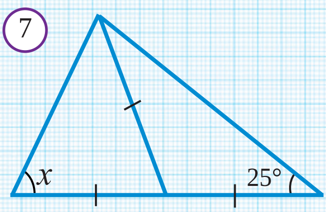
5



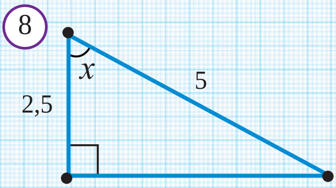
6



7



8



Ameliy kompetensiyalardı rawajlandırıwshi qosımsha materiallar

97-bet V bap titulı boyınsha

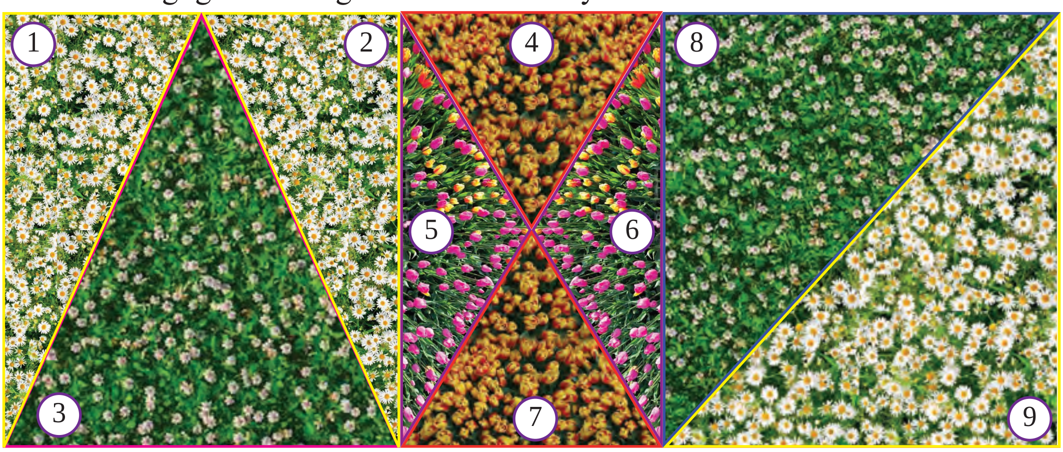
1. 3-suwret boyinsha sorawlarǵa jiwap beriń.
   1) Súwrette háwli qanday geometriyalıq figura?
   2) Hawli imarat hám tóbeleri qanday geometriyalıq figuralarda?
   3) Hawli tamarqasında qanday geometriyalıq figuralar bar?
   4) Har bir imarat tóbesin basqa imarat tóbesi menen salaistırıń.
   5) Súwrettegi geometriyalıq figuralar ishinde teń qaptallı, teń tárepli, tuwrı múyeshli, uxsas, óz ara teńushmúyeshliklerdi ajıratıń.
   6) Sızılmada jáne qanday óz ara salistırsa bolatúǵın figuralar bar?
2. 2-5-súwretlerdegi mebel jixozlarda ushmúyeshliktiń qanday túrleri bar? Bul úshmúyeshlikler arasında qatnaslarǵa ne dew múmkin?
3. Usı súwretlerde jáne qanday geometriyalıq figuralar bar?

Quraqshılıqta – hár qıylı figuralardaǵı gezlemeler qıyındılarınan paydalanadı, hátteki shıraylı ónimlerge aylanadı.



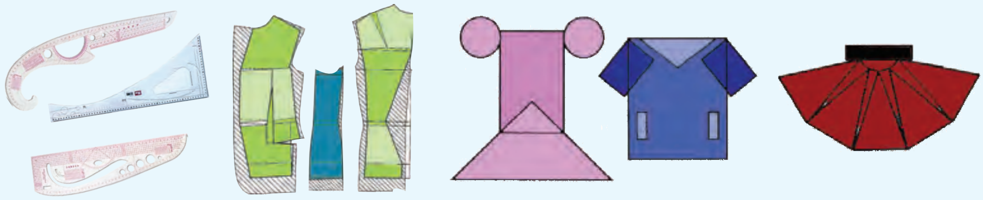


4. Súwrettegi gulzarlar figuralardıń atların aytıń.



1) Olardı bir biri mene salıstırıń.
2) Har bir gúlzardıń múyeshlerin ólsheń.
3) Súwrettegi úshmúyeshlikler ishinde teń qaptallı, teń tárepli, óz ara uqsas ham óz ara teń úshmúyeshliklerdi ajıratıp kórsetiń.
4) Úshmúyeshliktiń bir birine qarata jaylasıwına qarap, olardıń múyeshleri arasında qatnaslar haqqında piker bildiriń.

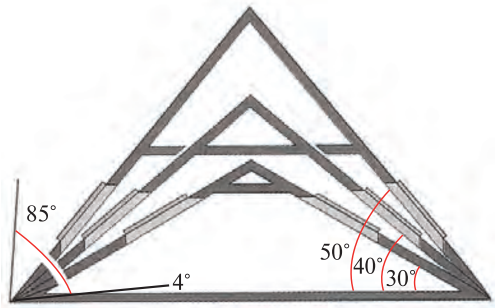
5. Kiyim pishiwde lekalo degen asbap paydalanıladı. Lekalonı gezleme ústine qoyıp, por menen atirapı sızıp shıǵıladı. Soń arnawlı asbap penen sol sızıq boylap qırqıp shıǵadı.



6. Imarat tóbesiniń tiklik dárejesin ádette 4º tan 85º geshe aralıqta boladı. Imarat tóbesınin usınıs etiletuǵın tiklik onıń ústine jabılatúǵın material túrine balanıslı.

Mısalı:

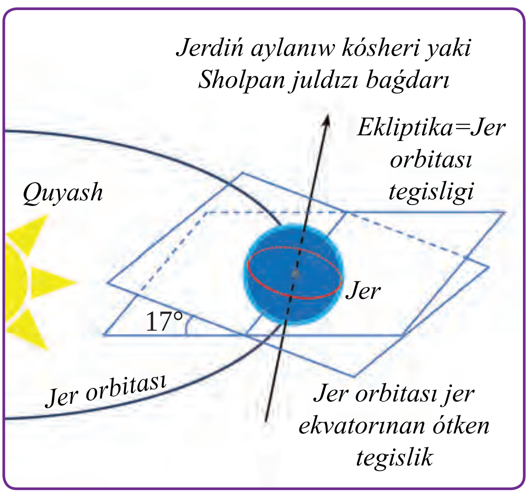
Temir yaki ruxlangan tobe – 16° ta kem bolmagantiklikte, reberoid tóbe – 4° tan kem bolmaǵan tiklikte, sherepitcalı tóbe – 30° tan ken bolmagan tiklikte, shiferli tóbe – 27° ten kem bolmaǵan tiklikte qurıladı.



7. Transportir járdeminde tóbelerdiń tiklik dárejesi n anıqlań.

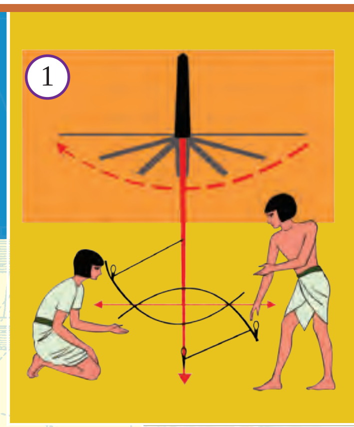
Tarixtan úzindi

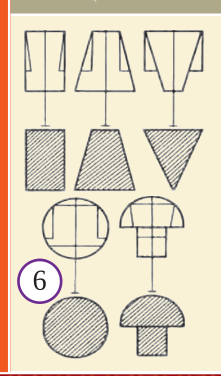
Astronomiya páninde aspan sferasınıń ekvador tegislifi menen ekliptika (jer orbitası oz ishine alǵan tegislik) arasında múyesh ahimiyetli orıniyeleydi. Ol ekvator ekliptikaǵa awısıw múyeshi dep ataladı. Oni esaplaw ushın aspan sferasınıń arqa polyusı (qutb juldızi) baǵdarinda ham báhargi teńlik kúni (21 mart) Quyash eń joqarıǵa kóterilgen waqitta biyikligin anıqlaw kerek. Uluǵbek abservatoriyasında ekvator ekliptikaǵa awısıw múyeshi júdá joqarı anıqlıqtaǵı izertlewler negizinde 23°30'17" ge ten ekenligi tabılǵan.



VI BAP

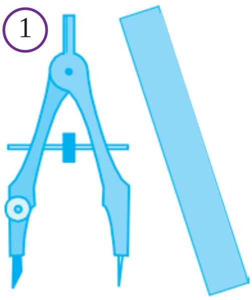
JASAWĞA TIYISLI MÁSELELER





52 CIRKUL HÁM SIZǴISH JÁRDEMINDE JASAWǴA TIYISLI MÁSELELER

1



Sızılmanı sızıwǵa tiyisli máselelerdi tek ápiwayı sızǵısh hám cirkul járdeminde sheshiw- logikalıq kóz qarasta qábiliyetin arttıradı. Sonıń ushın Áyyemgi Greciyada bunday máselelerdi sheshiw óner dárejesine jetken .

Usı waqıtqa shekem hár túrli ásbablar járdeminde hár qıylı geometriyalıq figuralardı jasap keldik. Máselen, sızǵıshlar járdeminde tuwrı, nur, kesindi, úshmúyeshlik hám basqa da figuralardı sızdıq. Sızǵısh hám transportir járdeminde túrli úshmúyeshliklerdi jasadıq. Cirkul járdeminde bolsa, sheńber hám doǵalardı kórsettik .

Belgili bolǵanınday, kóplep geometriyalıq figuralardı tek masshtablı bólinbelerge iye bolmaǵan, bir tárepi tuwrı sızǵısh hám cirkul (1-súwret) járdeminde jasaw múmkin eken. (Bunday sızǵıshtı ápiwayı sızǵısh dep ataymız.) Sonlıqtan, geometriyada usı eki ásbap járdeminde jasawǵa tiyisli máseleler arnawlı ajıratılıp úyreniledi.

Bul eki ásbaptan paydalanıwdıń arnawlı qaǵıydaları bar – olar arqalı tek tómendegilerdi orınlawǵa ruxsat etiledi:

Ápiwayı sızǵısh járdeminde tek:

1) Qálegen tuwrını sızıw;
2) Berilgen noqattan ótiwshi tuwrını sızıw;
3) Eki noqattan ótiwshi tuwrını sızıw.

Cirkul járdeminde tek:

1) Qálegen sheńberdi sızıw;
2) Orayı berilgen noqatta bolǵan qálegen radiusqa iye sheńberdi sızıw;
3) Belgili radiuslı, orayı bolsa erkli bolǵan sheńberdi sızıw;
4) Orayı berilgen noqatta, radiusı berilgen kesindiden ibarat bolǵan sheńberdi sızıw;
5) Berilgen kesindige teń bolǵan kesindini berilgen tuwrıǵa, onıń berilgen noqatınan baslap hár eki baǵdarda qoyıw.

Basqa hár qanday jasaw mine usı ámellerge keltiriliwi kerek. Hátteki sızǵıshta millimetrli bólinbeler bolsada kesindilerdiń uzınlıqların ólshew hám belgili uzınlıqtaǵı kesindini qaysı bir tuwrıǵa qoyıwǵa ruxsat berilmeydi.

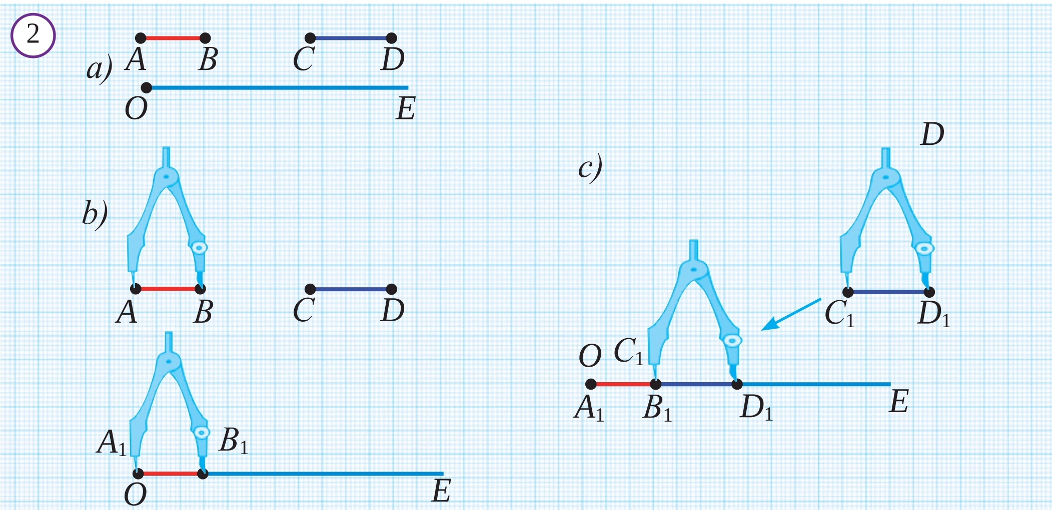
Jasawǵa tiyisli máselelerde tek ǵana qaysı bir geometriyalıq figuranı jasaw jolın, usılın tabıw talap etilmeydi, bálki payda bolǵan geometriyalıq figuranı haqıyqattanda berilgen shártlerin qanaatlandıratuǵının tiykarlaw, yaǵnıy dálillew de kerek boladı.

Másele. AB hám CD kesindileri menen OE nurı berilgen (*2a-súwret*). Cirkul járdeminde OE nurında $AB+CD$ ǵa teń bolǵan kesindini jasań.

Sheshiliwi: ***1-qádem.*** Cirkul járdeminde AB kesindige teń bolǵan A_1B kesindini OE nurında jasaymız (*2b-súwret*).

2- qádem. Cirkul járdeminde CD kesindige teń bolǵan C_1D_1 kesindini B_1E nurında jasaymız (*2c-súwret*).

Payda bolǵan A_1D_1 kesindiniń – uzınlıǵı $AB+CD$ ǵa teń bolǵan kesindiden ibarat boladı.

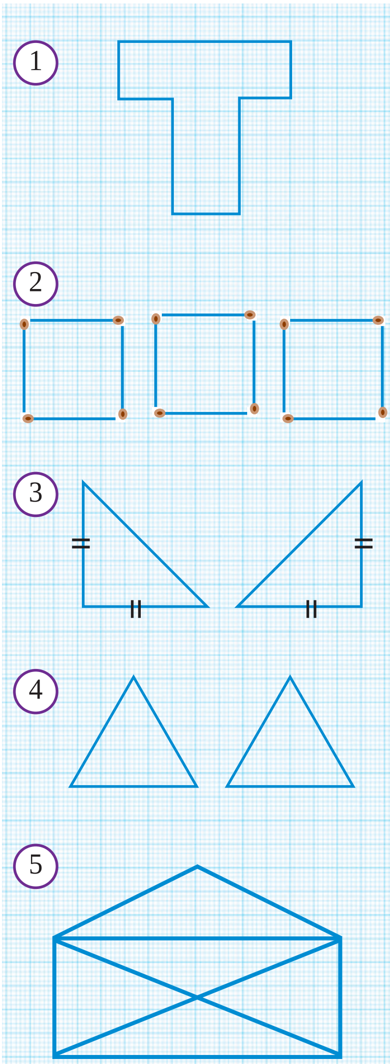


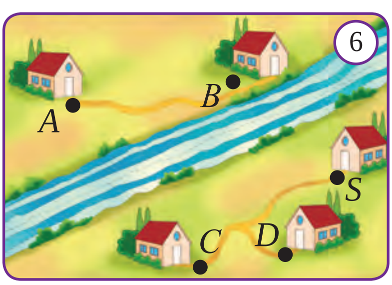
Shınıǵıw. $AB > CD$ bolsın. $AB - CD$ kesindige teń bolǵan kesindi jasań

Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Jasawǵa tiyisli máselelerdiń áhmiyetligi nede?
2. Jasawǵa tiyisli máselelerdiń qanday ózine tán tárepleri bar?
3. Ápiwayı sızǵ'ısh járdeminde qanday figuralardı sızıw múmkin?
4. Cirkul járdeminde jasawǵa tiyisli qanday islerdi ámelge asırıw múmkin?
5. Jasawdı orınlaǵanda ólshewge ruxsat etiledi me?
6. Tuwrıda A hám B noqatları berilgen. BA nurına B noqatınan baslap BC kesindisin sonday etip qoyıń, nátiyjede, $BC = 2AB$ bolsın.
7. Eger sheńber sırtındaǵı noqattan sheńberdiń eń jaqın hám uzaq noqatlarına shekem bolǵan aralıqlar sáykes túrde 2 sm hám 10 sm bolsa, sheńberdiń radiusın tabıń.
8*. A hám B noqatları berilgen. Tek cirkulden paydalanıp sonday C noqatın jasań, nátiyjede $AC = 3AB$ bolsın.
9. a hám b uzınlıqtaǵı kesindiler berilgen ($a>b$). a) $a+b$; b) $a-b$; c) $2a+3b$; d) $2a-b$ uzınlıqtaǵı kesindilerdi jasań.
10. Uzınlıǵı 12 *sm* hám 5 *sm* bolǵan kesindileri berilgen. Uzınlıǵı a) 17 *sm*; b) 7 *sm*; c) 24 *sm*; d) 22 *sm*; e) 29 *sm* bolǵan kesindilerdi jasań.

53 QIZIQLI MÁSELELER HÁM BASQATIRMALAR





1. Sardar sheńber sızıp bolǵannan keyin, onıń orayın qálem menen belgilewdi umıtqanın bilip qaldı. Qırsıǵına kelip, izi de qalmaptı. Biraq sheńberdiń radiusı 12 *sm* ekenligi onıń yadında edi. Bul maǵlıwmattan paydalanıp, tek cirkul járdeminde sızılǵan sheńberdiń orayın tabıwǵa bolama?

2. 1-súwrette berilgen figuranı bes teńdey bólekke bóliń.

3. 2-súwrette 12 shırpı shóbinen úsh kvadrat jasalǵan. Bul 12 shırpı shóbin sındırmastan hámmesinen paydalanıp a) eki b) tort c) altı kvadrat jasań.

4. Eki teńdey teńqaptallı tuwrımúyeshli úshmúyeshliklerdi (*3- súwret*) sonday etip jaylastırıń, nátiyjede, tort teńdey teńqaptallı tuwrımúyeshli úshmúyeshlikler hám bir kvadrat payda bolsın.

5. Eki teńdey teńtárepli úshmúyeshliklerdi (*4-súwret*) sonday etip jaylastırıń, nátiyjede, altı teńdey teńtárepli úshmúyeshlikler hám bir altımúyeshlik payda bolsın.

6. a) 10; b) 11 bir qıylı shópten 3 teń kvadrat jasań.

7. 12 bir qıylı shópten, olardı, sındırmastan a) 4 b) 6 teń kvadrat jasań.

8. 5-súwrette kórsetilgen figuranı qálemdi qaǵazdan ayırmastan hám bir kesindiniń ústinen eki ret júrgizbesten sızıb kóriń.

9. Saydıń boyında bes úy bolıp, olardıń úshewı bir tárepte, qalǵan ekewi bolsa daryanıń ekinshi tárepinde jaylasqan (*6-súwret*). Eger hár bir úy qalǵan úyler menen óz aldına jol menen baylansa, neshe kópir jasawǵa tuwra keledi?

10. Adamdı kesindi dep oylayıq. Onıń sayası qashan eń qısqa boladı?

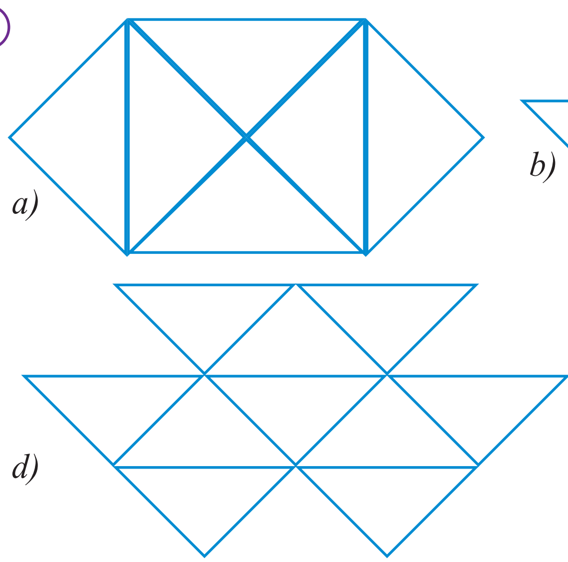
11. Kópmúyeshliktuń ushlarınıń sanı menen tárepleriniń sanınıń ortasında qanday baylanıs bar?

12. Ózin-ózi kespeytuǵin ashıq sınıǵınıń tárepleriniń sanı ushlarınıń sanınan birge kem ekenligin dállileń.

13. 12 tárepli sonday sınıq sızıq sızıń, onınń ushlarınıń sanı da 12 bolsın.

14. ***Qızıqlı másele.*** Súwrettegi figuralardan qaysıların qálemdi qaǵazdan ayırmastan hám bir kesindiniń ústinen eki ret júrgizbesten sızıw múmkin?

7



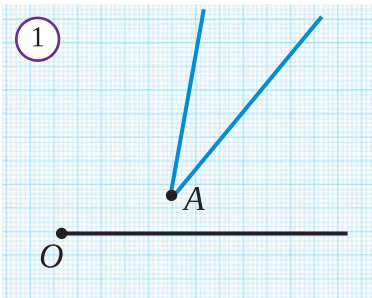
15. Báseke ushın tema: 7e- súwrettegi figura sınıq sızıq bola aladıma? Onıń neshe tárepi hám neshe ushı bar dep oylasız?

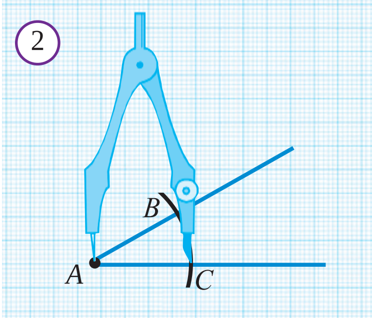
16. Báseke ushın tema: teń tárepli úshmúyeshlik bir waqıtta teń qaptallı dep ayta alamızba?

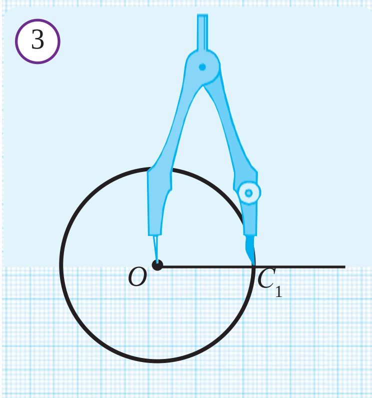
17. Tuwrımúyeshli úshmúyeshlik teń qaptallı bola alama? Ne ushın dep oylasız?

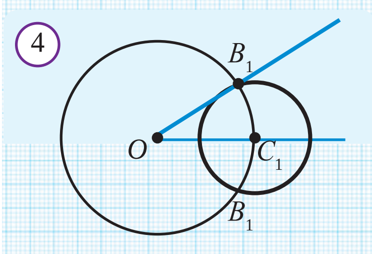
18. Adam teń tárepli úshmúyeshlik túrindegi maydandan boylap háreketlenip, dáslep turǵan jayına qaytıp kelse, ol jámi neshe gradusqa burılǵan boladı? Eger kvadrat túrindegi maydandı boylap háreketlense-she?

54 BERILGEN MÚYESHKE TEŃ BOLǴAN MÚYESHTI JASAW









1-másele. *A* múyeshi berilgen. *O* nurına *A* múyeshine teń bolǵan múyesh qoyıń. (*1-súwret*)

Jasaw:

1-qádem. Orayı *A* noqatında bolǵan qálegen sheńberdi sızamız (*2-súwret*). Bul sheńber berilgen *A* múyeshiniń tárepin *B* hám *C* noqatlarında kesip ótsin.

2-qádem. Radiusı sızılǵan sheńberdiń radiusına teń hám orayı *O* noqatında bolǵan sheńber sızamız (*3-súwret*). Bul sheńberdiń *O* nurı menen kesilisiw noqatın C_1 benen belgileymiz.

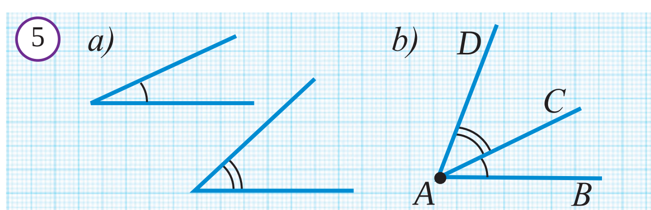
3-qádem. Orayı C_1 noqatında, radiusı bolsa *BC* ǵa teń bolǵan úshinshi sheńberdi sızamız (*4-súwret*). Onıń ekinshi sheńber menen kesilisiw noqatınan birewin, aytayıq joqarı yarımtegislikte jatqanın B_1 menen belgileymiz.

4-qádem. OB_1 nurın júrgizemiz (*4-súwret*). Payda bolǵan B_1OC_1 múyeshi *O* nurǵa qoyılǵan, berilgen *A* múyeshke teń múyesh boladı.

Tiykarlaw: 2- hám 4-súwrette súwretlengen ΔABC hám ΔOB_1C_1 úshmúyeshliklerde jasawǵa qaray: $AB = OB_1$, $AC = OC_1$ hám $BC = B_1C_1$.

Demek, úshmúyeshliklerdiń teńliginiń TTT belgisi boyınsha $\Delta ABC = \Delta OB_1C_1$. Tiykarınan, $\angle B_1OC_1 = \angle A$.

Esletpe: Bul másele eki sheshimge iye bolıp, olar 3-qádemde B_1 noqat OC_1 nurının qaysı tarapınen alınıwına baylanıslı boladı (*4-súwret*).



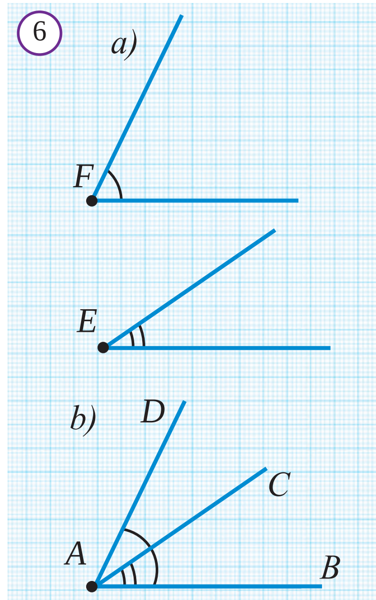
2-másele. Berilgen eki múyeshtiń qosındısına teń bolǵan múyeshti jasań (*5a-súwret*).

Jasaw: **1-qádem.** Dáslep birinshi múyeshke teń bolǵan *BAC* múyeshti jasaymız (*5b-súwret*).

2-qádem. AC nurına ekinshi múyeshke teń bolǵan CAD múyeshin B hám D noqatlar AC nurǵa qarata túrli yarım tegislikte jatatúǵın qılıp qoyamız. Payda bolǵan BAD múyesh berilgen múyeshlerdiń qosındısına teń múyesh boladı.

3-másele. Berilgen eki múyeshtiń ayırmasına teń bolǵan múyeshti jasań.

Jasaw: Berillgen múyeshler E hám F bolıp $\angle F > \angle E$ bolsın (*6a-súwret*). AB nurın jasaymız. AB nurǵa qarata bir yarım tekislikte jaylasatuǵın qılıp $\angle BAC = \angle E$ hám $\angle BAD = \angle F$ múyeshlerdi qoyamız (*6b-súwret*). $\angle CAD$ − berilgen eki múyeshtiń ayıması boladı.



Soraw, másele hám tapsırmalar

1. a) 30°; b) 60°; c) 15°; d)120°; e) 45° lı múyeshler berilgen. Olarǵa teń múyeshti jasań.

2. $\angle A = \alpha$ hám $\angle B = \beta$ múyeshleri berilgen ($\alpha > \beta$). Ólshemi: a) 2α; b) $\alpha - \beta$; c) $2\alpha + \beta$ bolǵan múyeshlerdi jasań.

3. 45° hám 30° múyeshler berilgen. Ólshemi: a) 15°; b) 75°; c) 105°; d) 120° bolǵan múyeshlerdi jasań.

4. 30° li múyeshi berilgen. Oǵan teń múyesh hám bazıbir nur jasań. Usı nurǵa jasalǵan múyeshti qóyıń.

5. Bazıbir múyesh hám bazıbir nur jasań. Usı nurǵa jasalǵan múyeshti qóyıń.

6. 1-másele boyınsha jasalıwınıń tuwrılıǵın tiykarlań.

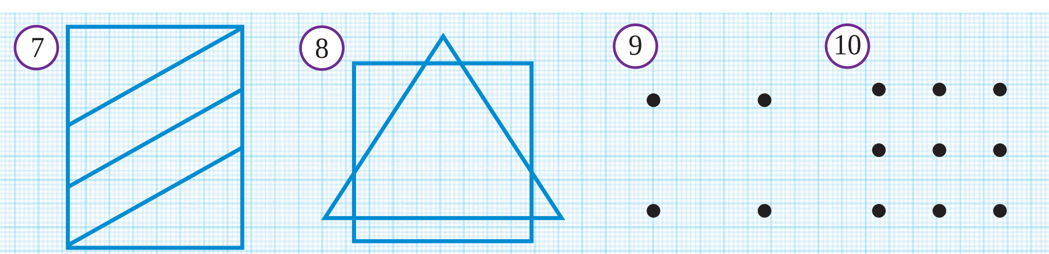
Geometriyalıq basqatırmalar

7. 7-súwrette neshe tórtmúyeshlik bar?

8. 8-súwrette kórsetilgen figuranı qálemdi qaǵazdan ayırmastan hám bir kesindiniń ústinen eki ret júrgizbesten sızıń.

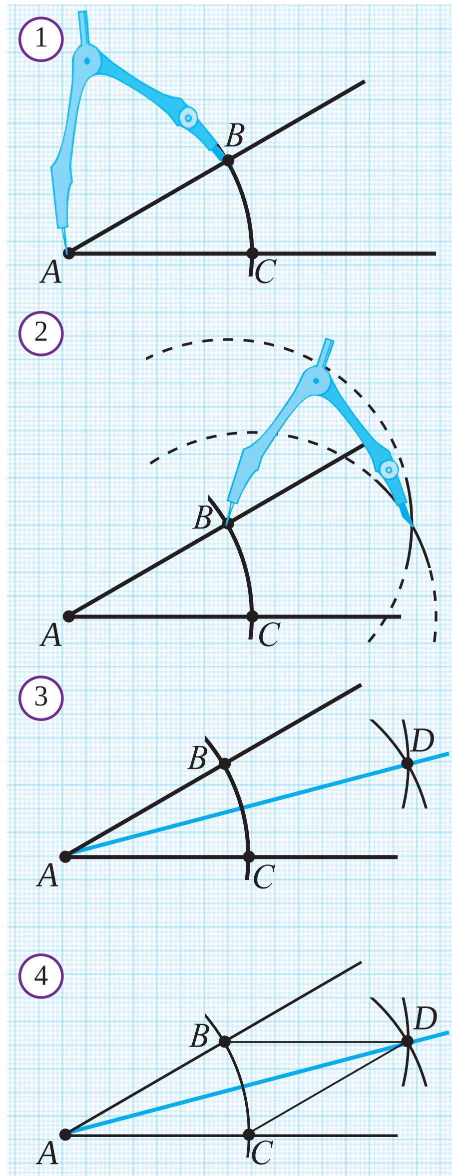
9. Tárepleri 9-súwrette kórsetilgen tórt noqattan ótiwshi úshmúyeshlik sızıń.

10. 10-súwrette kórsetilgen 9 noqattıń hámmesinen ótiwshi, buwınlar sanı 4-ew bolǵan sınıq sızıǵ sıza alasız ba?



55 MÚYESHTIŃ BISSEKTRISASIN JASAW

1-súwrette súwretlengen A múyeshi berilgen bolsın. Bul múyeshti teń ekige bóliw ushın tómendegishe jol tutıladı:



Jasaw:

1-qádem. Orayı A noqatında bolǵan qálegen radiuslı sheńber sızıladı hám onıń múyesh tárepleri menen kesilisiw noqatları B hám C belgilenedi.

2-qádem. Radiusın ózgertpesten, orayları B hám C nnoqatlarında bolǵan eki sheńber sızıladı (*2-súwret*). Bul eki sheńberdiń kesilisiwinen payda bolǵan D noqatı belgilenedi (*3-súwret*).

3-qádem. A hám D noqatınan ótiwshi tuwrı sızıq júrgiziledi (*4-súwret*).

AD tuwrı sızıq – berilgen múyesh bissektrisası boladı.

Tiykarlaw. ABD hám ACD úshmúyeshliklerinde

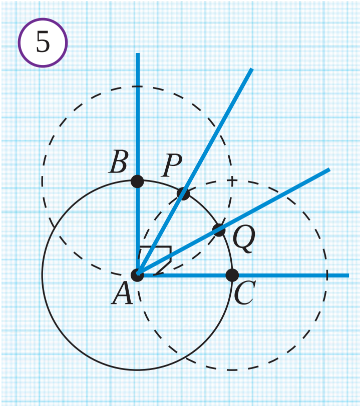
1) jasawǵa qaray $AB = AC$;
2) jasawǵa qaray $BD = CD$;
3) AD – ulıwma tárep.

Úshmúyeshliklerdiń teńliginiń TTT belgisi boyınsha, $\Delta ABD = \Delta ACD$. Tiykarınan, $\angle BAD = \angle CAD$.

Másele. Berilgen tuwrı múyeshti teń úshke bóliń.

Sheshiliwi: $\angle A$ tuwrı múyeshi berilgen bolsın. Onıń tóbesin oray etip, qálegen radiuslı sheńber sızamız. Sheńber tuwrı múyesh táreplerin B hám C noqatlarında kesip ótsin. Radiusın ózgertpesten orayı B hám C noqatlarında bolǵan jáne eki sheńber sızamız.

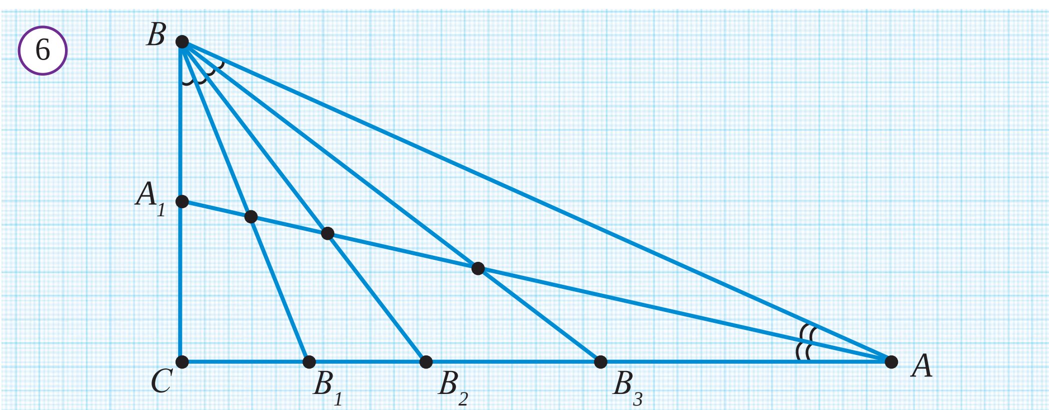
Bul sheńberler birinshi sheńber menen kesilisken noqatlarınan tuwrı múyesh ishinde jatqanların P hám Q menen belgileymiz. AP hám AQ nurların sızamız. Bul nurlar berilgen tuwrı múyeshti úsh teń múyeshke ajıratadı. Bul tastıyıqlawdıń durıslıǵın óz betinshe tiykarlań.



Esletpe. *Berilgen qálegen múyeshti úshke bóliw máselesi júdá áyyemgi hám belgili másele bolıp, bul haqqında kóp alımlar bas qatırǵan. Tek XVIII ásirge kelip, ayırım múyeshler alıp taslanıp, ádette múyeshti teń úshke bólip bolmaslıǵı dálillengen. Máselen, 60º lı múyeshti teń úshke bóliwge bolmaydı. Gáp, álbette, ápiwayı sızǵısh hám cirkul anıq jasaw haqqında barmaqta. Bul ásbaplar menen júdá úlken anıqlıqta shamalap jasaw yamasa basqa ásbaplardan paydalanıp anıq jasaw orınlanıwı múmkin.*

Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Ápiwayı sızǵısh hám cirkul járdeminde: a) 90°; b) 60°; c) 30° hám múyeshlerdi teń ekige bóliń.
2. Múyesh sızıń hám onı tórt teńdey múyeshke ajıratıń.
3. Múyesh sızıń hám onı tórt teńdey múyeshke ajıratıń.
4. 45° lı múyeshti úsh teńdey bólekke bóliń.
5. Berilgen gipotenuzası hám súyir múyeshi boyınsha tuwrı múyeshli úshmúyeshlik jasań.
6. 36° lı múyesh berilgen. Cirkul hám ápiwayı sızǵısh járdeminde 99º lı múyesh jasań.
7* 54° lı múyeshti sızǵısh járdeminde bul múyeshti teń ushke bóliń.
8. Úshmúyeshlik siziń. Onıń bissektrisasın jasań. Qanday qasiyetti kórdińiz?
9. Qońsı múyeshlerdi jasań. Olardıń bissektrisaların jasań. Jasalǵan bissektrisalar arasidaǵı múyeshti transportir jardeminse ólsheń.
10.* Tuwrı múyeshli ABC úshmúyeshliginde $\angle A = 30°$, $\angle B = 60°$. A múyeshin ekige bóliwshi AA_1 kesindini hám B múyeshti teń to‘rtke bóliwshi BB_1, BB_2, BB_3, kesindilerin jasań. Nátiyjede 6-súwret payda bolsın. Bul súwrette neshe teń qaptallı úshmúyeshlikti, neshe teń tárepli úshmúyeshlik jasaw múmkin?



56 BERILGEN TUWRIǴA PERPENDIKULYAR TUWRI JASAW. KESINDINI TEŃ EKIGE BÓLIW

1-másele. Berilgen *a* tuwrıǵa onıń *O* noqatınan ótiwshi perpendikulyar tuwrını jasań.

Jasaw:

1-qádem. *O* noqatın oray etip alǵan qálegen sheńber sızamız. Ol berilgen tuwrını *A* hám *B* noqatlarında kesip ótsin (*1-súwret*).

2-qádem. *A* hám *B* noqatların oray etip, radiusı *AB* ǵa teń bolǵan sheńberler sızamız (*2-súwret*). Bul sheńberlerdiń kesilisiw noqatlarınıń birin *C* dep belgileymiz.

3-qádem. *C* hám *O* noqatlarınan ótiwshi *OC* tuwrını jasaymız (*3-súwret*).

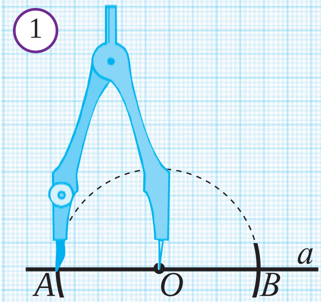
OC tuwrısı berilgen *a* tuwrıǵa onıń *O* noqatınan ótiwshi perpendikulyar boladı.

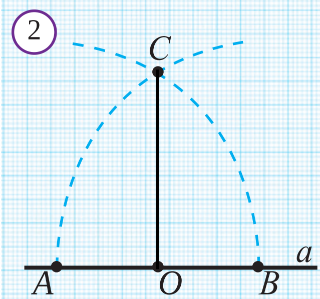
Tiykarlaw. *AOC* hám *BOC* úshmúyeshliklerin qaraymız. Olarda, jasawǵa qaray:

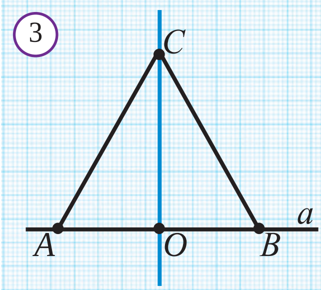
1. $AO = BO$;
2. $AC = BC$;
3. CO bolsa ulıwmalıq tárepi.

Demek, úshmúyeshliklerdiń teńliginiń TTT belgisi boyınsha, $\Delta AOC = \Delta BOC$. Bul jaǵdayda, $\angle AOC = \angle BOC$. Bunnan $\angle AOC=\angle BOC=90°$ ekenligi kelip shıǵadı.

Demek, haqıyqatında da $OC \perp a$.





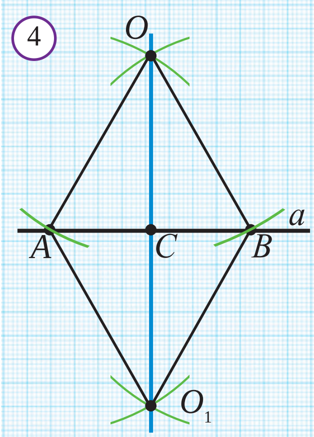


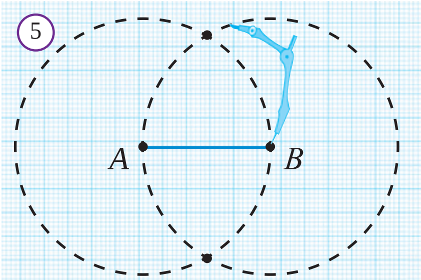
2-másele. Berilgen *a* tuwrısına onda jatpaytuǵın *O* noqatınan ótiwshi perpendikulyar tuwrını jasań.

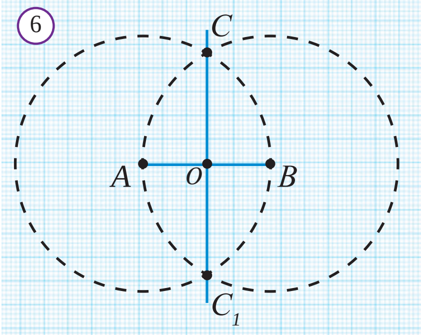
Jasaw:

1-qádem. Orayı *O* noqatında bolǵan, *a* tuwri sızıqtı oray etip alǵan qálegen sheńber sızamız. Ol berilgen tuwrını *A* hám *B* noqatlarda kesip ótsin (*4-súwret*).

2-qádem. Orayları *A* hám *B* noqatında bolǵan, radiusı birinshi sızılǵan sheńber radiusına teń sheńberlerdi sızamız. Bul sheńberlerdiń kesilisiw noqatlarınan biri *O* noqat boladı. Ekinshisin O_1 menen belgileymiz (*4-súwret*).







3-qádem. O hám O_1 noqatlarınan ótiwshi tuwrı sızamız. OO_1 — berilgen O noqatınan ótiwshi a tuwrısına perpendikulyar hám onda jatpaytuǵın O noqatınan ótiwshi tuwrı boladı.

Tiykarlawdı óz betinshe orınlań.

Bul máseleni sheship, a tuwrısınıń sırtında jatqan noqat arqalı a tuwrısına perpendikulyar tuwrı júrgiziw múmkin degen juwmaqqa kelemiz. Bunnan hám 16-sabaqta keltirilgen teorema nátiyjesinen tómendegi teoremanıń orınlı ekenligi kelip shıǵadı.

Teorema **Tuwrıda jatpaytuǵın noqatı arqalı bul tuwrıǵa perpendikulyar bolǵan jalǵız tuwrı júrgiziw múmkin.**

3-masala. Berilgen kesindini teń ekige bóliw.

Jasaw: AB kesindisi berilgen bolsın.

1-qádem. Radiusı berilgen AB kesindisine teń bolǵan, orayları bolsa A hám B noqatlarında bolǵan sheńber sızıladı (*5-súwret*);

2-qádem. Sheńberlerdiń kesilisken C hám C_1 noqatları tutastırıladı (*6-súwret*). CC_1 tuwrısı hám AB kesindisiniń kesilisiw noqatı berilgen kesindiniń ortası boladı.

Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Kesindini teń ekige bóliwdiń qanday usılın bilesiz? Kesindini sızıń hám onı teń ekige bóliń.

2. Tuwrı múyeshti qalay jasaw múmkin?

3*. Tek bir yarım tegislikte jasaw islerin orınlap berilgen kesindini teń ekige bóliń.

4. Tek úshmúyeshli sızǵıshtan paydalanıp berilgen kesindini teń ekige bóliń.

5. Berilgen gipotenuza boyınsha teń qaptallı tuwrı múyeshli úshmúyeshlik jasań.

6. Ultanı teń qaptallı hám oǵan túsirilgen biyikligi boyınsha teń qaptallı úshmúyeshlik jasań.

7. AB kesindisiniń ortasın tuwrıdan-tuwrı anıqlawdıń iláji bolmasa, onıń ortasınan ótiwshi perpendikulyardı jasaw múmkin be?

8. Berilgen kesindini tórt teńdey bólekke bóliń.

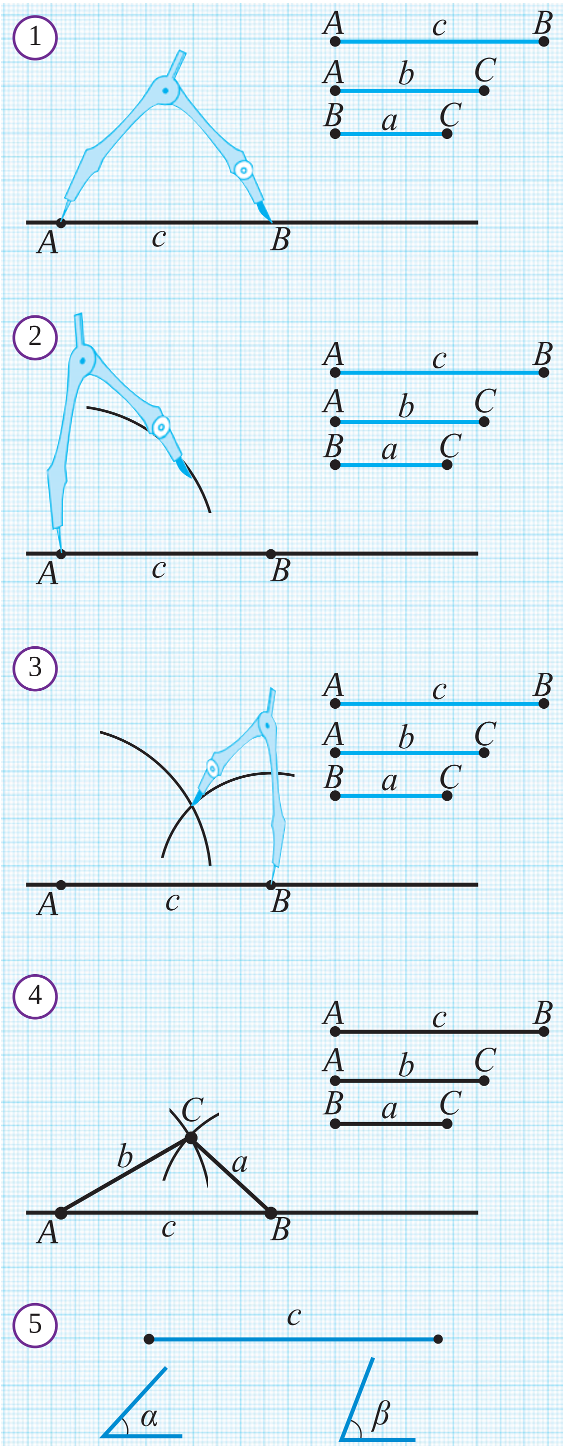
9. Úshmúyeshlik sızıń. Onıń biyikliklerin jasań.

10. Berilgen úshmúyeshliktiń medianaların jasań.

11*. A hám B noqatlarınan birdey uzaqlasqan hámde a tuwrıda jatıwshı noqattı tabıń.

12. Tek sızǵısh járdeminde a tuwrısında jatpaytuǵın M noqatı arqalı a tuwrısına parallel bolǵan b tuwrısın júrgiziń.

57 ÚSHMÚYESHLIKTI BERILGEN ÚSH TÁREPI BOYINSHA JASAW



Uzınlıqları sáykes túrde a, b hám c ǵa teń bolǵan kesindiler berilgen bolıp, c eń úlkeni bolsın. Tárepleri sáykes túrde $AB = c$, $BC = = a$ hám $AC = b$ bolgan ABC úshmúyeshligin jasaw ushın tómendegishe jol tutıladı.

1-qádem. Qálegen tuwrı sızıladı. Tuwrıda uzınlıǵı c ǵa teń bolǵan AB kesindisi cirkul járdeminde ajıratıladı (*2-súwret*).

2-qádem. $AC = b$ bolıwı kerek. Sonıń ushın, orayı A noqatta radiusı b ǵa teń bolǵan sheńber sızıladı (*3-súwret*).

3-qádem. $BC = a$ bolıwı kerek. Sonıń ushın, orayı B noqatta radiusı a ǵa teń bolǵan sheńber sızıladı (*4-súwret*).

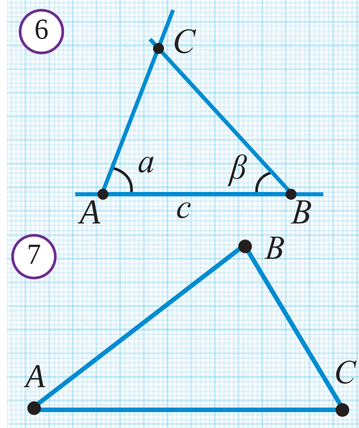
4-qádem. Sheńberlerdiń kesilisiw noqatı – C noqatı A hám B noqatları menen tutastırıladı. Payda bolǵan ABC úshmúyeshliginiń tárepleri a, b hám c ǵa teń boladı.

Analiz. Jasawdan kórinip turǵanınday, eger 2- hám 3-qádemde jasalǵan sheńberler kesilisse ǵana sheshimi bar boladı. Bunıń ushın $a+b>c$ bolıwı kerek.

Payda bolǵan ABC úshmúyeshliktiń haqıyqattan da tárepleri a, b hám c ǵa teń bolıwın óz betinshe tiykarlań.

1-másele. Bir tárepi hám oǵan irgeles jatqan múyeshleri boyınsha úshmúyeshlik jasań.

Sheshiliwi: c kesindisi hám α, β múyeshleri berilgen bolsın (*5-súwret*). Qalegen tuwrı sızamız. Bunda $AB=c$ kesindini belgileymiz. Berilgen múyeshke teń bolǵan múyeshti jasaw jol-jorıǵın qollanıp, AB nurǵa α múyeshin, BA nurına β múyeshinbir yarım tegislikke qoyamız (*6-súwret*). Múyeshlerdiń ekinshi tárepleriniń kesilisken noqatın C dep belgileymiz. ABC úshmúyeshligi jasaw talap etilgen úshmúyeshlik boladı. Bul tastıyıqtı óz betinshe tiykarlań.

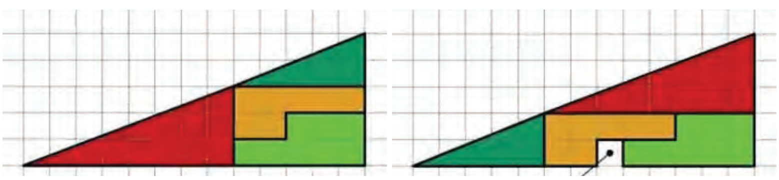


Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Qálegen uzınlıqtaǵı kesindilerden úshmúyeshlik jasawǵa bolama?
2. Tárepleri $a = 3$ *sm*, $b = 8$ *sm* hám $c = 9$ *sm* bolǵan úshmúyeshlik jasań.
3. a) Tárepleri $a = 3$ *sm*, $b = 4$ *sm* hám $c = 7$ *sm* bolǵan úshmúyeshlik jasaw múmkin be?
   b) Úshmúyeshlik jasaw ushın, onıń a, b hám c tárepleri qanday shártti qanaatlandırıwı kerek?
4. Eki kateti boyınsha tuwrı múyeshli úshmúyeshlik jasań.
5. Gipotenuza hám kateti boyınsha tuwrı múyeshli úshmúyeshlik jasań.
6. Qalegen tuwrı berilgen. Bir tárepi usı tuwrıda jatatuǵın, 7-súwrette kórsetilgen ABC úshmúyeshlikke teń bolǵan úshmúyeshlik jasań.

7*. Uzınlıǵı $a+b$, $b+c$ hám $a+c$ kesindileri berilgen. Tárepleri a, b, c bolǵan úshmúyeshlik jasań.

8. Eki tárepi hám olardıń arasındaǵı múyeshi boyınsha úshmúyeshlik jasań.
9. Bir tárepi hám oǵan irgeles jatqan múyeshleri boyınsha úshmúyeshlik jasań.



10. Eki úshmúyeshlik birdey bóleklerden ibarat. Biraq oń táteptegi úshmúyeshliktiń kemis jeri qay jerden payda bolǵan?

Qábiliyetli oqıwshılar ushın.

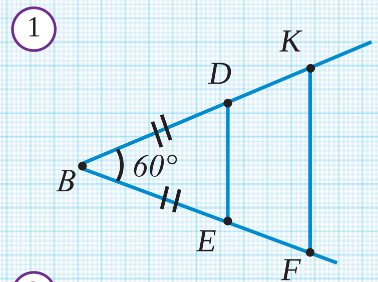
1. "Geometriya–7" elektron sabaqlıǵınıń tiyisli baptaǵı betleri menen tanısıp shıǵıń. Usı bapqa kiritilgen temalarǵa tiyisli baptı interaktiv animaciya qosımshalarında berilgen tapsırmalardı orınlap hám test tapsırmaların sheship óz bilimińizdi sınap kóriń.

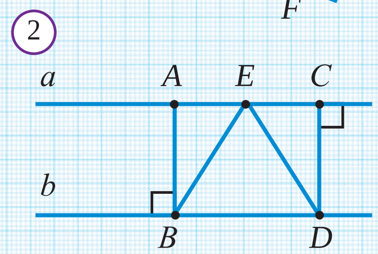
2. Sonday-aq, 141-bette ketirilgen internet resurslarınan usı bapqa tiyisli materiallardı tabıń hám úyrenip shıǵıń.

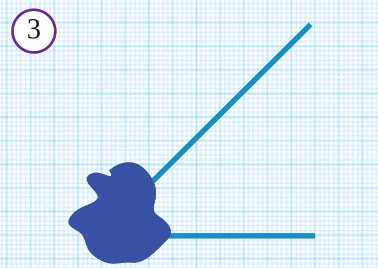
58 MÁSELELER SHESHIW

1. Berilgen *a, b, c* tárepleri boyınsha úshmúyeshlik jasań, bunda: a) *a*=2 *sm*, *b*=3 *sm*, *c*=4 *sm*; b) *a*=3 *sm*, *b*=4 *sm*, *c*=5 *sm*.
2. *A*, *B*, *C*, noqatları bir tuwrıda jatadı, *O* noqatı bul tuwrıda jatpaydı. *AOB* hám *BOC* úshmúyeshliklerdiń ultanlar *AB*, *BC* kesindilerden ibarat teń qaptallı úshmúyeshlikler bola aladıma?
3. *ABC* úshmúyeshligi berilgen. Oǵan teń basqa bir *ABD* úshmúyeshligin jasań.
4. Tómendegi maǵlıwmatlar boyınsha *ABC* úshmúyeshligin jasań:
   a) *AB*=5 *sm*, *AC*=6 *sm*, $\angle A$=40°;
   b) *AB*=4 *sm*, $\angle A$=45°, $\angle B$=60°.
5. Eki tárepi hám usı táreplerdiń úlkeniniń qarsısında jatıwshı múyeshi boyınsha úshmúyeshlik jasań:
   a) *a*=6 *sm*, *b*=4 *sm*, α=70°;
   b) *a*=4 *sm*, *b*=6 *sm*, β=100°.
6. Qaptal tárepi hám ultandaǵı múyesh boyınsha teń qaptallı úshmúyeshlik jasań.
7. Múyeshti teń tórt bólekke ból.
8. 60° hám 30° lı múyeshler jasań.
9. Úshmúyeshlik berilgen. Onıń medianaların jasań.
10. Eki tárepi hám usı táreplerge júrgizilgen medianaları boyınsha úshmúyeshlik jasań.
11. Úshmúyeshlik berilgen. Onıń biyiklikleriın jasań.
12. Gipotenuzası hám bir katetine qarata teń qaptallı úshmúyeshlik jasań.
13. Qaptal tárepi hám ultanına túsirilgen biyiklerge qarata teń qaptallı úshmúyeshlik jasań.
14. Eki tárepleri hám usı táreplerdiń birine túsirilgen biyiklikke qarata teń qaptallı úshmúyeshlik jasań.
15. Berilgen tuwrı sızıqqa sonday noqat tabıń, ol berilgen ekinshi tuwrı sızıqtan berilgen aralıqta uzaqlıqta bolsın.
16. Úsh *A*, *B*, *C* noqat berilgen. *A* hám *B* noqatlardan teń uzaqlasqan hám *C* noqattan berilgen aralıqta uzaqlıqta jatıwshı *X* noqattı tabıń.
17. Berilgen úshmúyeshkliktiń hár bir ushı bissektrisalarǵa perpendikulyar tuwrı sızıqlar otkizilgen.Bul tuwrı sızıqlar berilgen úshmúyeshkliktiń tárepleri menen birgelikte úsh úshmúyeshklikti payda etedi. Bul úshmúyeshkliklerdiń múyeshleri sáykes rawishte teń ekenligin dállileń.
18. Úshmúyeshkliktiń bir múyeshinen ótkizilgen mediana hám biyikligi menen teń úsh qismǵa ajratılsa,bul úshmúyeshklik tuwrı múyeshli ekenligin dállileń.
19. Teń qaptallı *ABC* úshmúyeshklikte (*AB*=*BC*) ultanındaǵı múyeshi 75°, *AK* – úshmúyeshkliktiń bissektrisası, *BK*=10 *sm*. *K* noqattan úshmúyeshkliktiń *AC* ultanına shekemgi aralıqtı tabıń.

20. Teń qaptallı ABC úshmúyeshklikte ($AB=BC$) ushındağı múyeshi 120°, CK – bissektrisa, $AK=14$ *sm*. K noqattan BC tuwrısına shekemgi aralıqtı tabıń.
21. Uzınlığı $a+b$, $b+c$ hám $a+c$ kesindiler berilgen. a, b, c kesindilerin jasań.
22. Eki kateti boyınsha tuwrı múyeshli úshmúyeshlik jasań .
23. Tuwrı sızıq sızıń hám ol tuwrıda jatpaytuğın noqat belgileń. Usı noqattan ótiwshi tuwrı sızıqqa perpendikulyar tuwrı sızıq jasań.
24. Tuwrı sızıq sızıń hám ol tuwrıda jatpaytuğın noqat belgileń. Usı noqattan ótiwshi tuwrı sızıqqa parallel tuwrı sızıq jasań.
25. 1-súwrette $\angle B=60°$, $BD=BE$, $FK \parallel DE$. BDE hám BKF úshmúyeshklikler teń tárepli ekenligin dállileń.
26. 2-súwrette a hám b parallel tuwrılar. $AB \perp b$, $DC \perp a$, $AE=EC$. BED úshmúyeshlik teń qaptallı úshmúyeshlik ekenligin dállileń.







Geometriyalıq basqatırma

Shahjáhán ákesiniń jazıwlarınıń ishinen 3-súwrette súwretlengen sızılmanı tawıp aldı. Tilekke qarsı, bul múyeshtiń bir bólegine sıya tamıp, óship ketken eken. Shahjáhán bul múyeshtiń bissektrisasın jasay alama?

123-bettegi VI-bap titulı boyınsha

1. 1-súwrette Áyemgi Greciyada geometriyalıq figura sızıw processi súwretlengen. Sızıwshılar qanday ásbaptan paydalanıp atır hám qanday sızılma geometriyalıq figura sızıwı múmkin?
2. 2-súwrette xalqımızdıń milliy sanaat buyımları súwretlengen. Olardı jasaw ushın qanday geometriyalıq figuralar tiykar bola aladı.
3. 3-súwrettegi geometriyalıq figuranı óz betinshe jasań.
4. 4-súwrettegi esiktiń sızılmasın sızğanda qanday ásbaptan paydalanğan? Esiktiń sızılmasın óz betinshe jasań.
5. 5-súwrettegi jer ólshewshiler óziniń jumısında qanday ásbaptan paydalanadı?
6. Kiyim pishiw túrine qarap hár túrli geometriyalıq figuralar menen baylanıstırıp aytıladı. Máselen, «kvadrat túrindegi palto» sıyaqlı. 6-súwrettegi kiyimler pishiimin óziniń atań hám usı figuralardı óz betinshe jasań.

59 BAP BOYINSHA TÁKIRARLAW

1. Qálegen tegislikta bazıbir múyesh jasań. Usı múyeshke teń basqa múyesh jasań.
2. Qálegen tegislikte bazıbir múyesh jasań. Onıń bissektrisasın jasań.
3. Tuwrı sızıq sızıń hám ol tuwrıda jatpaytuǵın noqat belgileń. Usı noqattan ótiwshi tuwrı sızıqqa perpendikulyar tuwrı sızıq jasań.
4. Tuwrı sızıq sızıń hám onda jatpaytuǵın noqat belgileń. Usı noqattan ótiwshi tuwrı sızıqqa parallel tuwrı sızıq jasań.
5. Bazıbir kesindi sızıń hám onı teń ekige bóliń.
6. Úsh kesindi sızıń. Tárepleri usı kesindige teń bolǵan úshmúyeshlik jasań.
7. Bazıbir úshmúyeshlik jasań. Onıń bir a)medianası; b) bissektrisası; c) biyikligin shıǵarıń.
8. *A*, *B*, *C* bir tuwrıda jatadı. Eger AB=2,7 *m*, AC=3,2 *m* bolsa, *BC* kesindiniń uzınlıǵın tabıń. Másele neshe sheshimge iye?
9. *MK* kesindide *P* noqatı alınǵan. *MP* hám *PK* kesindileriniń ortaları sáykes ráwishte *N* hám *L* noqatları. *NL* kesindiniń uzınlıǵı *MK* kesindiniń uzınlıǵınıń yarımına teń ekenligin dálllileń.
10. *b* tuwrıda *A*, *E* hám *F* noqatları berilgen. Eger $AF=8$ hám $AE+AF=14$ bolsa, *AE* hám *EF* kesindilerdiń uzınlıqların tabıń. Úsh noqattıń qaysı biri ekewyiniń ortasında jatadı.
11. *AB* nurdan hár qıylı tekislikte *BAC* hám *BAD* múyeshleri berilgen. Eger: a) $\angle BAC=80°$, $\angle BAD=170°$; b) $\angle BAC=87°$, $\angle BAD=98°$; c) $\angle BAC=140°$, $\angle BAD=30°$; d) $\angle BAC=60°$, $\angle BAD=70°$ bolsa, CAD=?
12. *AOB* hám *COB* qońsı múyeshlerdiń ulıwma tárepi *OB* jatatuǵın yarım tegislikte *OD* nurı ótkizilgen. *OD* nurı yaki *AB* kesindisi menen, yaki *BC* kesindisi menen kesilisiwin dállileń. Eger*AOD* múyeshi *AOB* múyeshinen (úlken) bolsa, *OD* nurı kesindilerdiń qaysısın kesip ótedi? Juwabın túsindiriń.
13. *MNP* hám *SKT* úshmúyeshlikler teń, bunda $MP=ST$, $\angle M=\angle S$, MN=17 *dm*, $\angle K=70°$.
    a) *N* múyeshin hám *SK* kesindini tabıń.
    b) *SKT* úshmúyeshliniń perimetri *MNP* úshmúyeshliginiń perimetrinen úlken bolıwı múmkin be?
14. Ultanı *AB* bolǵan *ABC* teń qaptallı úshmúyeshliktiń *CM* medianasında *O* noqatı alınǵan. *AOB* úshmúyeshlik teń qaptallı ekenligin dállileń.
15. *C* hám *D* noqatları *AB* tuwrı sızıqtıń eki jaǵında jaylasqan hám $AD=AC$, $BD=BC$ bolsa, *AB* nurı *DAC* múyeshiniń bissektrisası ekenligin dállileń.
16. Sheńberdiń óz ara perpendikulyar qálegen eki diametrin jasań.
17. a) Sheńberdiń óz ara perpendikulyar qálegen eki xordasın jasań.
    b) Diametri berilgen kesindini teń bolǵan sheńber jasań.

18. Úshmúyeshliktiń bir múyeshi,usı múyeshtiń bissektrisası hám usı múyeshke jabısqan tárepi, saykes ráwishte teń bolsa,bul úshmúyeshlikler teń bolatuǵınlıǵın dállileń.

19. *ABC* hám $A_1B_1C_1$ teń úshmúyeshliklede: a) *A* hám A_1 ushlardan ótkizilgen medianalar teńligin; b) *B* hám B_1 ushlardan ótkizilgen bissektrisalar teńligin dállileń.

20. *ABC* hám ABC_1 teń úshmúyeshliklerdiń ulıwma ultanları *AB* kesindisinen ibarat teń qaptallı úshmúyeshlikler. ACC_1 hám BCC_1 úshmúyeshlikledıń teń ekenligin dállileń.

21. $A_1B_1C_1$ hám *ABC* teń úshmúyeshlikler, bunda $B_1C_1=AC$, $A_1C_1=AB$.

a) Eger $\angle B_1=60°$, $BC=8$ *m* bolsa, *C* múyeshin hám B_1A_1 kesindisin tabıń.

b) Eger *ABC* úshmúyeshliktiń barlıq tárepleri teń bolsa, $A_1B_1C_1$ úshmúyeshliktiń perimetri $2AC+3B_1C_1$ qosındısına teń bolıwı múmkin be?

22. Eki tuwrı sızıqtıń kesilisiwinen payda bolpan múyeshlerdiń biri qalǵan múyeshlerdiń qosındısınan 8 márte kishi. Bul múyeshlerdiń ólshemlerin tabıń.

23. *a* tuwrısında *A* hám *B* noqatlar alınqan. *a* tuwrı sızıqqa qarata bir yarım tegislikte *CAB* hám *DBA* múyeshleri qoyılǵan. Eger qoyılǵan múyeshlerdiń:

a) ekewi súyir múyesh;

b) ekewi doǵal múyesh;

c) ekewi tuwrı múyesh;

d) birewi doǵal,basqaları súwyir múyesh bolsa, qaysı jaǵdayda *CA* hám *DB* tuwrılar parallel bolıwı múmkin?

24. *AB* kesindiniń ushları *a* hám *b* parallel tuwrilarda jatadı, *O* noqatı – *AB* kesindiniń ortası. *O* noqatıarqalı ótetetuǵın hám ushları *a* hám *b* tuwrılarda jatatuǵın hár qanday kesindi *O* noqatta teń ekige bóliniwin dállileń.

25. *ABC* úshmúyeshlikte *AK* hám *BM* bissektrisaları *O* noqatta kesilisedi. Eger $\angle KOB=70°$ bolsa, úshmúyeshliktiń *C* múyeshin tabıń.

26. *ABC* úshmúyeshlikte *AK* hám *BM* biyiklikler *O* noqatta kesilisedi. Eger úshmúyeshliktiń *A* hám *B* múyeshleri mas túrde 72° hám 60° qa teń bolsa, *AOB* múyeshin tabıń.

27. *D* hám *E* noqatlar, sáykes ráwyishte, *ABC* úshmúyeshliktiń *AB* hám *BC* táreplerinde jatadı, bunda, $AD=CE$ hám $AE=CD$. *ABC* úshmúyeshliktiń teń qaptallı ekenligin dállileń.

28. *ABC* úshmúyeshlikte *F* hám *M* noqatlar sáykes ráwishte *AB* hám *BC* tareplerinde jatadı, bunda, $CF=AM$, $\angle MAC=\angle FCA$. *ABC* úshmúyeshliktiń teń qaptallı ekenligin dállileń.

60 6-BAQLAW JUMISI

Baqlaw jumısı eki bólimnen ibarat bolıp, birinshi bólim tómendegi keltirilgen máselelerge uqsas 3 másele beriledi. Ekinshi bólimde tómendegi keltirilgen testlerge uqsas 5 test beriledi.

I. Teoriyalıq 5 test.

II. Tómendegi máselelerge uqsas 3 másele beriledi (4-másele «úlgili» baha almaqshı oqıwshıǵa beriledi qosımsha).

1. $120°$ lı múyesh berilgen cirkul hám sızǵısh járdeminde oǵan teń múyesh jasań.
2. Tárepleri $a = 5$ *sm*, $b = 6$ *sm* hám $c = 7$ *sm* bolǵan úshmúyeshlik jasań.
3. 2-máselede qurılǵan úshmúyeshliktiń a tárepine mediana júrgiziń.
4. Úshmúyeshlikti onıń ultanı, bir tárepi hám ultanǵa túsirilgen biyiklikke qaray jasań.

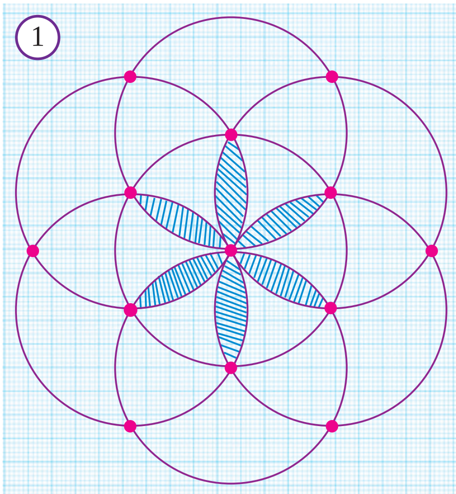
Testlar.

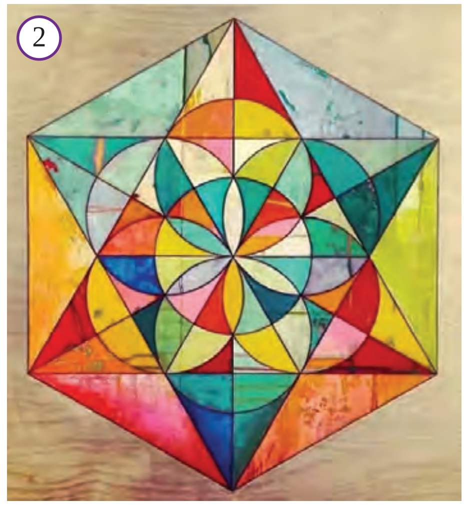
1. Kesindilerdiń uzınlıqları a, b hám c lardıń qaysı mánislerinde bul kesindilerden úshmúyeshlik jasaw múmkin emes?
   A) $a=1, b=2, c=3$; B) $a=2, b=3, c=4$;
   D) $a=3, b=4, c=5$; E) $a=6, b=4, c=3$.
2. Geometriyalıq jasawlardı orınlaw ushın qaysı oqıw quralınan paydalanıw ruxsat etiledi?
   A) Transportir; B) Transportir , sızǵısh;
   D) Cirkul, sızǵısh; E) Cirkul, Transportir.
3. Geometriyalıq jasawlardı orınlaw ushın sızǵısh qanday wazıypalardı orınlaw ruxsat etiledi.
   A) Kesindini ólshew; B) Kesindi, tuwrı sızıq sızıwǵa;
   D) Noqattan ótiwshi hám berilgen tuwrń sızıqqa perpendikulyar tuwrı sızıqtı shama menen sızııwǵa;
   E) Kesindini ólshep, onıń ortasın tabıwǵa.
4. Qálegen eki tárepiniń qosındısı 10 *sm* ge teń bolǵan úshmúyeshlik túrin tabıń.
   A) teń tárepli; B) doǵal múyesh;
   D) tuwrı múyesh; E) anıqlap bolmaydı.
5. Úshmúyeshliktiń perimetri tárеplerinen mas ráwishte 14 *sm*, 16 *sm* hám 24 *sm* sm uzın bolsa, úshmúyeshliktiń eń úlken tarepin tabıń.
   A) 12 *sm;* B) 13 *sm;* D) 15 *sm;* E) 16 *sm.*
6. Teń qaptallı ABC úshmúyeshlikte ($AB=BC$) BH – biyiklik. Eger ABC hám BHC úshmúyeshliklerdiń perimetrleri mas ráwishte 48 *sm* hám 32 *sm* bolsa, BH biyikliginiń uzınlıǵın tabıń.
   A) 4 *sm;* B) 6 *sm;* D) 5 *sm;* E) 7 *sm.*

Ámeliy kompetenciyalardı rawajlandırıwshı qosımsha materiallar

1. 1-súwrette súwretlengen figuranı sızıń. Ol jerde sheńberlerdiń radiusları teń hám belgilengen noqatlar sızılmadaǵı bir sheńberdiń orayı.

2. 2-súwrette súwretlengen figuranı óz betinshe sızıń.

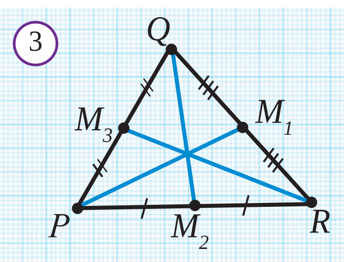


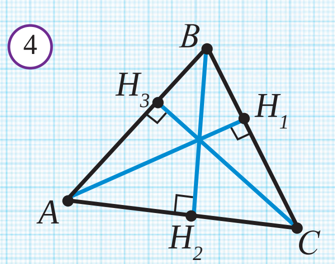


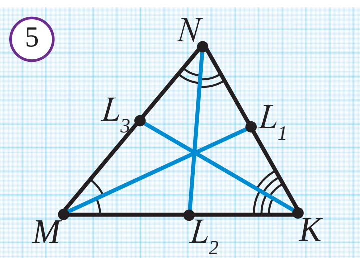
Geometriyalıq izertlewler

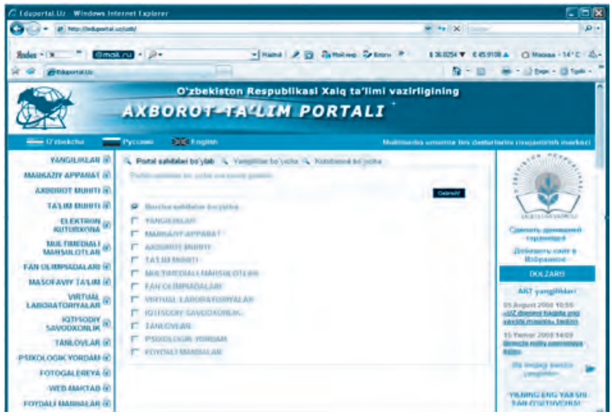
1. Qálegen úshmúyeshlik sızıń. Olardıń medianaların júrgiziń (*3-súwret*). Neni bayqadıńız? Tájiriybeni jáne eki úshmúyeshlik ushın orınlap kóriń hám anıqlaǵan qasiyetti qıyalıy dálliléń.
2. Qálegen súyir múyeshli úshmúyeshlik sızıń. Goniyadan paydalanıp, onıń biyikligin júrgiziń (*4-súwret*). Neni bayqadıńız? Tájiriybeni jáne eki úshmúyeshlik ushın orınlap kóriń hám anıqlaǵan qasiyetti qıyalıy dálliléń.
3. Qálegen úshmúyeshlik sızıń. Onıń barlıq bissektrisaların júrgiziń (*5-súwret*). Neni kórip tursız? Tájiriybeni jáne eki úshmúyeshlik ushın orınlap kóriń hám anıqlaǵan qasiyetti qıyalıy dálliléń.

Ótkizilgen tájiriybeler tiykarında anıqlanǵan qasiyetlerdi teorema dep esaplasaq bola ma? Nege?









Internettiń web-saytlarında siz ózbek, rus, inglis hám basqa tillerde matematika álemindegi eń aqırǵı jańalıqlar, elektron kitapxanalarda saqlanatuǵın kóplegen elektron sabaqlıqlardı tabıwıńız múmkin. Sonday-aq, olar arqalı túrli teoriyalıq materiallar, metodikalıq qollanbalar, mısallar hám olardıń sheshimleri,túrli mámlekettegi ótkiziletúǵńn matematikalıq jarıslar haqqındaǵı maǵlıwmatlar, olarda berilgen máseleler hám olardıń sheshimleri menen tanısıwımız múmkin.

Tiykarınan, www.uzedu.uz, www.eduportal.uz – Xalıq bilimlendiriw ministirliginiń infomaciya bilim beriw portalınan da geometriyaǵa baylanıslı ózińizdi qızıqtırǵan túrli maǵlıwmatlardı alıp kóriwdi usınıs etemiz.

Tómemde jáne bir qatar informaciya resurs derekleriniń mánzilleri berilmekte:

www.edu.uz – informaciya bilim beriw portalı (ózbek, rus, ingliz tilinde);
www.pedagog.uz – tájiriybe asırıw mekemeleri saytı (ózbek hám rus tilinde);
www.ixl.com/math/geometry – AQSh matematika bilim portalı (ingliz tilida);
www.school.edu.ru – ulıwma bilim beriw portalı (rus tilinde);
www.allbest.ru – İnternet resursları elektron kitapxanası (rus tilinde);
www.schulen-ans-netz.de – germaniya “Internet-Mektep” saytı (nemis tilinde);
www.studienkreis.de – germaniya oqıw dógerekleriniń saytı (nemis tilinde);
www.educasource.education.fr – fransiya bilimlendiriw saytı (fransuz tilinde);
www.educmath.inrp.fr – fransiya matematikadan bilim beriw cifrlı resursları (fransuz tilinde);
http://mat-game.narod.ru/ – matematikalıq gimnastika. Matematikalıq máseleler hám basqatırmalar (rus tilinde);
http://mathproblem.narod.ru/ – matematika dógerekleri, mektepler hám olimpiadalar (rus tilinde);
http://mathtest.narod.ru/ – matematikadan testler (rus tilinde);
http://www.sch57.msk.ru/collect/smogl.htm – matematika tarıyxına tiyisli materiallar (rus tilinde);
http://www.exponenta.ru – matematikadan bilim beriw saytı (rus tilinde);
http://zadachi.mccme.ru – geometriyalıq máseleler saytı (rus tilinde);
http://www.math-on-line.com – qızıqarlı matematikalıq máseleler (rus tilinde).

VII BAP

TÁKÍRARLAW

61 GEOMETRIYALIQ MÁSELELERDI SHESHIW BASQISHLARI

Geometriyalıq máselelerdi sheshiwde tómendegilerge itibar beriw kerek:

1. Geometriyanıń tiykarǵı túsinikleri, olardıń qásiyetlerin jaqsı biliw hám este saqlaw.
2. Túrli geometriyalıq figuralardıń qásiyetleri haqqındaǵı teoremalardı dálillew usılların iyelew.
3. Berilgen geometriyalıq máseleniń mánisin túsinip alıw.

Ádette geometriyalıq máselelerdi sheshiw procesi tómendegi basqıshlardan ibarat boladı:

1-basqısh. *Máseleni túsiniw.* Bul basqıshta máseleniń shárti hám juwmaǵı bólek-bólek ajıratıp alınadı. Neler berilgen, neni tabıw, dálillew yamasa jasaw kerekligi anıqlanadı. Máselege tiyisli sızılma sızıladı. Sızılmanıń úlken hám anıq bolıwı maqsetke muwapıq. Berilgen barlıq maǵlıwmatlar sızılmada belgilenedi.

2-basqısh. *Rejelestiriw.* Bul basqıshta máseleni sheshiw usılı tańlanadı. Onı qollanıw ushın qanday qosımsha maǵlıwmatlar zárúr ekenligi anıqlanadı. Járdemshi figuralar sızıladı.

3-basqısh. *Sheshiw.* Bul basqıshta másele tikkeley, berilgen reje tiykarında sheshiledi.

4-basqısh. *Tekseriw.* Bul basqıshta máseleniń tabılǵan sheshimi tikkeley tekseriledi. Sheshiw procesine kiritikalıq kóz-qaras taslanadı. Eger qáte anıqlansa, ol dúzetiledi. Dúzetiwdiń imkani bolmasa, máseleni sheshiwdiń baslanǵısh basqıshına qaytarıladı hám barlıq jumıs tazadan baslanadı.

Máseleni sheshiwdi úyreniw ushın kóbirek másele sheshiw kerek!

Máselege tiyisli sızılmanı durıs sızıw – máseleniń yarımın sheshiw degeni boladı.

Geometriyalıq máselelerdiń qoyılıwı hám mánisine qarap úsh qıylı túride bolıwı múmkin:

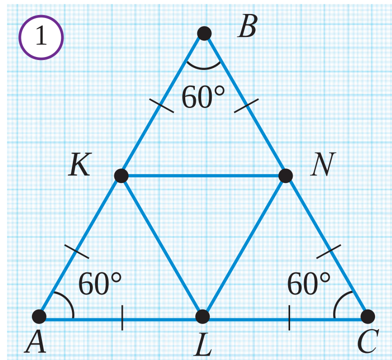
1. Esaplawǵa tiyisli máseleler;
2. Dálillewge tiyisli máseleler;
3. Jasawǵa tiyisli máseleler.

Álbette máseleni sheshiw – bul tek ǵana durıs juwaptı tabıw degeni emes. Máselelerdi sheshiw barısında belgili qásiyetlerdi, teoremalardı hám olardıń nátiyjelerin qollanıp biliw, túrli usıllardan paydalana alıwdı biliw zárúr boladı.

Tómendegi máseleniń sheshiliw procesin baqlayıq.

Másele. Teń tárepli úshmúyeshlik berilgen. Tárepleriniń ortaları kesindiler menen tutastırılǵan, olar jáne teń tárepli úshmúyeshlik payda etetuǵınlıǵın dálilleń.

ΔABC – ten tárepli, K – AB tárepiniń ortası, N – BC tárepiniń ortası, L – AC tárepiniń ortas ⇒ ΔKNL – teń tárepli



1. *Máseleni túsiniw basqıshı.*

Máseleniń sh'artleri tiykarında sızılma sızıp alamız (*1-súwret*).

2. *Rejelestiriw basqıshı.* Sızılmada berilgen teń kesindiler hám 60º lı úshmúyeshlikler teńliginiń TMT belgisinen paydalanamız.

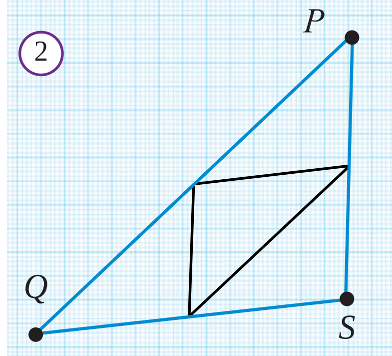
3. *Sheshiw basqıshı.* Shárt boyınsha,

$LA = AK = KB = BN = NC = CL$ va $\angle A = \angle B = \angle C = 60°$. Onda ΔLAK nıń AL, AK tárepleri hám A múyeshi ΔKBN nıń BK, BN tárepleri hám B múyeshine hámde ΔNCL nıń CN, CL tárepleri hám C múyeshine sáykes túrde teń.

Demek, $\Delta LAK = \Delta KBN = \Delta NCL$. Bul jaǵdayda bul úshmúyeshliklerdiń úshinshi tárepleri de óz ara teń boladı: $KL = KN = NL$.

Demek, ΔKNL – teń tárepli.

4. *Analiz basqıshı.*



Teorema teń qaptallı úshmúyeshlik úshın hám orınlı emes pe?

Shınıǵıw. Bul pikirdi sıfatlań.

Tábiy soraw tuwıladı: eger úshmúyeshlik túrli táreplli bolsa?

Shınıǵıw. Qálegen úshmúyeshlik tárepleri ortaların kesindiler menen tutastırılsa, tort óz ara teń úshmúyeshlikpayda bolıwın kórsetıń (*2-súwret*).

Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Máseleni sheshiw basqıshların sanap beriń.

2. Geometriyalıq máselelerdiń túrlerin aytıp beriń.

Sabaqlıqtıń tómendegi betlerindegi máselelerdi basqıshlarga ajıratıp sheshiń:

3. 23-bet, 7-másele.

4. 45-bet, 5-másele.

5. 72-bet, 7-másele.

6. 85-bet, 6-másele.

7. 93-bet, 8-másele.

8. 93-bet, 9-másele.

9. 117-bet, 5-másele.

10. 118-bet, 10-másele.

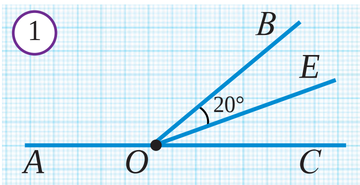
11. 138-bet, 8-másele.

62 ESAPLAWǴA TIYISLI MÁSELELER

Esaplawǵa tiyisli máseleler arifmetikalıq hám algebralıq máselelerge uqsas boladı. Túrli geometriyalıq formulalar járdeminde, berilgen sanlı shamalar tiykarında izbe-iz esap-sanaq isleri orınlanadı hám izlenip atırǵan shama tabıladı.

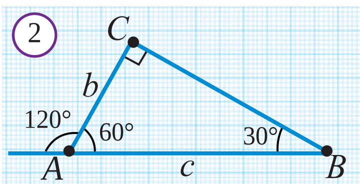
Bul máselelerde kóbinshe sızılmanı durıs sızıp alıw hám kerekli belgilewlerdi kiritiw isin anaǵurlım ańsatlastıradı.

1-másele. Qońsılas múyeshlerden biriniń bissektrisası ekinshi múyeshtiń tárepleriniń biri menen 20º lı múyeshti payda etedi. Usı múyeshlerdi tabıń.



Sheshiliw. Máseleniń shártin sızılmada kórsetemiz (*1-súwret*). Bunnan *OE* bissektrisası súyer múyeshtiń bissektrisası ekenligi belgili boladı. Demek, $\angle BOC = 2 \cdot 20° = 40°$, $\angle AOB = 180° - 40° = 140°$ bo‘ladi.

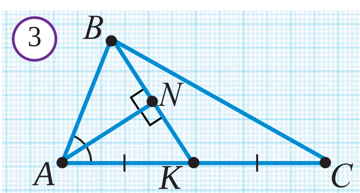
2-másele. *ABC* tuwrı múyeshli úshmúyeshlikte $\angle C$ – tuwrı múyesh, *A* tóbesindegi sırtqı múyeshi 120° qa teń. Eger $AC + AB = 18$ *sm* bolsa, úshmúyeshliktiń gipotenuzasın tabıń.



Sheshiliwi. Máseleniń shártine baylanıslı sızılmanı súwretleymiz (*2-súwret*). Úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshiniń anıqlamasınan, $\angle A = 180° - 120° = 60°$, $\angle B = 90° - \angle A = 30°$ ekenligin anıqlaymız. $AC = b$, $AB = c$ bolsın. Bul jaǵdayda $b + c = 18$. Súyir múyeshi 30° qa teń bolǵan tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń qásiyeti boyınsha, $c = 2b$ boladı. $b + c = b + 2b = 18$, yaǵnıy $b = 6$. Onda $c = 12$ ekenligi belgili boladı. ***Juwabı:*** 12 *sm*.

3-másele. *ABC* úshmúyeshliginde $AB = 1$, *A* múyeshiniń bissektrisası *B* tóbesinen túsirilgen medianaǵa perpendikulyar. Eger *BC* tárepiniń uzınlıǵı pútin san menen ańlatılsa, úshmúyeshliktiń perimetrin tabıń.

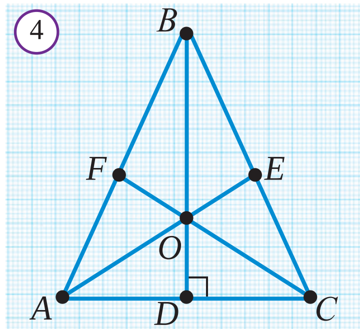
Sheshiliwi. Máseleniń shártin sızılmada súwretleymiz (*3-súwret*): $AK = KC$. $AN \perp BK$. $\Delta ANB = \Delta ANK$ ekenligin anıqlaymız, sebebi *AN* kateti ulıwma hám bir múyeshi teń (katet hám oǵan irgeles bolǵan súyir múyeshi boyınsha). Bunnan bolsa $AB = AK = KC = 1$, yaǵnıy $AC = 1 + 1 = 2$ ekenligi belgili boladı.

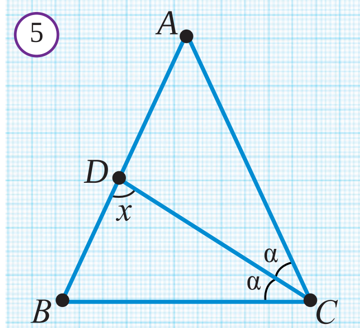


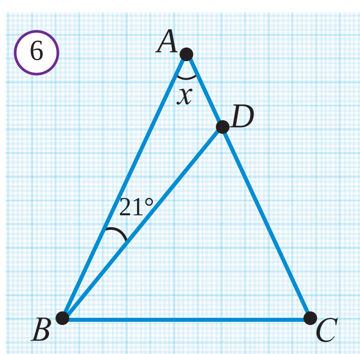
$BC = x$ – pútin san, úshmúyeshliktiń teńsizligi boyınsha $2 + 1 > x$ hám $x + 1 > 2$, yamasa $x < 3$ hám $x > 1$, yaǵnıy $1 < x < 3$ bolıwı kerek. 1 menen 3 tiń arasında bir pútin san bar: 2. Demek. $BC = 2$ hám $P_{ABC} = 1 + 2 + 2 = 5$. ***Juwabı:*** 5

Soraw, másele hám tapsırmalar

1. AB kesindisiniń uzınlıqları $1:2:3:4$ sıyaqlı qatnastaǵı kesindilerge (usı izbe-izlikte) ajıratılǵan. Eger shetki kesindileriniń ortaları arasındaǵı aralıq 15 *sm* ge teń bolsa, AB kesindisiniń uzınlıǵın tabıń.
2. $\angle ABC = 160°$ bolǵan múyeshtiń tóbesinen usı múyeshtiń tárepleri arasında jatıwshı BO hám BE nurları júrgizilgen. Eger BO nurı berilgen múyeshti teń ekige, BE nurı bolsa $3:5$ sıyaqlı qatnasta bólse, OBE múyeshti tabıń.
3. AOB múyeshi OC nurı arqalı biri ekinshisinen 30º qa úlken bolǵan eki múyeshke ajıratılǵan. Berilgen múyeshtiń bissektrisası menen OC nurı arasındaǵı múyeshti tabıń.
4. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń ultanıdaǵı múyeshi 30º qa teń. Usı múyeshtiń qaptal tárepi hám ekinshi qaptal tárepine júrgizilgen biyikligi arasındaǵı múyeshti tabıń.
5. Úshmúyeshliktiń bir sırtqı múyeshi 100º, oǵan qońsılas bolmaǵan múyeshleriniń qatnası $2:3$ túrinde bolsın. Úshmúyeshliklerdiń múyeshlerin tabıń.
6. A, B, C, D noqatları kórsetilgen tártipte bir tuwrıda jatadı hám $AB = BC = 1$, $CD = 2$. K noqatı BC kesindide sonday jaylasadı, u BC va AD kesmalarni bir xil nisbatdagi bo‘laklarga bo‘ladi: $BK : KC = AK : KD$. Bul qatnaslardı tabıń.
7. Úshmúyeshliktiń eki múyeshiniń bissektrisaları kesilisiwinen payda bolǵan múyesh 128º qa teń. Úshmúyeshliktiń úshinshi múyeshin tabıń.
8. Teń qaptallı úshmúyeshlikiń tóbesindegi múyeshi 96º qa teń. Ultanındaǵı múyeshleriniń bissektrisaları kesilisiwinen payda bolǵan súyir múyeshti tabıń.
9. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń tuwrı múyeshinen bissektrisa hám biyiklik júrgizilgen bolıp, olardıń arasındaǵı múyesh 24º qa teń. Úshmúyeshliktiń qalǵan múyeshlerin tabıń.
10. Eger 4-súwrette $AB = BC$, $\angle ABC = 50°$, AE hám CF – bissektrisalar bolsa, $\angle AOB$ =?, $\angle EOC$ =?
11. Eger 5-súwrette $AB=AC$, $AD=DC$ bolsa, x=?
12. Eger 6-súwrette $AB=AC$, $BD=BC$ bo‘lsa, x=?





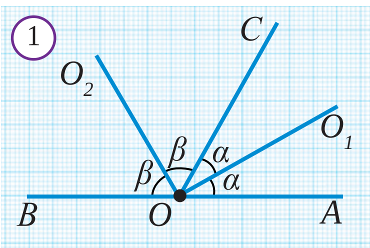


63 DÁLILLEWGE TIYISLI MÁSELELER

Dálillewge tiyisli máseleler ózine tán kishkene teoremalar boladı. Olardı sheshiw máselede keltirilgen tastıyıqlawdı dálillewden ibarat boladı. Mısal retinde tómendegi máselelerdi qaraymız.

1-masele. Qońsılas múyeshlerdiń bissektrisaları óz ara perpendikulyar ekenligin dálilleń.

$\angle AOC$ hám $\angle BOC$ – qońsı múyeshler, OO_1 hám OO_2 – bissektrisaları (*1-súwret*). ⇒ $OO_1 \perp OO_2$.

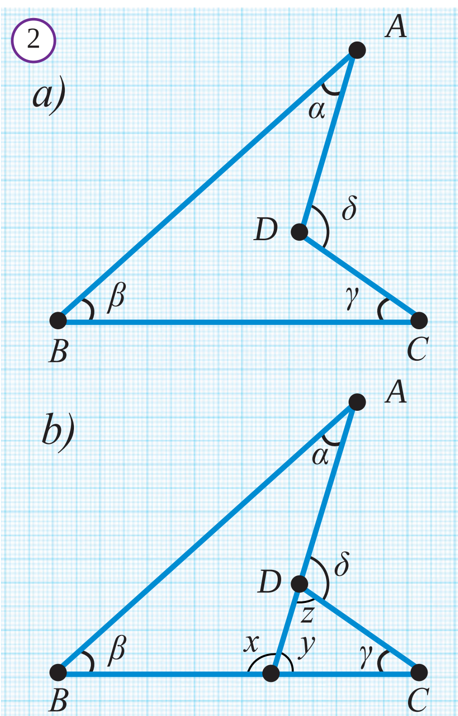


Dálillew. OO_1 hám OO_2 bissektrisaları ajıratqan múyeshlerdi sáykes túrde (1-súwrette kórsetilgenindey) α hám β dep belgileymiz. Bul jaǵdayda, $2\alpha + 2\beta = 180°$, yamasa $\alpha + \beta = 90°$, yaǵnıy

$$\angle O_1OO_2 = \alpha + \beta = 90°.$$

Demek, $OO_1 \perp OO_2$. Usını dálillew talap etilgen edi.

2-másele. 2*a*-súwrette súwretlengen *ABCD tórtmúyeshlikte* $\angle\delta = \angle\alpha + \angle\beta + \angle\gamma$ ekenligin dálilleń.



Dálillew. *AD* tárepin dawam ettirip *BC* tárepi menen kesilisken noqatın *E* menen belgileymiz hám múyeshler ushın zárúr belgilewlerdi kiritemiz (*2b-súwret*). Biz bilemiz $\alpha + \beta + x = 180°$ hám $y + z + \gamma = 180°$. Bul teńliklerdi qosıp,

$$\alpha + \beta + \gamma + x + y + z = 360°$$

teńligine iye bolamız. Qońsılas múyeshtiń qásiyeti boyınsha, $x + y = 180°$ bolǵanı ushın

$$\alpha + \beta + \gamma + 180° + z = 360°,$$

yamasa

$$\alpha + \beta + \gamma = 180° - z = \angle D,$$

yaǵnıy

$$\angle D = \alpha + \beta + \gamma = \angle A + \angle B + \angle C \text{ boladı.}$$

Teńlik dálillendi.

Geometruyada pikirler aniqlıǵı hám iqshamlıǵıáhimiyeti tuwralı aytıp ótken edik. Matemetikada máselelerdi sheshiwde ham bul eki talap ahimiyetli. Bunıń ushın máseleni sheship bolıp, sheshimdi jáne analiz etiw, “Sheshimdi ápiwayılastırıp bolmaspa eken?” sıyaqlı sorawlar ústinde piktir paydalı.

Joqarıdaǵı 2-máselede δ múyeshi ΔCDE ushın sırtqı múyesh. Bul baqlaw «Úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshi oǵan qońsı bolǵan eki múyesh qosındısına teń» degen qásiyetti tastıyıqlaydı:

$$\delta = y + \gamma$$

Biraq ol ΔABC nıń sırtqı múyeshi, demek $y = \alpha + \beta$. Sonıń ushın $\delta = \alpha + \beta + \gamma$.

Soraw, másele hám tapsırmalar

1. Úshmúyeshliktiń bir múyeshi ózine qońsılas bolmaǵan sırtqı múyeshleriniń ayırmasına teń. Bul úshmúyeshliktiń tuwrı múyeshli úshmúyeshlik ekenligin dálilleń.

2. Bir múyeshi 150° bolǵan teń qaptallı úshmúyeshliktiń ultanındaǵı tóbelerinen júrgizilgen biyiklikleri teń bolatuǵının dálilleń.

3. Teń tarepli úshmúyeshliktiń medianaları kesilisiw noqatında 2:1 sıyaqlı qatnasta bolatuǵının dálilleń.

4. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń tóbesindegi sırtqı múyeshiniń bissektrisası úshmúyeshliktiń ultanına parallel bolatuǵının dálilleń.

5. 4-máselege keri teoremanı ańlatıń hám onı dálilleń.

6. Teń tarepli úshmúyeshliktiń qálegen eki medianası 60° lı múyesh astında kesilisiwin dálilleń.

7.* Úshmúyeshliklerdiń teńligin olardıń eki tárepi hám úshinshi tárepine túsirilgen medianası boyınsha dálilleń.

8. ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshliklerinde BM hám B_1M_1 medianaları júrgizilgen. Eger $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$ hám $BM = B_1M_1$ bolsa, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ ekenligin dálilleń.

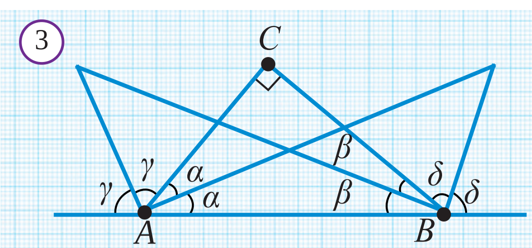
9.* ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshliklerinde AD, A_1D_1 – bissektrisaları. Eger $AB = A_1B_1$, $BD = B_1D_1$ hám $AD = A_1D_1$ bolsa, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ ekenligin kórsetiń.

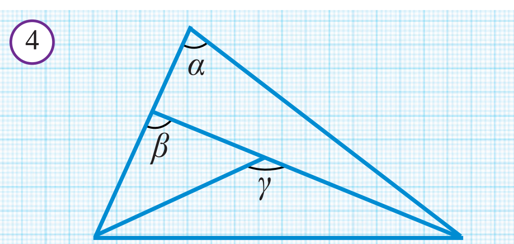
10.* ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshliklerinde BH hám B_1H_1 biyiklikleri júrgizilgen. Eger $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$ hám $BH = B_1H_1$ bolsa, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ bolatuǵının dálilleń.

11. Úshmúyeshliktiń eki biyikligi teń bolsa, onıń teń qaptallı úshmúyeshlik ekenligin dálilleń.

12.* 3-súwrette $\alpha + \gamma = \beta + \delta = 90°$ ekenligin dálilleń.

13.* 4-súwrette $\alpha < \beta < \gamma$ ekenligin dálilleń.





64-65 TÁKIRARLAWǴA TIYISLI TAPSIRMA HÁM MÁSELELER

1. Geometriyalıq diktant. Gáplerdi mánisinen kelip shıǵıp tolıqtırıń:

1. Tegislikte .... arqalı bir tuwrı júrgiziw múmkin.
2. Múyeshtiń .... múyeshti eki óz ara teń múyeshke ajıratadı.
3. Kesindiniń ortası onı eki .... ajıratadı.
4. Tegislikte tuwrısızıqqa tiyisli bolǵan .... da, tiyisli bolmaǵan .... da bar.
5. Eger úshmúyeshlik teń qaptallı bolsa, ... múyeshleri teń boladı.
6. Eki teńdey úshmúyeshliklerdiń sáykes .... hám sáykes .... teń boladı.
7. Teń tárepli úshmúyeshliktiń hár bir .... gradusqa teń.
8. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń súyir .... 90° qa teń.
9. Jayıq múyeshtiń bisiktrisası onı eki .... múyeshke ajıratadı.
10. Úshinshi tuwrısızıqqa parallel bolǵan eki tuwrı .... boladı.
11. Bir tuwrı sızıqqa perpendikulyar bolǵan eki tuwrı .... boladı.
12. Parallel tuwrı sızıqlardı kesiwshi menen keskende, payda bolǵan ishki bir táreplemeli múyeshler .... boladı.
13. Kesindiniń ushlarınan teń .... kesindiniń orta perpendikulyarında jatadı.
14. Sheńberdegi noqatlar sheńberdiń orayınan teń ....

2. Tómende keltirilgen gáplerde qáte bolsa, onı tabıń hám dúzetiń:

1. Tegislikte eki noqat arqalı eki tuwrı sızıq júrgiziw múmkin.
2. Tuwrı múyesh 180º qa teń boladı.
3. Qońsılas múyeshler teń boladı.
4. Vertikal múyeshlerdiń qosındısı 180º qa teń.
5. Úshmúyeshliktiń tóbesi menen usı tóbe qarama-qarsısındaǵı tárepiniń ortasın tutastırıwshı kesindi, úshmúyeshliktiń bissektrisası delinedi.
6. Úshmúyeshliktiń perimetri dep, onıń múyeshleri qosındısına aytıladı.
7. Úshmúyeshliktiń tárepleriniń qosındısı 180º qa teń.
8. 90º qa teń múyesh astında kesilisken tuwrı sızıqlar parallel delinedi.
9. Parallel tuwrı sızıqlar bir noqatta kesilisedi.
10. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń katetleri teń bolsa, onıń kishi múyeshi 30º qa teń boladı.
11. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń hár bir múyeshi 60º qa teń.
12. Múyesh bissektrisasında jatqan noqatlar múyeshtiń táreplerınen teńdey uzaqlıqta jatadı.

3. Berilgen qásiyetke iye bolǵan geometriyalıq figuranı dápteriñizge jazıń:

1. Uzınlıǵı 5 *sm*. 2. Kesilispeytuǵın tuwrı sızıqlar.
3. Noqat hám ushları usı noqatlarda bolǵan eki nurdan ibarat.
4. Tóbesinen shıqqan biyikligi hám medianası hám bissektrisası boladı.
5. Eki tárepi teń bolǵan úshmúyeshlik. 6. Eki kateti bar.
7. Múyeshti teńdey eki múyeshke ajıratadı.
8. Barlıq tárepleri teń bolǵan úshmúyeshlik.
9. Eki múyeshiniń qosındısı 90º dan úlken bolǵan úshmúyeshlik.

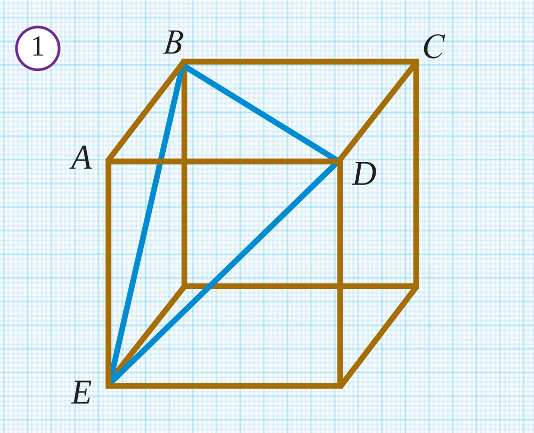
4. Birinshi baǵanada berilgen geometriyalıq túsinikke ekinshi baǵanadan tiyisli qásiyet yamasa talqılawlardı sáykes qoyıń:

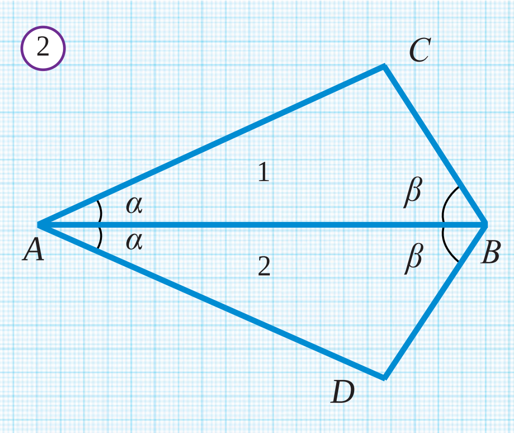
Geometriyalıq túsinik	*Talqılaw, qásiyet*
1. Perpendikulyar tuwrılar	A. Berilgen uzınlıqqa iye
2. Teń tárepli úshmúyeshlik	B. Eki múyeshi teń
3. Sheńber	C. Gipotenuzanıń yarımına teń
4. Múyeshtiń bissektrisasındaǵı noqat	D. Tóbesi menen qarama-qarsısındaǵı tárepiniń ortasın tutastıradı
5. Úshmúyeshliktiń biyikligi	E. Bir ishki múyeshine qońsılas hám qalǵan eki múyeshiniń qosındısına teń
6. 30º lı múyesh qarama-qarsısındaǵı katet	F. Kesilispeydi
7. Mediana	G. 90° lı múyesh astında kesilisedi
8. Úshmúyeshlktiń sırtqı múyeshi	H. Tárepleri teń
9. Teń qaptallı úshmúyeshlik	I. Noqatları orayınan teńdey uzaqlasqan
10. Kesindi	J. Onıń tároplerinen teńdey uzaqlıqta jatadı
11. Parallel tuwrılar	K. Bir tóbesinen ótedi hám bir tárepine perpendikulyar

143-bettegi VII bap tituli boyınsha

1. 1-súwrette gejmetriyaga baylanısli bolǵan halda súwretlep beriń.
2. 2 hám 3-súwretlerden paydalanıp geometriyalıq fuguralar qaraqalpaq xalıq sanaatindaǵı ornı haqqında sóylep beriń.
3. 4-súwrette tábiyat ónimleri figuralarindaǵı ózine tánligin aytıp beriń. Olardıń figuralarınıń qanday abzallıqları bar?
4. 5-súwrettegi figuralardı óz betińizshe jasań.
5. 6-súwrette gi terezelerdi jasawda qanday geometriyalıq figuralardan faydalangan.
6. 7-súwrettegi panjaralardıń súwretlerin óz betinshe sızıń.

5. Máseleler





1. Eki parallel tuwrı hám kesiwshi payda etken ayqısh múyeshlerdiń bissektrisaları parallel bolatuǵının dálilleń.

2. Úshmúyeshliktiń qálegen bir tárepi onıń qalǵan eki tarepiniń ayırmasınan úlken bolatuǵının dálilleń.

3. Úshmúyeshliktiń múyeshleri ushın $\alpha<\beta+\gamma$, $\beta<\alpha+\gamma$, $\gamma<\alpha+\beta$ qatnasları orınlı bolsa, bul qanday úshmúyeshlik boladı?

4. Berilgen eki noqattan ótiwshi sheńber jasań. Másele neshe sheshimge iye?

5. ABC úshmúyeshliginiń AA_1 hám BB_1 bissektrisaları O noqatında kesilisedi. Eger a) $\angle AOB = 136°$; b) $\angle AOB = 111°$ bolsa, ACB múyeshin tabıń.

6. 1-súwrette súwretlengen kubta BD=6 bolsa, BE=?, DE=?, AC=?, BED=?

7. Perimetri 42 *sm* bolǵan ABC úshmúyeshliginiń medianası onı perimetri 33 *sm* hám 35 *sm* bolǵan eki úshmúyeshlikke ajıratadı. Mediananıń uzınlıǵın tabıń.

8. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń súyir múyeshleriniń bissektrisaları qanday múyesh astında kesilisedi?

9. 2-súwrette $\angle 1 = \angle 2$ ekenligin dálilleń.

10. MN hám NM nurlarınıń ulıwma bólegi qanday figura boladı?

11. A, B hám C noqatları bir tuwrıda jatadı. Agar AB=2 *sm*, BC=3 *sm* hám AC=5 *sm* bolsa, B noqatı AC kesindige tiyisli bola ma? Juwabıńızdı tiykarlań.

12. A noqatı BC tuwrısınıń B hám C noqatlarınıń arasında jatadı. Eger BC = 15 *sm*, AC kesindisi bolsa AB kesindisinen 3 *sm* ge qısqa bolsa, AB kesindisiniń uzınlıǵın tabıń.

13. 60° hám 30° lı múyeshler jasań.

14. Sheńberdiń óz ara perpendikulyar diametrlerin jasań.

15. Qońsılas múyeshleriniń biri ekinshisinen 4 márte kishi bolsa, usı múyeshlerdiń úlkenin tabıń.

16. Eki tuwrınıń kesilisiwinen payda bolǵan múyeshlerdiń qatnası 7:3 ge teń. Usı múyeshlerdiń kishisin tabıń.

17. *A*, *B* hám *C* noqatları bir tuwrıda jatadı. *BC* kesindisiniń uzınlıǵı *AC* kesindisiniń uzınlıǵınan 3 márte úlken, *AB* kesindiniń uzınlıǵı bolsa *BC* uzınlıǵınan 3,6 *sm* ge qısqa. *AC* kesindisiniń uzınlıǵın tabıń.

18. Eki tuwrını úshinshi tuwrı keskende sırtqı bir tárеplemeli múyeshlerdiń qosındısı 180º qa teń bolsa, bul tuwrılardıń óz ara parallel ekenligin dálilleń.

19. Eki parallel tuwrını úshinshi tuwrı keskende payda bolǵan múyeshlerdiń biri 55º qa teń. Qalǵan múyeshlerin tabıń.

20. Teń qaptalli *ABC* úshmúyeshliginiń tobesinen *AC* ultanǵa júrgizilgen bissektrisa onı eki úshmúyeshlikke ajıratadı. Bul úshmúyeshliklerdın teńligin dálilleń.

21. Perumetri 30 *sm* bolǵan ushmúyeshliktiń bir tárepi ekinshi tárepinen 2 *sm* úlken, úshinshi tárepinen bolsa 2 *sm* kishi. Ush muyeshliktiń úlken tárepin tabıń.

22. Úshmúyeshliktiń ultanına túsirilgen medianası oni perimetri 18 *sm* hám 26 *sm* bolǵan eki úshmúyeshlikke ajıratadı. Berilgen úshmúyeshliktiń kishi qaptal tárepi 6 *sm* ge teń. Ushmúyeshliktiń ulken tárepin tabıń.

23. Úshmúyeshliktiń 5 *sm* ge teń bolǵan biyikligi oni eki 18 *sm* hám 26 *sm* bolǵan eki úshmúyeshlikke ajıratadı. Berilgen úshmúyeshliktiń perimetrin tabıń.

24. Teń qaptalli úshmúyeshliktiń perimetri 7,6 *sm* ge, ultanı bolsa 2 *sm* ge teń. Qaptal tárepin tabıń.

25. *AB* hám *CD* tuwrı sızıqlar *O* nóqatta kesilisedi. *BOC* hám *AOD* múyeshleriniń qosındısı 194° qa teń. *AOC* múyeshin tabıń.

26. *ABC* úshmúyeshlikte *A* múyesh *C* múyeshke teń, *AD* biyiklik bolsa *BC* tárepti teń ekige bóledi. Eger *BD* = 7,8 *sm* bolsa, *AC* = ?

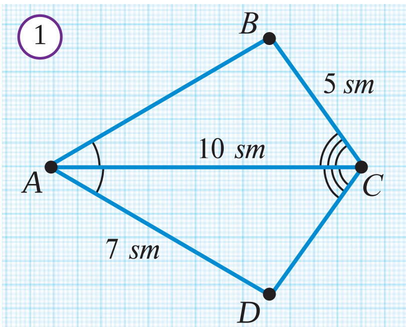
27. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń qaptal tárepine túsirilgen biyikligi menen ekinshi qaptal tárepi arasındaǵı múyesh 20º qa teń. Úshmúyeshliktiń ultanındaǵı múyeshin tabıń.

28. *B* múyeshi bissektrisada jatqan *D* noqattan múyshiniń táreplerine *DA* hám *DC* perpendikulyar júrgizilgen. *DA* = *DC* ekenin dálilleń.

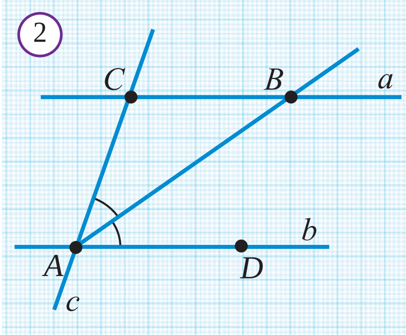
29. Eger *A, B* hám *C* noqatlar bir tuwri sızıqlarda jatıp, *AC* = 7 *m* hám *BC* = 9 *m* bolsa, *AB* kesindiniń uzınlıǵın tabıń.

66-68 JUWMAQLAWSHI BAQLAW JUMISI. QÁTELER ÚSTINDE ISLEW

1



2



Juwmaqlawshı baqlaw jumısı eki bólimnen ibarat bolıp, eki sabaq waqıti (66-67-sabaqlar) dawamında ótkiziledi. Birinshi bólimde 64-65-sabaqlarda kórilgen geometriyalıq diktant hám test sorawlarına uqsas 5 diktant hám 10 testti sheshiw usınıs etiledi. Baqlaw jumısınıń ekinshi bóliminde tómendegi variantta berilgen máselelerge uqsas 5 másele beriliwi múmkin.

Ushinshi sabaqta (68-sabaq) nátiyjeler analiz etiledi hám qáteler ústinde islenedi.

Juwmaqlawshı jazba baqlaw jumısınıń úlgisi.

Másele.

1. Qońsılas múyeshleriniń biri ekinshisinen 18° kishi. Usı múyeshlerdi tabıń.
2. 1-súwrette berilgen maǵlıwmatlar tiykarında:
   a) $\Delta ABC = \Delta ADC$ ekenligin dálilleń;
   b) ACD úshmúyeshliginiń perimetrin tabıń.
3. 2-súwrette $a||b$ hám AB – CAD múyeshiniń bissektrisası, $AC = 7$ *sm*. BC kesindisiniń uzınlıǵın tabıń.
4. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń tuwrı múyeshinen túsirilgen biyikligi onıń bissektrisası da boladı. Bul úshmúyeshliktiń múyeshlerin tabıń.
5. Berilgen múyeshke teń múyesh hám onıń bissektrisasın jasań.

Testler

1. Berilgen noqattan berilgen tuwrıǵa parallel etip neshe tuwrı júrgiziw múmkin?
   A) 1; B) 2; D) 3; E) 4.
2. Jayıq múyesh neshe gradusqa teń?
   A) 90°; B) 90° tan úlken; D) 90° tan kishi; E) 180°.
3. Eger ABC úshmúyeshliginde $\angle B = 30°$, $\angle C = 90°$ hám $AC = 10$ *sm* bolsa, AB gipotenuzasın tabıń.
   A) 10 *sm;* B) 12 *sm;* D) 15 *sm;* E) 20 *sm.*
4. ABC úshmúyeshliginde $AB = BC$, $AB = AC + 7$ (*sm*). Eger ABC úshmúyeshliginiń perimetri 23 *sm* bolsa, úshmúyeshliktiń kishi tárepin tabıń.
   A) 3 *sm;* B) 5 *sm;* D) 7 *sm;* E) 9 *sm.*

5. Qońsılas múyeshlerdiń biri ekinshisinen úsh márte úlken. Bul múyeshlerdiń ayırmasın tabıń.
A) 45°; B) 60° ; D) 75°; E) 90°.

6. Sheńberdiń radiusı 3,2 *sm*. Onda diametrin tabıń.
A) 3,2; B) 5,2; D) 6,4; E) 1,6.

7. ABC – tuwrı múyeshli úshmúyeshlik (*3-súwret*), $\angle C = 90°$, CD – mediana. $\angle BDC = 130°$ bolsa, $\angle A$ nı tabıń.
A) 45°; B) 65°; D) 75°; E) 85°.

8. ABC – teń qaptallı úshmúyeshliginiń tóbesindegi B múyeshi 80° qa teń. Onıń A tóbesindegi sırtqı múyeshin tabıń.
A) 130°; B) 120°; D) 110°; E) 100°.

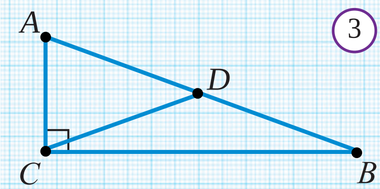
9. Eger $a \perp b,\ b \perp c,\ c \perp d$ bolsa, tómendegi juwaplardan qaysı biri nadurıs?
A) $a||c$; B) $b \perp d$;
D) $a||d$; E) $b||c$.

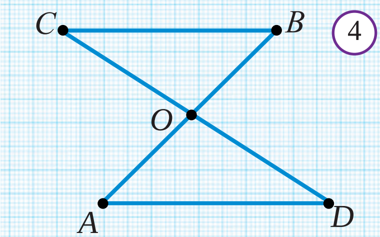
10. Eger 4-súwrette $AO = OB$, $OC = OD$, $BC = 5$ *sm* hám $AO + OC = 7$ *sm* bolsa, AOD úshmú-yeshliginiń perimetrin tabıń.
A) 5 *sm;* B) 7 *sm;*
D) 12 *sm;* E) 17 *sm.*

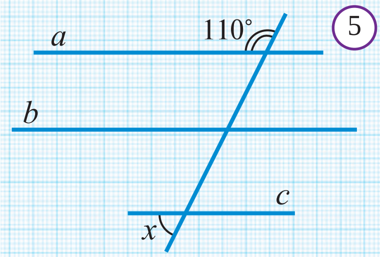
11. Eger 5-súwrette $a||b$ hám $b||c$ bolsa, $x = ?$
A) 60°; B) 70°; D) 80°; E) 90°.

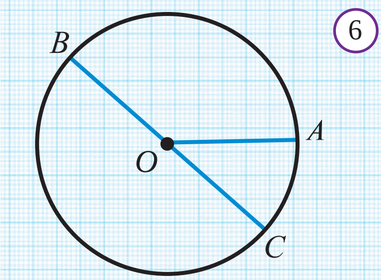
12. ABC úshmúyeshligine $\angle A = 50°$ hám $\angle B = 70°$ bolsa, onıń úlken tárepin anıqlań.
A) AB; B) BC; D) AC;
E) aniqlab bo‘lmaydi.

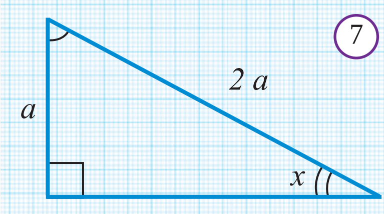
13. Eger 6-súwrette O – sheńberdiń orayı, $AO =$ $= 4$ *sm* bolsa, BC kesindisiniń uzınlıǵın tabıń.
A) 4 *sm;* B) 5 *sm;* D) 2 *sm;* E) 8 *sm.*











14* 7-súwrette súwretlengen úshmúyeshliktiń kishi múyeshin tabıń.
A) 30°; B) 45°; D) 60°; E) 90°.

2. **5.** 1. **7.** a) qálegenshe; b) 1; c) 1 yamasa ulıwma júrgizip bolmaydı. **9.** 5; 8.
3. **1.** A hám C; A hám B. **3.** Awa; yaq. **5.** a) 2; b) 3; c) 4; d) 11; e) $(n+1)$ ta. **6.** 6. **7.** 8. **8.** 4, 6. **9.** 4. **10.** Awa.
4. **8.** 6: AB, BC, CD; AC; AD; BD.
5. **9.** B noqat A hám C noqatları arasında jatadı. **10.** 15 *sm*.
6. **4.** 4 *sm*; 5 *sm*; 6,5 *sm*; 1 *sm*; 2,5 *sm*; 1,5 *sm*. **5.** a) 6,6; b) 1; c) 9. **6.** 12,8 *sm*. **7.** 0,8. **9.** 2 hal bolıwı múmkin; B noqat AC kesindide bolsa, $AC=800\,m$. C noqat AB kesindide bolsa, $AC=400\,m$.
7. **9.** a) 36 *mm*; b) 90 *sm*; c) 4 *m* 22 *sm*. **10.** a) 5 *sm*; b) 3,5 *sm*; c) 57 *sm*. **13.** 130 *sm*. **14.** 16 *m*.
10. **1-baqlaw jumısı:** **1.** $BC=3$ *sm*. **2.** $BC=12$ *sm*. **3.** $\angle BOC=35°$. **4.** 150°.
11. **8.** $\angle AOD$, $\angle COB$, $\angle DOB$, $\angle AOC$. **9.** 10, olar: $\angle AOE$, $\angle EOD$, $\angle DOC$, $\angle COB$, $\angle BOA$, $\angle EOB$, $\angle EOC$, $\angle AOC$, $\angle AOD$, $\angle BOD$.
12. **4.** Awa. **7.** a) 72°; b) 60°; c) 50°. **10.** a) Awa; b) Yaq; c) Yaq. **12.** a) 90°; b) 180°.
13. **5.** 45°. **6.** a) 8; b) 8; c) 8; d) 8. **7.** 5 súyir; 1 doǵal. **10.** a) 30°; b) 180°; c) 1°. **11.** a) 0,5°; b) 2,5°; c) 15°. **14.** OC nur $\angle AOD$ niń; OD nur $\angle COE$ niń; OE nur $\angle DOB$ niń; OD nur $\angle AOB$ niń bisektrisası boladı.
14. **2.** 180°. **6.** a) 160°; b) 150°; c) 135°; d) 90°. **7.** 45°; 135°. **8.** a) Yaq; b) Ha; c) Yaq. **9.** Awa. **10.** a) 140°; b) 45°; c) 45°. **11.** a) 40°; 140°; b) 55°; 125°; c) 18°; 162°.
15. **8.** 1), 2), 3), 6). **9.** Yaq, kesindiler ortası ústpe-úst túspey qóyılıwı múmkin.
16. **2.** 1 ta. **3.** 90°. **6.** Qálegenshe.
17. **3.** 90°. **5.** OC. **6.** 60°; 60°.
19. **2.** 90°. **3.** 60°. **4.** Yaq. **5.** Másele eki sheshimge iye: z) 15°; 2) 65°. **6.** 15°. **9.** 6. **10.** 4.30 yaki 7.30. **11.** $\angle AOB=110°$, $\angle BOC=70°$; b) $\angle AOB=36°$, $\angle BOC=144°$; c) $\angle AOB=112°$, $\angle BOC=68°$; d) $\angle AOB=150°$, $\angle BOC=30°$. **12.** 50°, 130°, 50°, 130°.
20. **2-baqlaw jumısı:** **1.** 106°. **2.** 60°. **3.** 48°.
21. **9.** a) a, b, d, e, g; b) c, f, h; c) c, f.
22. **4.** a) QR; b) $\angle RPQ$ hám $\angle RQP$; c) $\angle Q$ yamasa $\angle PQR$; d) $\angle PQR$.

6. a) tuwrı múyeshli; b) súyir múyeshli; c) teń qaptallı; d) teń tárepli; e) doǵal múyeshli.

23. **6.** Tuwrı múyeshli úshmúyeshlikte. **7.** Awa. **8.** 3. **9.** 9 **10.** 16.

24. **10.** e) $\angle D = 35°$, $\angle C = 62°$. **11.** 85°. **12.** Yaq.

25. **2.** Ultanındaǵı. **3.** 10. **4.** $a = 12$, $b = 8$. **10.** 8 *sm*, 8 *sm* hám11 *sm*.

26. **4.** 4. **11.** $AC = BD = 7$.

27. **6.** $\Delta BAC = \Delta KAN$, $\Delta BAN = \Delta KAC$. **9.** 3.

28. **4.** Teń tárepli úshmúyesjhlikte. **5.** 10,4 *sm*. **7.** 8 *sm*.

29. **6.** $\angle C_1 = 90°$, $\angle A_1 = 30°$, $\angle B_1 = 60°$. **7.** 10 *sm*, 10 *sm*.

30. **6-máseleler: 7.** Awa. **11.** 85°. **12.** 48°. **13.** 120°.

31. **3-baqlaw jumısı: 1.** 10. **3.** $3\frac{11}{15}$, $7\frac{1}{3}$, $7\frac{1}{3}$. **5-testlar: 1.** B; **2.** D; **3.** B; **4.** E; **5.** D; **6.** A; **7.** D; **8.** A; **9.** B; **10.** D; **11.** B; **12.** B; **13.** A; **14.** B; **15.** D; **16.** A.

32. **7.** Yaq, yaq.

33. **4.** $\angle 1 = \angle 3 = \angle 5 = \angle 7 = 117°$, $\angle 4 = \angle 8 = 63°$.

34. **7.** a) Awa; b) Awa; c) Awa; d) Yaq. **9.** 1 wi kespewi múmkin yamasa hámmesi kesip ótedi.

35. **6.** a) $\angle 3 = \angle 7 = 105°$, $\angle 2 = \angle 4 = \angle 6 = \angle 8 = 75°$. **9.** Yaq.

36. **8.** 1) tuwrı; 2) tuwrı; 3) tuwrı.

37. **5.** 45°. **8.** $\angle 2 = \angle 3 = 55°$. **9.** 70°, 110°. **12.** 60°, 120°.

39. **5-máseleler: 1.** 55°. **2.** Awa. **3.** Awa **4.** $\angle 3 = \angle 7 = 118°$; $\angle 2 = \angle 4 = \angle 6 = \angle 8 = 62°$. **6.** 128°. **11.** 59°

40. **4-baqlaw jumısı: 1.** 34°, 146°, 146°. **3.** 48°, 132°. **Testler: 1.** A; **2.** B; **3.** A; **4.** E; **5.** D; **6.** D; **7.** D; **8.** E; **9.** B; **10.** B; **11.** D; **12.** E; **13.** A; **14.** B; **15.** E; **16.** A.

41. **3.** 1. **4.** 1. **5.** a) boladı; b) bolmaydı; c) bolmaydı. **7.** a) 80°; b) 25°; c) 45°; d) 45°. **8.** a) 63°; b) 90°; c) 15°. **9.** a) 80°, 50°; b) 30°, 60°, 90°; c) 50°, 60°, 70°.

42. **3.** 60°, 45°, 75°. **4.** 30°, 120°. **5.** 75°. **6.** 270°. **7.** 90°. **8.** 90°. **9.** 110°. **10.** 60°. **11.** múmkin birewi. **12.** 360°.

43. **1.** 50°; 90°; 40°. **2.** 60°; 48°. **5.** múmkin. **6.** 540°. **7.** 24°, 36°, 60°. **9.** a) 30°, 30°; b) 70°, 40° yaki 55°, 55°. **10.** a) 15°, 150°; b) 75°, 30°. **12.** 15°; 65°. **13.** 30°.

14. 67,5°. **17.** a) 65°; b) 45°; 90°; 45°. **18.** a) 79°; b) 100°. **19.** $x=20°$, $y=50°$. **21.** 60°. **22.** 60°, 60°, 60°. **23.** 45°, 90°, 45°.

44. **5.** Gipotenuza 30° qarsısındaǵı katetten 2 márte úlken boladı. **7.** a) 4; b) 6; c) 60°. **8.** a) 5; b) 13,5; c) 9. **9.** 8 *sm* hám 16 *sm*.

45. **4.** a) Yaq; b) yaq; c) boladı; d) yaq. **5.** a) boladı; b) boladı; c) boladı; d) yaq; e) yaq. **7.** a) boladı; b) boladı; c) boladı; d) yaq; e) boladı.

47. **2.** 7 *sm*. **3.** 7 *sm*, 7 *sm*.

48. **2.** Eń úlkeni $\angle ACB$, eń kishisi $\angle ABC$. **3.** a) $\angle ABC > \angle BAC > \angle ACB$ múmkin emes; b) $\angle ACB = \angle ABC < \angle BAC$ múmkin. **4.** Ultanı, qaptal tárepi. **5.** Yaq. **6.** a) $BC > AC > AB$; b) $BC < AC < AB$. **7.** Yaq, yaq. **8.** 60°; 60°; 120°; 120°. **9.** $0 < \angle B < 60°$. **10.** Súyir múyeshli. **12.** Gipotenuzası.

49. **3.** Yaq. **4.** a) bar; b) yaq; c) bar; d) bar. **5.** a) 7; b) 10; c) 8 yaki 5. **7**. 7; 7; 11. **8.** 6. **9.** Úshmúyeshlik yamasa kesindi.

51. **5-baqlaw jumısı:** **1.** 65°. **2.** 40°,60°,80°. **3.** 12 *sm* **4.** 40°,60°,80°. **4-testler:** **1.** B; **2.** D; **3.** B; **4.** B; **5.** D; **6.** B; **7.** B; **8.** B; **9.** E; **10.** A; **11.** D; **12.** A; **13.** D; **14.** A; **15.** D; **16.** D; **17.** D; **18.** D.

62. **1.** 20 *sm*. **2.** 20°. **3.** 15°. **4.** 30°. **5.** 40°; 60°; 80°. **6.** 1 : 2. **7.** 76°. **8.** 42°. **9.** 21°, 69°. **10.** $\angle AOB = 122{,}5°$. **11.** 72°. **12.** 46°.

64. **3.** Súyir múyeshli. **5.** a) 92°; b) 42°. **6.** 6; 6; 6; 60°. **8.** 45°. **10.** Kesindi. **11.** Awa. **12.** 9 *sm*. **15.** 144°. **16.** 54°. **17.** 3,6 *sm*. **19.** tórt 55° lı hám tórt 125° lı.

65. **5-testler:** **1.** A; **2.** E; **3.** D; **4.** B; **5.** E; **6.** A; **7.** E; **8.** D. **9.** B. **10.** A. **11.** A; **12.** D; **13.** B; **14.** D; **15.** E; **16.** A; **17.** B; **18.** E; **19.** A; **20.** D. **6-máseleler:** **2.** 12 *sm*. **3.** 12 *sm*. **4.** 34. **5.** 2,8 *sm*. **6.** 83°. **7.** 15,6 *sm*. **8.** 55°. **10.** 2 *m* yaki 16 *m*.

66. **Juwmaqlawshı baqlaw jumısı:** **1.** 81°, 99°. **2**. b) 22 *sm*. 3. 7 *sm*.

ABDULLA A'ZAMOV, BAHODIR HAYDAROV, ERGASHVOY SARIQOV
ATAMURAT QO'CHQOROV, ULUG'BEK SAG'DIYEV

O'quv nashri

GEOMETRIYA

Umumiy o'rta ta'lim maktablarining 7-sinfi o'quvchilari uchun darslik
(qoraqalpoq tilida)

Tuzatilgan va to'ldirilgan uchinchi nashr

Toshkent — "Yangiyo'l poligraf servis" — 2017
Nashriyot litsenziyasi AI №185, 10.05.2011 y.

Awdarǵan *Baxadır Xojanov, Sarsenbay Gulmanov*

Redaktor *R. Baretova*

Texnik redaktor *M. Riksiyev*

Basıwǵa ruqsat etildi 20.08.2017. Formatı 70x90 $^1/_{16}$.
«Arial» garniturası. Kegli 12,11. Ofset baspa usılında basıldı.
Esap baspa tabaǵı 14,0. Shártli baspa tabaǵı 13,0.
Nusqası 12 460. Buyırtpa № .

63.3(5O')
S 17
Azamov, A.
Geometriya 7-klass*:* 7-klass oqıwshıları ushın sabaqlıq / A. Azamov, B. Haydarov, E. Sariqov. – Tolıqtırılǵan hám dúzetilgen 3-basılıwı*.* Tashkent.: «Yangiyo'l poligraf servise», 2017. - 160 b.

UO'K: 514=512.133(075.3)
ISBN 978-9943-382-97-8
KBK: 63.3(5O')ya72

«O'zbekiston» NMIU bosmaxonasida bosildi.
100129, Toshkent sh., Navoiy k., 30.

İjaraǵa berilgen sabaqlıq jaǵdayın kórsetiwshi keste

№	Oqıwshınıń atı hám familiyası	Oqıw jılı	Sabaqlıqtıń alınǵandaǵı jaǵdayı	Klass basshı-sınıń qolı	Sabaqlıqtıń tapsırıl-ǵandaǵı jaǵdayı	Klass basshı-sınıń qolı
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
6.						

Sabaqlıq ijaraǵa berilip oqıw jılı aqırında qaytarıp alınǵanda joqarıdaǵı keste klass basshısı tárepinen tómendegi bahalaw ólshemlerine tiykarlanıp toltırıladı:

Taza	Sabaqlıqtıń birinshi ret paydalanıwǵa berilgendegi jaǵdayı.
Jaqsı	Muqaba pútin, sabaqlıqtıń tiykarǵı bóliminen ajıratılǵan. Barlıq betleri bar, jırtılmaǵan, betleri almastırılmaǵan, betlerinde jazıw hám sızıq joq.
Qanaatlandırarlı	Muqaba jelingen, biraz sızılıp, shetleri qayrılǵan, sabaqlıqtıń tiykarǵı bóliminen alınıp qalıw jaǵdayı bar, paydalanıwshı tárepinen qanaatlanarlı qálpine keltirilgen. Alınǵan betler qayta islengen, ayırım betler sızılǵan.
Qanaatlandırarsız	Muqabaǵa sızılǵan, jırtılǵan tiykarǵı bólimnen ajratılǵan yamasa pútkilley joq, qanaatlandırarsız islengen. Betleri jırtılǵan, betleri tolıq emes, sızıp, boyap taslanǵan. Sabaqlıqtı qayta tiklewge bolmaydı.